ASUPRA ECUAŢIILOR CARACTERISTICE ALE UNUI RELEU

DE

Acad. GR. MOISIL

Comunicare prezentată la Sesiunea Filialei Cluj a Academiei R.P.R din 18—21 decembrie 1954.

Un releu este compus dintr-un electromagnet care se excită la trecerea curentului prin înfăşurările sale şi care atrage o lamă metalică închizînd sau deschizînd astfel contactele releului.

Aşa dar, pentru descrierea unui releu trebuie să cunoaştem relaţiile care exprimă poziţia fiecărui contact al său în funcţie de curentul ce circulă prin înfăşurările sale. Aceste relaţii vor fi numite *ecuaţiile caracteristice* ale releului.

Fie X un releu cu r înfăşurări şi s contacte. Fie $\xi^1,\ldots\xi^r$ variabilele asociate înfăşurărilor; $\xi^i = 1$ dacă prin înfăşurarea i trece curent, $\xi^i = 0$ dacă prin această înfăşurare nu trece curent. Fie $x^1,\ldots,x^s$ variabilele asociate celor s contacte; $x^i = 1$ dacă contactul i al releului este închis, $x^i = 0$ dacă este deschis.

Considerăm că schema funcţionează în timp; vom descrie funcţionarea în timpii O, I, II , . . . , N, . . . numind v_{N} valoarea variabilei v în timpul N.

Putem descrie funcţionarea circuitelor înfăşurărilor releelor observînd că după starea contactelor $x^1, \ldots, x^s, \ldots z^1, \ldots, z^t$ ale diferitelor relee X , . . . , Z ale schemei şi starea contactelor $a^1, \ldots, a^p, \ldots, c^1, \ldots, c^q$ ale diferiţilor butoni de comandă, la momentul N, ştim dacă prin înfăşurarea i a releului X trece sau nu curent în acel moment.

$$\xi^i_{\mathrm{N}} = f_i(a^1_{\mathrm{N}}, \ldots, a^p_{\mathrm{N}}, \ldots, c^1_{\mathrm{N}}, \ldots, c^q_{\mathrm{N}}, \ldots, x^1_{\mathrm{N}}, \ldots, x^r_{\mathrm{N}}, \ldots, z^1_{\mathrm{N}}, \ldots, z^t_{\mathrm{N}}). \qquad (1)$$

Funcţia f_i va fi numită *funcţia de lucru* a înfăşurării i a releului X; dacă releul are o singură înfăşurare vom spune că ea este funcţia de lucru a releului.

Diferitelor elemente executive U , . . . , W le asociem variabilele $u, \ldots, w$, care iau valorile 0 şi 1 şi anume $w=1$ dacă elementul executiv W este acţionat, $w=0$ dacă w este neacţionat. Elementele executive sînt sau nu acționate în momentul N, după starea contactelor de butoni și de relee în acel moment.

$$u_N=\varphi(a_N^1,\dots,a_N^p,\dots,c_N^1,\dots,c_N^q,\dots,x_N^1,\dots,x_N^r,\dots,z_N^1,\dots,z_N^t). \quad (2)$$

Funcția φ este funcție de lucru a elementului executiv U.

Determinarea funcțiilor de lucru ale releelor și elementelor executive se poate face, în cazul schemelor prin metoda algebrei logice (1) (2) sau prin metoda congruențelor (4) sau prin metoda desvoltară diadice (13), (14), (15).

Ecuațiile caracteristice ale unui releu trebuie însă să fie determinate după structura releului, care determină modul său de funcționare. Vom da mai jos câteva exemple.

