MATHEMATICA — REVUE D'ANALYSE NUMÉRIQUE
ET DE THÉORIE DE L'APPROXIMATION
L'ANALYSE NUMÉRIQUE ET LA THÉORIE DE L'APPROXIMATION
Tome 9, N° 2, 1980, pp. 189—193

LA REPRÉSENTATION NOMOGRAPHYQUE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES D'ÉQUATIONS PAR DES NOMOGRAMMES À TRANSPARENT ORIENTÉ AVEC DES FAMILLES DES LIGNES CÔTÉES

par
GH. D. IONESCU, POLIANA BOŞILCĂ, DARIA DUMITRAŞ
(Cluj-Napoca)

1. Les nomogrammes à transparent orienté avec des familles de lignes côtées dans un des planes du nomogramme permettent une extension considérable des possibilités de représentation des systémes d'équations avec un nombre assez grand de variables.

Dans cette idée, en [3] on a demontré les théorèmes générals de représentation des systèmes à n équations avec $2n + 2$ variables de la forme

$$F_i(f_1 + f_2 + f_{2i+1},\ g_1 + g_2 + g_{2i+1}\,;\ \alpha_{2i+2}) = 0\,; \qquad (1)$$
$$i = 1, 2, \ldots, n\,;\ n \geqslant 2,$$

ainsi que des systèmes à n équations avec $3n + 4$ variables de la forme

$$F_i(f_{1,2} + f_{3,4} + f_{3i+2,\,3i+3},\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_{3i+2,\,3i+3}\,;\ \alpha_{3i+4}) = 0\,; \qquad (2)$$
$$i = 1, 2, \ldots n\,;\ n \geqslant 2$$

par des nomogrammes à transparent orienté avec des familles de lignes côtées.

La formule de structure de ces nomogrammes est

$$P'_2 \models\!\dashv P_1\,;\ D_1 \mid\mid D_2\,;\quad P_{2i+1} \vdash\!\dashv \gamma'_{2i+2} \qquad (3)$$

pour les systèmes (1), et

$$P_{3,4} \models\!\dashv P'_{1,2}\,;\ D' \mid\mid D\,;\quad P_{3i+2,\,3i+3} \vdash\!\dashv \gamma'_{3i+4} \qquad (4)$$

pour les systèmes (2).

Les fonctions qui entrent dans la composition des ces systèmes satisfont les conditions de J. C. BELGRANO [2] pour représenter les éléments composants d'un nomogramme à transparent orienté.

Les nomogrammes à transparent orienté avec des familles de lignes côtées peuvent être appliqués même pour la représentation des systèmes à n équations avec k variables, oú

$$2n + 2 \leqslant k \leqslant 3n + 4 \tag{5}$$

2. Soit maintenant la classe des systèmes d'équations

$$\begin{cases} F_1(f_{1,2} + f_{3,4} + f_5,\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_5;\ \alpha_6) = 0 \\ F_2(f_{1,2} + f_{3,4} + f_7,\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_7;\ \alpha_8) = 0 \\ F_3(f_{1,2} + f_{3,4} + f_9,\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_9;\ \alpha_{10}) = 0 \end{cases} \tag{6}$$

Ces systèmes appartiennent à la forme générale (1) pour $n = 3$ $k = 10$ et donc peuvent être représenter par un nomogramme à transparent orienté avec des familles de lignes côtées.

Les systèmes donnés mettent en évidence les éléments composants du nomograme ainsi que sa formule de structure. On a ainsi les champs binaires (α_1, α_2) et (α_3, α_4), le premier dans le plan mobile (π') et le deuxieme dans le plan fixe (π), ainsi que les échèlles des variables α_5, α_7 et α_9 du plan fixe. Les familles de lignes côtées du nomogramme sont

$$\begin{aligned} &(\gamma_6)\ F_1(x, y;\ \alpha_6) = 0 \\ &(\gamma_8)\ F_2(x, y;\ \alpha_8) = 0 \\ &(\alpha_{10}) F_3(x, y;\ \alpha_{10}) = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

dans le plan mobil (π'). La formule de structure correspondente est

$$\begin{gathered} P'_{1,2} \models\!\!\mid P_{3,4};\ D' \parallel D \\ P_5 \vdash\!\dashv \gamma'_6;\quad P_7 \vdash\!\dashv \gamma'_8;\quad P_9 \vdash\!\dashv \gamma'_{10}, \end{gathered} \tag{8}$$

