

L'ANALYSE NUMÉRIQUE ET LA THÉORIE DE L'APPROXIMATION  
Tome 4, N° 2, 1975, pp. 117—122

TIBERIU POPOVICIU



Le 29 Octobre 1975, Tiberiu Popoviciu, membre de l'Académie de la République Socialiste Roumanie, professeur et scientifique de notoriété internationale s'est éteint au regret unanime du monde mathématique.

Il est né en la ville d'Arad, le 16 Février, 1906. Son talent hors ligne s'est fait remarquer dès sa jeunesse. Encore élève de lycée, il devint l'un des meilleurs collaborateurs de la revue „Gazeta matematică”, en fondant en outre lui-même la revue „Jurnal matematic”, dont la notoriété dépassa les frontières du pays.

En terminant en 1924 la section réelle du lycée „Moise Nicoară” de Arad, il continue ses études à la Faculté des Sciences de l'Université de Bucarest, où il se fit remarquer par ses professeurs Gheorghe Țițeica et Dimitrie Pompeiu.

Après avoir passé sa licence ès sciences mathématiques, il fut élève de l'École Normale Supérieure de Paris (1927—1930). C'est également à Paris, qu'il obtint le titre de docteur ès mathématiques, en présentant une remarquable thèse de doctorat du domaine de l'analyse mathématique (1933).

Rentré au pays, il mit toute sa capacité et tout son talent au service de l'enseignement mathématique roumain, en gravissant tous les échelons universitaires, aux Universités de Cluj, Bucarest et Jassy. À partir de l'année 1946, il revient à Cluj, pour y rester définitivement. Il y a fondé



une école d'analyse numérique et de la théorie de l'approximation, qui s'est fait connaître et apprécier grâce à ses remarquables résultats, par les spécialistes dans ces domaines. En même temps, il a apporté une importante contribution à l'organisation de l'enseignement mathématique, en sa qualité de doyen de la Faculté de mathématiques et physique de l'Université de Cluj (1950–1953) et de chef de la chaire d'analyse de cette faculté (1948–1973).

En reconnaissance de ses mérites de scientifique, il est élu en 1948 membre correspondant de l'Académie de la République Socialiste Roumanie, puis en 1963, membre titulaire de la même Académie. En cette qualité il a organisé et dirigé l'Institut de Calcul de Cluj, de l'Académie de la République Socialiste Roumanie. Il y a initié d'importantes recherches d'analyse numérique, de la théorie de l'approximation, d'analyse fonctionnelle, de la théorie qualitative des équations différentielles, de recherche opérationnelle, de programmation aux ordinateurs, ainsi que des recherches du domaine du projet et de la construction des ordinateurs.

En la même qualité, il a fondé des équipes mixtes de recherche, en la direction des applications des mathématiques à l'économie, à l'industrie, à la chimie, médecine, biologie, etc., en déployant à ce point de vue une activité de pionnier.

Dans le contexte de telles préoccupations, une équipe de mathématiciens, ingénieurs et techniciens a construit, en 1963, l'ordinateur roumain DACCIC-1, auquel a succédé à un intervalle de cinq ans, l'ordinateur de performance accrue DACCIC-200. Ces deux ordinateurs ont été construits sur la base de projets originaux et utilisés à la résolution de nombreux problèmes, posés par des institutions de recherche et par des entreprises du pays.

Comme scientifique, Tiberiu Popoviciu a activement participé au mouvement mathématique national et international, ainsi qu'à l'organisation à Cluj de six Colloques scientifiques sur les thèmes suivants : analyse numérique (1960) ; approximation des fonctions, avec application au calcul numérique (1963) ; théorie des fonctions convexes, avec application au calcul numérique (1965) ; théorie de l'approximation des fonctions (1967) ; théorie de l'interpolation et la notion de convexité (1968) ; théorie constructive des fonctions (1973). Tous ces colloques ont joui d'une large participation, tant nationale qu'internationale ; y ont été abordés d'importants problèmes de la recherche mathématique actuelle.

Au cadre de l'Académie de la République Socialiste Roumanie il a promu des rapports de collaboration entre les équipes de l'Institut de calcul de Cluj et des équipes de mathématiciens d'autres pays : République Démocratique Allemande, République Fédérale Allemande, République Populaire Bulgare, États Unis d'Amérique, France, Hollande, République Populaire Hongroise, République Populaire Polonaise, République Socialiste Tchécoslovaque, Union Soviétique, République Socialiste Fédérative Yougoslavie. Il a personnellement visité plusieurs de ces équipes, qui ont à leur tour visité, par des délégations, l'Institut de calcul de Cluj. Ces visites réciproques ont donné lieu à d'utiles échanges et ont conduit à l'élaboration de travaux portant sur des problèmes communs de recherche.