Vom nota prin

$$\overline{0}=1 \qquad \overline{1}=0\,.$$

Relee cu înfășurări simple, fără temporizare

In cazul releelor cu înfățișare simplă, contactele pot fi de două feluri: contacte de închidere (contactul x^1 din fig. 1), care este închis în momentul următor celui când prin înfășurare trece curent și deschis în momentul următor celui când prin înfășurare nu trece curent. Ecuația lui caracteristică este:

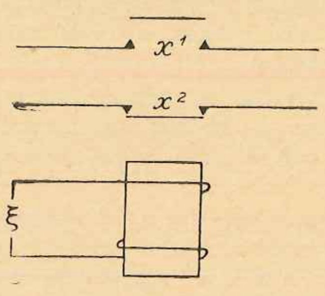


Fig. 1

$$x_{N+1}^1=\xi_N\,. \quad (3)$$

Pentru contactele de deschidere (contactul x^2 din fig. 1), care se deschide în momentul următor celui în care prin înfășurare trece curent și se închide în momentul următor celui în care prin înfășurare nu trece curent, avem ecuația caracteristică:

$$x_{N+1}^2=\overline{\xi}^N\,. \quad (4)$$

Se vede că este suficient să notăm cu x contactele de închidere și cu $\overline{x}$ contactele de deschidere pentru a avea o singură ecuație caracteristică

$$x_{N+1}=\xi_N\,. \quad (5)$$

Eliminînd pe ξ_N între ecuația (5) și ecuația (1) obținem pentru fiecare releu X o ecuație de recurență

$$x_{N+1}=f(a_N^1,\dots,c_N^q, x_N,\dots,z_N) \quad (6)$$

Teoria funcționării schemelor de acest tip a fost desvoltată fie cu metoda Algebrei Logicei (5) fie cu ajutorul imaginarelor lui Galois (6), (7).

Relee cu înfășurări multiple în același sens, fără temporizare.

In acest caz, contactele fiind, ca mai sus, contacte de închidere x sau contacte de deschidere $\overline{x}$ vom presupune (fig. 2) că curentul ce trece prin fiecare înfășurare este suficient pentru a atrage lamele contactelor (1) p. 199 și (5), p. 54); așadar lamele sînt atrase cînd unul măcar din $\xi^i=1$ și nu sînt atrase dacă $\xi^1=\dots=\xi^r=0$. Avem deci ecuația caracteristică*) a unui astfel de releu:

$$x_{N+1}=\xi_N^1+\dots+\xi_N^r\,. \quad (7)$$

Eliminînd pe ξ^i între relațiile (1) și (7) obținem pentru fiecare releu o ecuație de recurență

$$x_{N+1}=f(a_N^1,\dots,a_N^p,\dots,c_N^1,\dots,c_N^q,\ x_N,\dots,z_N)\,. \quad (8)$$

unde

$$f=f^1+\dots+f^r\,.$$

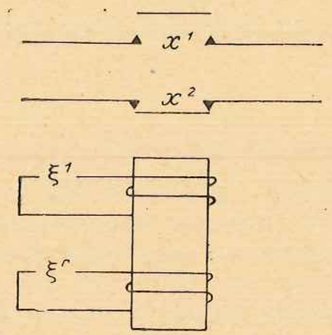


Fig. 2

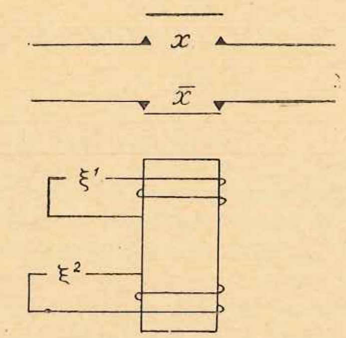


Fig. 3

Relee cu înfășurări opuse, fără temporizare.

In acest caz vom presupune că cele două înfășurări generează cîmpuri opuse care se anulează cînd ambele înfășurări sînt parcurse de curent. Deci dacă $\xi^1=\xi^2=0$ sau $\xi^1=\xi^2=1$ armatura nu este atrasă; armatura este atrasă dacă $\xi=1$, $\xi^2=0$ sau dacă $\xi^1=0$, $\xi^2=1$. Căpătăm ecuația caracteristică a releului.

$$x_{N+1}=\xi_N^1\,\overline{\xi_N^2}+\overline{\xi_N^1}\,\xi_N^2 \quad (9)$$

Eliminînd pe ξ_N^1, ξ_N^2 între ecuațiile (1) și (9) obținem pentru fiecare releu cîte o ecuație de recurență

$$x_{N+1}=f(a_N^1,\dots,a_N^p,\dots,c_N^1,\dots,c_N^q\ x_N,\dots,z_N) \quad (10)$$

cu

$$f=f^1\,\overline{f^2}+\overline{f^1}\,f^2\,.$$

*) Semnul „+" indică suma booleană: $0+0=0$ $0+1=1+0=1+1=1$.