où

$$\begin{aligned} &P_{1,2}(f_{1,2},\ -g_{1,2}) \in (\alpha_1\ \alpha_2) \\ &P_{3,4}(-f_{3,4},\ -g_{3,4}) \in (\alpha_3, \alpha_4) \\ &P_5 \in (\alpha_5);\ P_7 \in (\alpha_7);\ P_9 \in (\alpha_9) \\ &\gamma'_6 \in (\gamma_6);\ \gamma'_8 \in (\gamma_8);\ \gamma'_{10} \in (\gamma_{10}). \end{aligned} \tag{9}$$

Les courbes γ'_6, γ'_8, γ'_{10} appartiennent aux familles précisées et sont d'écots donnés ou qui vont être déterminés.

Le nomogramme du systeme (6) (fig. 1) determine les valeurs numériques de trois variables, étant données les autres sept.

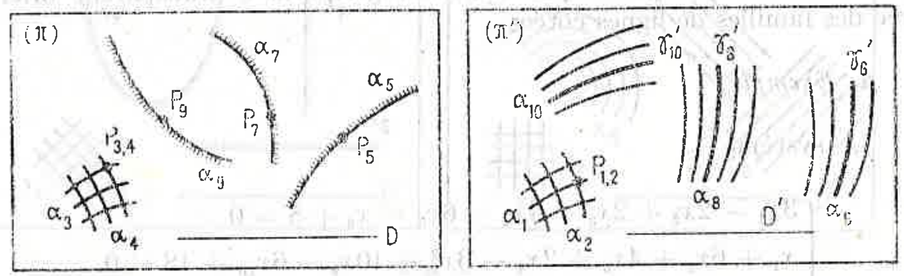

Fig. 1.

3. Le système

$$\begin{cases} f_1 + f_3 + f_5 + f_6 = 0 \\ f_1 + f_2 + f_3 + f_7 + f_8 = 0 \\ f_2 + f_4 + f_9 + f_{10} = 0 \end{cases} \tag{10}$$

peut être représenter par un nomogramme à transparent orienté avec *des familles de droits* dans le plan mobile, d'équations

$$(D_6)\ u + f_6 = 0;\quad (D_8)\ \ u + v + f_8 = 0;\quad (D_{10})\ \ v + f_{10} = 0. \tag{11}$$

Les échèlles des variables α_5, α_9 et α_7 du plan fixe ont pour support *des droits*, respectivement les axes du repère et la prémière bissectrice.

Le nomogramme correspondant (fig. 2) à la même formule de structure (8) avec la précision que $P_{3,4}$ et P_7 ont les coordonnées $(-f_3,\ -f_4)$ et $\frac{1}{2}f_7$, $\frac{1}{2}f_7)$

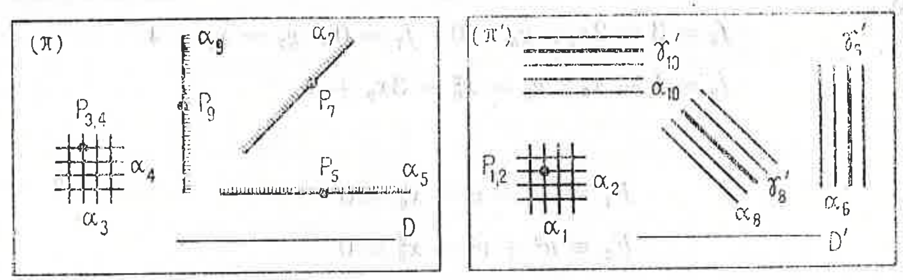

Fig. 2

Dans [4] on a étudié le cas $n = 3$, $k = 9$, dans [5] le cas $n = 3$, $k = 8$ et $k = 13$ et dans [6] les systèmes de trois équations à onze variables qui peuvent être repreésenter par des nomogrammes à transparent orienté avec des familles de lignes côtées.

