

L'ANALYSE NUMÉRIQUE ET LA THÉORIE DE L'APPROXIMATION

Tome 9, N° 2, 1980, pp. 221—231

LA CONSTRUCTION AUTOMATIQUE DES NOMOGRAMMES  
AUX DROITS COTÉES POUR LES ÉQUATIONS À TROIS  
VARIABLES

par

MARIA MIHOC

(Cluj)

Le but principal du travail est la construction automatique à l'aide d'un inscripteur graphique couplé à un système de calcul, des nomogrammes à droites pour les équations à trois variables.

1. Dans de nombreux problèmes de la technique, de la physique ou de la médecine interviennent des équations à deux, trois ou plusieurs inconnues qui exigent une résolution répétée, pour différentes limites de variation des inconnues. Dans beaucoup de situations il n'est pas nécessaire d'une très grande précision des résultats ce qui conduit à l'idée de la résolution de ces équations à l'aide des méthodes graphiques mais de celles-ci, les méthodes nomographiques sont incontestablement supérieures comme précision et comme rapidité.

Il est bien connu le fait que chaque type de nomogramme correspond à une classe de fonctions (équations), la caractérisation analytique de ces classes ayant été faite soit par des équations fonctionnelles, soit par des équations à dérivées partielles. Le problème de trouver des conditions de représentation nomographique pour chaque classe est laborieux et difficile. Ainsi, on connaît des classes d'équations qui se représentent nomographiquement par des nomogrammes à droites cotées, à points alignés, à points équidistants, circulaires, à index cruciforme, nomogrammes à plans superposés ou nomogrammes composés.

Les nomogrammes ne sont pas utilisés seulement pour le calcul des variables qui interviennent, mais ils permettent aussi l'étude des relations

fonctionnelles qui ont servi à leur construction, par exemple, de mettre en évidence l'influence de quelques variables sur des autres, de déterminer l'extrême des fonctions, la transformation optimale des nomogrammes ainsi que d'autres nouvelles propriétés.

2. On connaît le fait que n'importe quelle équation à trois variables peut être représentée nomographiquement à l'aide d'une nomogramme à lignes cotées. Un tel nomogramme est formé de trois familles de courbes à un paramètre, concurrentes — desquelles deux des familles sont arbitraires — chaque paramètre correspondant à chaque variable de l'équation.

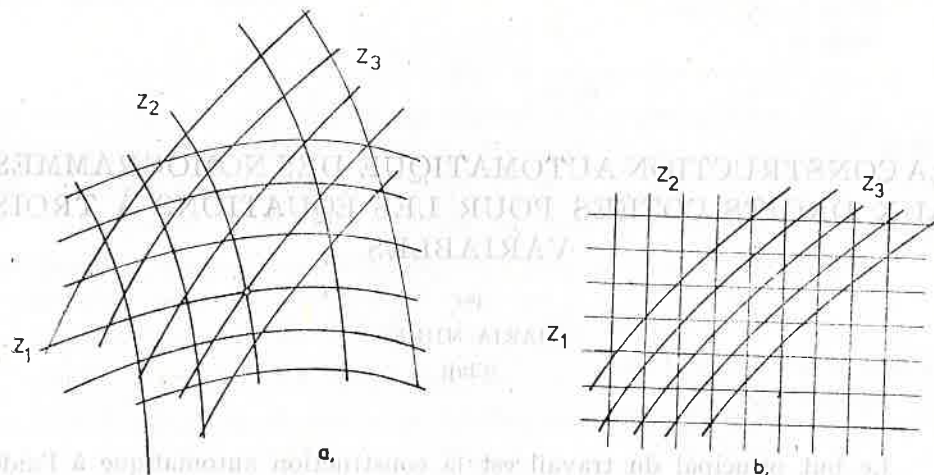


Fig. 1

À l'équation à trois variables

$$(1) \quad F(z_1, z_2, z_3) = 0,$$

où  $F$  est une fonction continue, on attache trois familles de courbes à un paramètre

$$(2) \quad f(x, y, z_1) = 0, \quad g(x, y, z_2) = 0, \quad h(x, y, z_3) = 0,$$

où  $f, g, h$  sont des fonctions continues, même dérivables.

À l'équation (1) on correspond donc les équations des familles des variables  $z_1, z_2, z_3$ , nommées aussi les équations de disjonction. On choisit les premières deux équations de (2); on obtient la dernière en éliminant  $z_1$  et  $z_2$  entre l'équation (1) et les premières deux équations de (2).

Il résulte aussi de la fig. 1 la manière de l'utilisation: par le point de croisement des courbes connues des premières deux familles, on trace une courbe de la troisième famille dont la cote donne la valeur de la variable cherchée.

Ayant en vue l'arbitrairité des deux familles de courbes, nous pouvons les choisir de telle manière que nous soyons conduits à des simplifications

en construction et en utilisation. Ainsi, on peut construire un réseau cartésien où deux des familles de courbes deviennent des familles de droites parallèles à des axes de coordonnées (fig. 1 b). D'habitude les droites contenues dans ces familles sont équidistantes. Parfois, pour que la troisième famille de courbes soit elle-même formée seulement de droites, on renonce à l'équidistance des familles de droites qui forment le réseau cartésien.