Par ses résultats remarquables, compris dans 300 travaux, études et monographies, Tiberiu Popoviciu s'est imposé comme un spécialiste de taille mondiale dans des domaines tels que : analyse mathématique, analyse numérique, théorie de l'approximation, algèbre, théorie des nombres, équations fonctionnelles. Les recherches qu'il a entreprises dans ces domaines ont conduit, entre autres, à la constitution de la théorie des fonctions convexes d'ordre supérieur. Cette théorie a rendu possible l'abord et l'étude en profondeur de certains problèmes centraux du domaine de la théorie de l'approximation, de l'analyse fonctionnelle, de l'analyse numérique. L'idée centrale qui se trouve à la base de cette théorie est l'étude du comportement des fonctions définies sur un ensemble linéaire donné, par rapport à l'ensemble des polynômes de degré donné  $n \geq 0$ . Cette idée, intimement liée à l'interpolation par polynômes, l'a conduit à l'élaboration d'une méthode très efficace de recherche dans le domaine de l'analyse mathématique. La méthode a été appliquée systématiquement, tant par son auteur, que par ses élèves, à l'étude des procédés d'approximation de l'analyse, à l'étude du problème polylocal relatif aux équations différentielles, à l'étude de certains problèmes du domaine de l'analyse fonctionnelle et de la théorie constructive des fonctions.

En ce qui concerne les fonctions convexes d'ordre  $n$ , Tiberiu Popoviciu a suivi plusieurs directions de recherches, parmi les quelles nous mentionnons les suivantes : décompositions de l'ensemble de définition d'une telle fonction, en sousensembles consécutifs, sur lesquels la fonction se comporte d'une manière précisée ; inégalités vérifiées par les fonctions d'ordre  $n$  ; approximation et la meilleure approximation des fonctions d'ordre  $n$  ; certaines propriétés différentielles, etc.

Une partie de ses résultats dans le domaine de la théorie des fonctions convexes d'ordre supérieur ont été systématisés dans sa monographie „*Les fonctions convexes*”, parue à Paris, en la collection „Actualités scientifiques et industrielles”, en 1944. Nous mentionnons ci-dessous quelques — uns de ces résultats :

Chaque fonction réelle  $f$ , à  $n$ -ième variation bornée est la différence de deux fonctions non-concaves, d'ordre  $n - 1$ , dont la variation totale d'ordre  $n$  ne dépasse pas la variation totale de la fonction  $f$ .

Ce résultat constitue une généralisation du théorème classique de C. Jordan, qui s'obtient en y faisant  $n = 1$ .

En ce qui concerne le prolongement des fonctions d'ordre  $n$ , Tiberiu Popoviciu démontre que, en général, pour  $n > 1$ , le problème n'admet des solutions, que dans certaines conditions précisées.

Plusieurs travaux de Tiberiu Popoviciu sont consacrés à l'étude locale des fonctions d'ordre  $n$ , ainsi qu'à leur étude globale, au cas où le domaine de définition est un intervalle fermé, ou plus généralement — un ensemble compact. Dans cet ordre d'idées, un rôle essentiel est joué par la notion de fonction  $(n + 1)$ -valente par rapport à l'ensemble des polynômes de degré  $n$ . À cette notion se rattachent diverses généralisations ultérieures de la notion de fonction convexe. Il est à relever le fait que ces idées et résul-



tats, ont constitué le noyau et le point de départ dans l'élaboration de la théorie, connue aujourd'hui sous le générique de „théorie des fonctions spline”, théorie, qui devait fasciner la recherche mathématique contemporaine. Ces fonctions ont été introduites, sous une autre dénomination et étudiées par Tiberiu Popoviciu, dans un travail, publié dans la revue „Mathematica” (Cluj), en 1943, le travail en question ayant comme objet, l'étude de l'approximation des fonctions convexes d'ordre supérieur.

Dans les recherches de Tiberiu Popoviciu, une place importante revient aux inégalités vérifiées par les fonctions convexes d'ordre  $n$ , ainsi qu'aux propriétés de dérivabilité de telles fonctions. Dans cette direction, l'auteur a obtenu des inégalités, qui généralisent les inégalités classiques de V. A. Markov et S. N. Bernstein. Les inégalités en question se rapportent aux fonctions d'ordre  $n$  ( $n > 2$ ), bornées.

Plusieurs démonstrations s'appuient sur ses théorèmes de la moyenne, concernant les différences divisées habituelles, ainsi que les différences divisées superposées et certaines formules spéciales. L'application de ces théorèmes à l'étude de la forme des fonctionnelles linéaires, qui interviennent dans divers procédés d'approximation de l'analyse, l'a conduit à l'élaboration d'une théorie unitaire du reste des procédés respectifs, ainsi qu'à l'élaboration d'une remarquable méthode d'étude de la structure analytique de ce terme. Sous une forme quelque peu particularisée, son principal résultat dans cette direction peut être formulé de la manière suivante :