4. *Exemple*

Le système

$$(12)\quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 6x_5 - x_6 + 5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 3x_9^2 - 10x_9 - 6x_{10} + 18 = 0 \\ x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_4 + x_7^2 + 2x_1x_3 - 2x_1x_4 + 4x_2x_3 + \\ \quad +4x_2x_4 + 4x_2x_7 + 2x_3x_7 + 2x_4x_7 - 2x_1 - 12x_2 - \\ \quad - 8x_3 - 4x_4 - 6x_7 - x_8 + 10 = 0 \end{cases}$$

peut être écrit sous la forme

$$(13)\quad \begin{cases} [(x_1 - 2) + (x_3 - x_4 + 1) + (3 - 2x_5)] - \\ \quad - [(3 + 2x_2) + (x_3 + x_4 - 2) + 0] - x_6 = 0 \\ [(x_1 - 2) + (x_3 - x_4 + 1) + (1 - x_9)] + 3[(3 - 2x_2) + \\ \quad + (x_3 + x_4 - 2)(x_9^2 - 3x_9 + 5)] - 6x_{10} = 0 \\ [(x_1 - 2) + (x_3 - x_4 + 1) + 0]^2 + [(3 + 2x_2) + \\ \quad + (x_3 + x_4 - 2) + (x_7 - 4)]^2 - x_8^2 = 0 \end{cases}$$

On déduit donc que ce système appartient à la clasee (6) pour

$$(14)\quad \begin{aligned} & f_{1,2} = x_1 - 2 \,;\; g_{1,2} = 3 + 2x_2 \\ & f_{3,4} = x_3 - x_4 + 1 \,;\; g_{3,4} = x_3 + x_4 - 2 \\ & f_5 = 3 - 2x_5 \,;\; g_5 = 0 \,;\; f_7 = 0 \,;\; g_7 = x_7 - 4 \\ & f_9 = 1 - x_9 \,;\; g_9 = x_0^2 - 3x_9 + 5 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} F_1 &\equiv 3u - v - x_6 = 0 \\ F_2 &\equiv u^2 + v^2 - x_8^2 = 0 \\ F_3 &\equiv u + 3v - 6x_{10} = 0 \end{aligned}$$

Le nomogramme est donc (fig. 3)

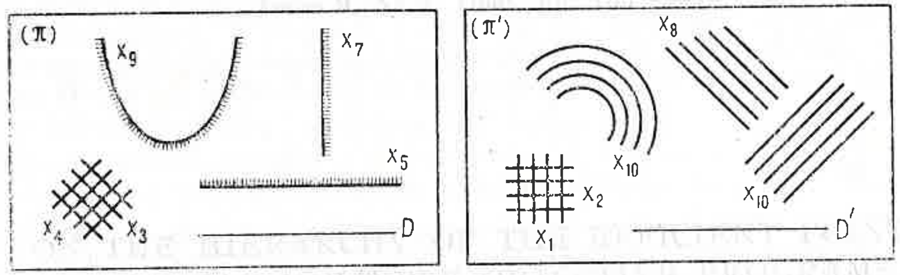

Fig. 3.

avec la formule de structure

$$(16)\quad \begin{aligned} & D' \,||\, D \,;\quad (x_3, x_4) \,|{=}|\, (x_1, x_2) \,; \\ & (x_5) \vdash\!\dashv (x_6) \,;\quad (x_7) \vdash\!\dashv (x_8) \,;\quad (x_9) \vdash\!\dashv (x_{10}). \end{aligned}$$

BIBLIOGRAPHIE

[1] Boulanger, G. R., *Contributions à la théorie générale des abaques à plans superposés* Paris, Gauthier-Villars, 1949

[2] Belgrano, J. C., *Tratado de nomografia.* Madrid. Instituto Tecnico de la Construccion y del cemento, 1953.

[3] Ionescu, Gh. D., *Über einige Systeme von Funktionalgleichungen, die verschiedene Typen von Nomogrammen mit durchsichtiger Ebene kennzeichnen.* Mathematica Vol. 15(38), 1973, pp 43–51.

[4] Ionescu, Gh. D., *Sur les méthodes nomographiques qui caractérisent quelques types de systèmes des équationes.* Mathematica **18** (41), 1, pp. 78–83 (1976).

[5] Ionescu, Gh. D., *Sur l'extension du procédé de W. Margoulis à quelques systèmes de trois équations.* Mathematica. Révue d'analyse numérique et la théorie de l'approximation, 7, 1, pp. 57–59 (1978).

[6] Ionescu, Gh. D., *Sur la représentation d'un système de trois équations fonctionelles par des nomogrammes à transparent orienté.* Buletinul I.P.C.N. (sub tipar).

Reçu le 4. IX. 1980