Relee speciale cu înfăşurări multiple, fără temporizare

Vom da un exemplu de astfel de relee. Să presupunem că curentul ce trece prin înfăşurarea 1 este suficient pentru ca lama să fie atrasă, dar curentul ce trece prin înfăşurarea 2 sau cel ce trece prin înfăşurarea 3 sînt insuficiente separat pentru ca lama să fie atrasă, dar sînt suficiente cînd şi prin înfăşurarea 2 şi prin înfăşurarea 3 trece curent. In acest caz avem

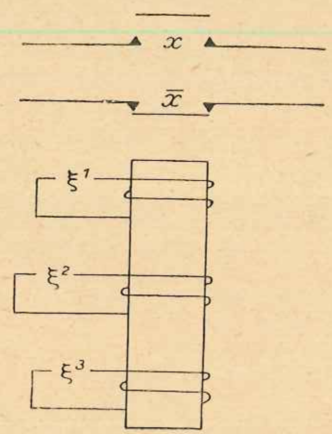


Fig. 4

$$x_{N+1}=\xi^1_N+\xi^2_N\,\xi^3_N\,. \qquad (11)$$

Analog se tratează alte cazuri.

Relee cu timp de anclanşare sau de declanşare.

Sistemele de ecuaţii obţinute pînă acum sînt toate de ordinul I, adică dau valorile variabilelor în momentul N+1 cînd sînt cunoscute aceste valori în momentul N. Aceasta este o caracteristică a releelor fără temporizare. Pentru a pune în evidenţă acest fapt, am dat — în vara 1954 — la Seminariul de Teorie algebrică a mecanismelor automate, un exemplu în care ecuaţiile de recurenţă sînt de ordin superior.

Să presupunem că contactul ar avea nevoie de un anume timp T pînă se anclanşează; dacă t este durata unui timp de funcţionare a schemei, $T=\nu t$, ν fiind numărul timpilor de anclanşare; dacă curentul circulă prin înfăşurare ν timpi

$$\xi_N=\xi_{N+1}=\cdots=\zeta_{N+\nu-1}=1$$

atunci contactul rămîne deschis în aceşti timpi

$$x_N=x_{N+1}=\cdots=x_{N+\nu-1}=0$$

dar se închide în timpul următor

$$x_{N+\nu}=1\,.$$

Avem, deci ecuaţia caracteristică*)

$$x_{N+\nu}=\xi_N\,\xi_{N+1}\cdots\xi_{N+\nu-1}\,. \qquad (12)$$

*) Semnul „." este semnul înmulţirii: 0.0=0.1=1.0=0; 1.1=1

Putem presupune mai general că contactul se închide dacă curentul a trecut ν timpi sau dacă, începînd în timpul al ν—1-lea, găseşte contactul închis:

$$x_{N+1}=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N+\nu-1}\,x_{N+\nu-1}\,. \qquad (13)$$

Această relaţie caracteristică, de un tip nou, poate fi adusă la forma (12), căci

$$\begin{aligned}
x_{N+\nu}&=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N+\nu-1}\,x_{N+\nu-1}\\
&=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N+\nu-1}\left(\xi_{N-1}\cdots\xi_{N+\nu-2}+\xi_{N+\nu-2}\,x_{N+\nu-2}\right)\\
&=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N-1}\,\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-2}\,\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N+\nu-1}\,\xi_{N+\nu-2}\,x_{N+\nu-2}\\
&=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N+\nu-1}\,\xi_{N+\nu-2}\,x_{N+\nu-2}\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}+\xi_{N+\nu-1}\cdots\xi_N\,x_N\\
&=\xi_N\cdots\xi_{N+\nu-1}\,.
\end{aligned}$$

Analog putem trata releele cu timp de declanşare.

Relee cu întîrziere la darea comenzii.