Si  $A$  est une fonctionnelle linéaire (additive et homogène), défini sur l'espace  $C[a, b]$  des fonctions réelles, continues sur un intervalle donné  $[a, b]$  et si la fonctionnelle  $A$  vérifie les conditions :

$$(1) \quad A[1] = A[x] = \dots = A[x^n] = 0, \quad A[x^{n+1}] \neq 0,$$

(2)  $A[f] \neq 0$ , pour chaque fonction convexe d'ordre  $n$  sur  $[a, b]$ , alors a lieu la formule de représentation

$$(3) \quad A[f] = K[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+2}; f],$$

où  $K = A[x^{n+1}]$  est une constante, tandis que  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+2}$  sont des noeuds distincts, appartenant à l'intervalle  $[a, b]$  (Ces noeuds dépendent en général de la fonction  $f$ ). Dans la formule (3) on a désigné par  $[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+2}; f]$  la différence divisée d'ordre  $n+1$  de la fonction  $f$ , sur les noeuds  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+2}$ .

Si la condition (2) n'est pas remplie, alors, au lieu de la formule (3), on a

$$(4) \quad A[f] = K[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+2}; f] - K'[\xi'_1, \xi'_2, \dots, \xi'_{n+2}; f],$$

où  $K$  et  $K'$  sont des constantes positives, dont les valeurs sont déterminées, tandis que  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+2}; \xi'_1, \xi'_2, \dots, \xi'_{n+2}$  sont deux groupes de noeuds distincts de l'intervalle  $[a, b]$ , qui dépendent, en général, de la fonction  $f$ .

L'auteur a appliqué d'une manière systématique cette méthode à l'étude de la structure du reste des différentes formules de dérivation et intégration numérique, en obtenant, dans cette direction, une série de résultats fondamentaux. Ces recherches ont été étendues par ses élèves au cas non-linéaire. On a obtenu des théorèmes généraux de la moyenne, qui ont ouvert de nouvelles perspectives à l'étude de la structure du reste de certaines formules non-linéaires, de même qu'au domaine de l'analyse fonctionnelle. Appliquées à la théorie des équations différentielles, ces recherches ont fourni le fondement théorique de la méthode d'intégration numérique de Tchaplyguine. En même temps, elles ont conduit à l'élaboration d'une théorie comparative des ensembles interpolatoires et ont permis de préciser le comportement de l'élément de la meilleure approximation d'une fonction convexe, par rapport à certains „ensembles comparables”.

Au domaine de la théorie de l'approximation des fonctions continues par des polynômes, Tiberiu Popoviciu écrit en 1937 la première monographie en langue roumaine, consacrée à ce sujet. Y sont présentés, en une vision originelle, des résultats concernant la théorie de la meilleure approximation, ainsi que les polynômes de Bernstein. Dans le même livre, Tiberiu Popoviciu aborde, entre autres, le problème intéressant de la conservabilité de l'allure des fonctions par les opérateurs polynomiaux de Bernstein. Cette idée devait le conduire, par la suite, à ses remarquables recherches concernant la conservation des propriétés d'allure de convexité par des procédés d'interpolation généralisés. Environ à la même période, Tiberiu Popoviciu obtient son important résultat, concernant la convergence de la suite d'opérateurs de Bernstein, résultat qui allait constituer le noyau de la méthode de recherche bien connue, utilisée par la suite, par plusieurs mathématiciens de notoriété, à l'étude de la convergence des suites d'opérateurs linéaires et positifs.

Plusieurs travaux de Tiberiu Popoviciu sont consacrés à l'étude des propriétés fonctionnelles des polynômes, à l'étude des pseudo-polynômes, aux équations fonctionnelles, à l'étude de la distribution des racines des équations algébriques, ainsi qu'à des généralisations de la notion de convexité. D'autres travaux sont consacrés à l'estimation des erreurs de calcul en interpolation par polynômes, ainsi qu'à des considérations théoriques ayant trait à l'utilisation pratique de certains procédés usuels de calcul. Les résultats dans ce domaine sont présentés, sous une forme systématique dans le volume paru récemment sous le titre „Analyse numérique. Notions de calcul approximatif”. Ce livre, qui ouvre la collection de travaux du domaine „Théorie du calcul, analyse numérique et informatique”, initiée par Tiberiu Popoviciu au cadre des Éditions de l'Académie de la République Socialiste Roumanie, constitue une synthèse de ses recherches et de sa vaste expérience, accumulée au cadre d'une prodigieuse activité, déployée dans un domaine, dans lequel il a travaillé avec une compétence et une passion hors ligne.

Le professeur et le scientifique Tiberiu Popoviciu s'est également acquis de grands mérites en sa qualité de président de la Filiale de Cluj

de la Société des Sciences Mathématiques de la République Socialiste de Roumanie.

Profondément ému par le décès de l'académicien Tiberiu Popoviciu, le Comité de Rédaction apporte un pieux hommage à la mémoire de son illustre membre et exprime son profond regret d'une grande perte pour la science et l'enseignement de Roumanie.

*Le Comité de Rédaction*