M a r i a n a N e d e l c u a studiat releele cu întîrziere la darea comenzii (8). Pentru un astfel de releu, după darea comenzii trebuie ca ea să fie menţinută ν timpi, ca în momentul următor contactul să fie acţionat. Avem deci pentru un contact de închidere al releului

$$x^1_N=\xi_{N-1} \qquad (14)$$

dar

$$\xi_{N-1}=a_{N-1}\cdots a_{N-\nu}+a_{N-1}\,x^1_{N-1} \qquad (15)$$

iar pentru un contact de deschidere

$$x^2_N=\bar{\xi}_{N-1} \qquad (16)$$

cu

$$\bar{\xi}_{N-1}=\left(\bar{a}_{N-1}+\cdots+\bar{a}_{N-\nu}\right)\left(\bar{a}_{N-1}+x_{N-1}\right)\,. \qquad (17)$$

Relaţiile (14) şi (15), (16) şi (17) dau

$$x^1_N=a_{N-1}\cdots a_{N-\nu} \qquad (18)$$

$$x^2_N=\bar{a}_{N-1}+\cdots+\bar{a}_{N-\nu} \qquad (19)$$

Relee cu întîrziere la ridicarea comenzii.

Aceste relee, care au fost studiate de M a r i a n a N e d e l c u (8), sînt acelea pentru care bobina electromagnetului îşi păstrează forţa portantă ν timpi, pentru a acţiona contactele, iar în timpul următor contactele se desfac, deci, pentru un contact de închidere

$$x^1_N=(a_{N-1}+\cdots+a_{N-\nu})(a_{N-1}+x^1_{N-1}) \qquad (20)$$

iar pentru un contact de deschidere

$$x^2_N=\bar a_{N-1}\cdots\bar a_{N-\nu}+\bar a_{N-1}\,x^2_{N-1}\,. \qquad (21)$$

$$x^1_N=a_{N-1}+\cdots+a_{N-\nu} \qquad (22)$$

$$x^2_N=\bar a_{N-1}+\cdots+\bar a_{N-2}\,. \qquad (23)$$

Relee cu contacte basculante.

Să presupunem că contactul unui releu odată deplasat nu-şi revine în poziţia iniţială decît dacă este din nou acţionat. Un astfel de releu va avea doi electromagneţi X^1 şi X^2, care nu trebuie să fie simultan excitaţi

$$\xi^1\,\xi^2=0\,.$$

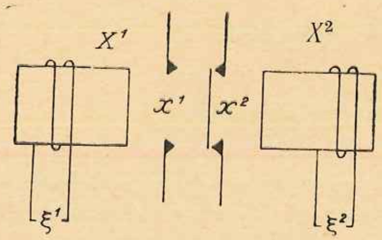


Fig. 5

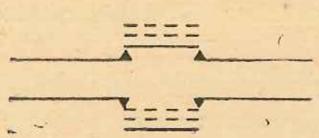


Fig. 6

Relaţiile de recurenţă ale contactelor x^1, x^2 sînt

$$x^1_{N+1}=\xi^1_0\,\bar\xi^2_I\cdots\bar\xi^2_N+\xi^1_I\,\bar\xi^2_{II}\cdots\bar\xi^2_N+\cdots+\xi^1_{N-1}\,\bar\xi^2_N+\xi^1_N$$

$$x^2_{N+1}=\xi^2_0\,\bar\xi^1_I\cdots\bar\xi^1_N+\xi^2_I\,\bar\xi^1_{II}\cdots\bar\xi^1_N+\cdots+\xi^2_{N-1}\,\bar\xi^1_N+\xi^2_N\,.$$

Ele dau

$$x^1_{N+1}=\xi^1_N+\bar\xi^2_N\,x^1_N$$

$$x^2_{N+1}=\xi^2_N+\bar\xi^1_N\,x^2_N$$

Relee cu contacte reale.

Faptul că trecerea contactelor unui releu din poziţia $x=0$, $\bar x=1$ în poziţia $x=1$, $\bar x=0$ ne făcîndu-se decît prin poziţia intermediară $x=\bar x=0$ poate face ca unele scheme să nu funcţioneze după programul ce le-am impus, considerînd numai poziţiile extreme, a fost pus în evidenţă de ing. I o a n i n (9).

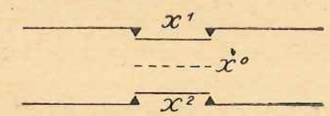
Tov. M a r i a n a N e d e l c u a arătat (8) că aceste contacte reale au ecuaţia caracteristică

$$x^1_{N+2}=\xi_{N+1}(\xi_N+x^1_N)$$

cînd sînt contacte de închidere, iar cînd sînt contacte de deschidere — au ecuaţia caracteristică

$$x^2_{N+2}=\bar\xi_{N+1}(\bar\xi\quad+x^2_N)$$

Putem da o descriere generală a fenomenului atunci cînd spaţiul între cele două poziţii este parcurs în r timpi, pentru ca un contact de închidere să se închidă, introducînd poziţiile intermediare: $x^1=x$, $x^2,\ldots,x^r$



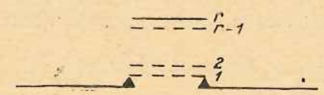


Fig. 7

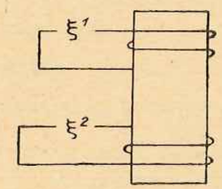


Fig. 8

şi observînd că contactul se menţine în poziţia x^1 dacă a avut-o sau dacă a fost în poziţia x^2 şi în acelaşi timp a trecut curent prin înfăşurare

$$x^1_{N+1}=\xi_N(x^1_N+x^2_N)$$

El se menţine în poziţia x^r dacă a avut-o sau dacă a avut poziţia x^{r-1}, dar nu a trecut curent

$$x^r_{N+1}=\bar\xi_N(x^{r-1}_N+x^r_N)\,.$$

În fine, contactul se află într-o poziţie intermediară x^i dacă se afla în poziţia x^{i+1} şi a trecut curent, sau dacă se afla în x^{i-1} şi nu a trecut curent

$$x^i_{N+1}=x^{i-1}_N\,\bar\xi_N+x^{i+1}_N\,\xi_N$$

Eliminînd pe $x^2_N,\ldots,x^r_N$ între aceste ecuaţii, obţinem pentru $x=x^1$ ecuaţia caracteristică. Ţinem seama de relaţiile

$$x^1_N+\cdots+x^r_N=1 \quad x^i_N\,x^j_N=0 \qquad (i\neq j)$$

Tot astfel, pentru un contact de deschidere vom elmina pe $x^1,\ldots,x^{r-1}$ şi vom avea o ecuaţie pentru $x=x^r$.

Această metodă este în esenţă identică cu cea dată de ing. G h. I o a n i n (11).

Relee polarizate.

Cele trei poziţii ale lamei magnetice pot fi înlocuite prin două contacte x^1, x^2. Electromagnetul are două înfăşurări opuse ξ^1, ξ^2; poziţia normală a lamei este poziția x^0. Cînd $\xi^1=0$, $\xi^2=1$, lama este atrasă în poziția x^2. Cînd $\xi^1=1$, $\xi^2=0$ lama este respinsă în poziția x^1, deci

$$x^1_{N+1}=\xi^1_N\,\overline{\xi^2_N}$$

$$x^2_{N+1}=\overline{\xi^1_N}\,\xi^2_N$$

Cînd $\xi^1_N=\xi^2_N=0$ sau $\xi^1_N=\xi^2_N=1$ lama revine în poziția normală

$$x^0_{N+1}=\xi^1_N\,\xi^2_N+\overline{\xi^1_N}\,\overline{\xi^2_N}$$

care, în genere, nu face contact (12).

B I B L I O G R A F I E

1. M. A. Gavrilov, *Teoria releino-contatnih schem.* Izd. Acad. Nauk, S.S.S.R., Moscova—Leningrad, 1950.
2. Dr. M. A. Gavrilov, *Relaischalttechnik für Stark-und Schwachstromanlagen.* V.E.B Verlang technik, Berlin, 1953.
3. Gr. C. Moisil, *Lecții asupra teoriei algebrice a mecanismelor automate,* profesate la I.C.E.T. (poligrafiate) București 1953—1954.
4. Gr. C. Moisil, *Congruențele de întregi și teoria mecanismelor automate,* Gazeta matematică și fizică, t. VII (LX) Nr. 2.
5. Gr. C. Moisil, *Teoria algebrică a funcționării schemelor cu contacte de relee în mai mulți timpi.* Studii și Cercetări Matematice t, VI, 1955, Nr. 1—2, p. 7.
6. Gr. C. Moisil, *Întrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate* II. *Scheme cu două elemente intermediare.* Comunicările Academiei R.P.R., t. IV (1954), p. 11—12, p. 587.
7. Gr. C. Moisil, *Teoria algebrică a funcționării în mai mulți timpi a schemelor cu contacte de relee cu două elemente intermediare,* Studii și cercetări științifice, Filiala Cluj a Academiei R.P.R., vol. V, Seria I, Nr. 3—4, iulie—decembrie 1954, p. 7.
8. Mariana Nedelcu, *Analiza unor scheme cu relee temporizate,* Bul. Șt. Acad. R.P.R., t. VII, nr. 1, 1955, p. 19.
9. G. C. Moisil și Gh. Ioanin, *Asupra funcționării schemelor cu butoni reali,* Bul. Șt. Acad. R.P.R., Secțiunea de științe matematice și fizice, t. VII, nr. 1, 1955, p. 33.
10. Gh. Ioanin, *Asupra teoriei algebrice a contactelor multipoziționale și aplicațiile ei la studiul contactelor reale.* Bul. Șt. Acad. R.P.R., Seria mat. fiz., t. VII, nr. 2, 1955.
11. Gh. Ioanin, *Metoda schemelor echivalente în studiul releelor temporizate.* Comunicările Acad. R.P.R., t. V, nr. 6, 1955.
12. G. C. Moisil, *Întrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate. III. Scheme cu relee polarizate.* Comunicările Academiei R.P.R., t. V, nr. 6, 1955.
13. V. I. Sestacov, *Algebraiceskii metod analiza avtonomnîh sistem dvuhpoziționtîh rele.* Avtomatika i telemehanica, t. XV, nr. 2, 1953.
14. V. I. Sestacov, *Algebraiceskii metod sinteza avtomnih sistem dvupoziționnih rele,* Avtomatika i telemehanica, t. XV, nr. 4, iulie—august 1954, pp. 310—324.
15. V. I. Sestacov, *O preobrazovani monoticliceskoi posledovatelnosti vozvratnuiu,* Dokladî Akademia Nauk S.S.S.R., t. XCVIII, nr. 4, 1 octombrie 1954, pp. 541—545.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Характерные уравнения реле

Акад. ГР. МОЙСИЛ

В автоматическом механизме реле могут быть разных родов. Если ξ^i являются переменными соединяющимися с обёртываниями реле X, беря значения о или 1 ($\xi^i=1$ если через обёртывание i проходит ток, иначе $\xi^i=0$) и если x^i являются переменными соединяющимися с положениями разных контактов ($x^i=1$ если контакт i реле замкнут, $x^i=0$ если открыт) и если индекс N указывает момент когда переменная засчитывается, каждый реле охарактеризован уравнениями возвратности выражающими значения x^i_{N+r} относящиеся к x^i в момент $N+r$ когда известны значения переменных ξ^i в моменты N, N+1, ... N+r—1. Изучаются разные примеры появляющиеся в применениях.

RÉSUMÉ

Équations caracteristiques d'un relais

par

Acad. GR. MOISIL

Dans un mécanisme automatique les relais peuvent être de différentes espèces. Si ξ^i sont les variables, prenant les valeurs 0 et 1, associées aux bobinages du relais X ($\xi^i=1$ si le courant passe par le bobinage i, $\xi^i=0$ dans le cas contraire) et si x^i sont les variables associées aux positions des différents contacts ($x^i=1$ si le contact i du relais est fermé, $x^i=0$ s'il est ouvert) et si l'indice N. indique l'instant dans lequel la variable est considérée, chaque relais est caractérisé par les équations de récurrence qui expriment les valeurs x_{N+r} des x^i à l'instant $N+r$ și on connait les valeurs des variables ξ^i aux instants N, N, + 1, . . . , N+ r — 1. On étudie certains exemples qui apparaissent dans les applications.