Généralement, pour que l'équation (1) puisse être représentée par un nomogramme à droites cotées elle doit admettre une forme équivalente.

$$(3) \quad F(z_1, z_2, z_3) = \begin{vmatrix} f_1(z_1) & g_1(z_1) & h_1(z_1) \\ f_2(z_2) & g_2(z_2) & h_2(z_2) \\ f_3(z_3) & g_3(z_3) & h_3(z_3) \end{vmatrix} = 0.$$

Si (1) peut être amenée à la forme:

$$(4) \quad F(z_1, z_2, z_3) = \begin{vmatrix} f_1(z_1) & g_1(z_1) & 1 \\ f_2(z_2) & g_2(z_2) & 1 \\ f_3(z_3) & g_3(z_3) & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

alors elle peut être représentée nomographiquement par un nomogramme à points alignés, à des échelles des variables situées sur des courbes ou des droites (en trouvant la solution par un simple alignement des cotes des variables connues la courbe de la variable inconnue).

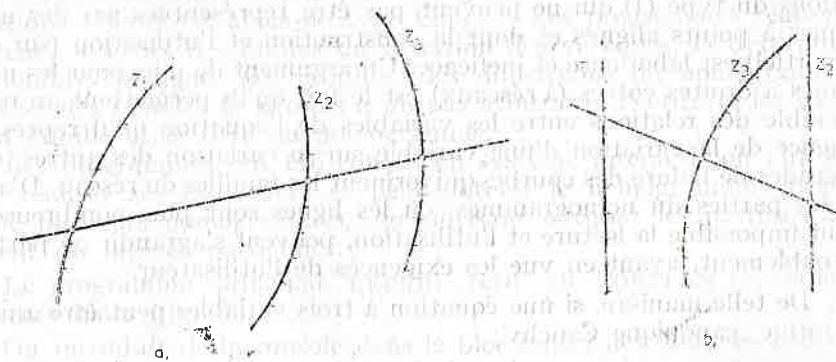


Fig. 2

Le problème de trouver les conditions dans lesquelles l'équation (1) peut être écrite sous la forme (3) ou (4) est connue dans la littérature mathématique sous le nom du problème de l'anamorphose.

L'équivalence des équations (3) et (4) conduit à la conclusion que les équations représentables nomographiquement (qui peuvent être résolues graphiquement) par des nomogrammes à points alignés peuvent être résolues aussi par des nomogrammes à droites cotées. La réciproque est toujours vraie. Au cas des nomogrammes à points alignés pour les équations à trois variables, on connaît six formes canoniques.



3. Même après la détermination de ces conditions de représentation nomographique, donc la détermination des classes d'équations représentables nomographiquement, il nous reste encore à solutionner le problème difficile de construction proprement-dite du nomogramme. La construction des nomogrammes est souvent laborieuse exigeant des connaissances de spécialité ainsi qu'une grande précision dans le tracé et dans la cotation des familles composantes.

Après l'analyse minutieuse des nomogrammes utilisés en pratique on constate que ceux à réseaux sont plus fréquentes.

Pourtant, dans la littérature de spécialité, l'attention est concentrée spécialement sur d'autres types de nomogrammes, à savoir, ceux à points alignés, à points équidistants, à plans superposés (surtout ceux à transparent orienté). L'explication consiste dans le fait qu'on construit et on utilise plus simplement ces types de nomogrammes.

C'est pour cela que le développement rapide des calculateurs électroniques (calculatrices) et plus tard leur dotation avec des inscripteurs graphiques a rendu possible l'adaptation et le développement en concordance avec la nouvelle technique de calcul. C'est une liaison heureuse entre la vieille et la nouvelle technique, une réactualisation de la nomographie [1], [3], [5].

Les calculateurs électroniques ont rendu possible la construction avec aisance de quelques nomogrammes compliqués à droites cotées pour des équations du type (1) qui ne peuvent pas être représentées par des nomogrammes à points alignés et dont la construction et l'utilisation (sur quelques parties) est laborieuse et inefficace. Un argument de plus pour les nomogrammes à droites cotées (à réseaux) est le fait qu'ils permettent un regard d'ensemble des relations entre les variables de l'équation qu'il représente, l'influence de la variation d'une variable sur la variation des autres, quelques études de l'allure des courbes qui forment les familles du réseau. D'avantage, les parties du nomogrammes, où les lignes sont plus nombreuses et rendent impossible la lecture et l'utilisation, peuvent s'agrandir ou partager convenablement, ayant en vue les exigences de l'utilisateur.

4. De telle manière, si une équation à trois variables peut être amenée à la forme canonique Cauchy :

$$(5) \quad f_1(z_1) \cdot f_2(z_2) + f_2(z_2) \cdot g_3(z_3) + h_3(z_3) = 0,$$

elle peut être représentée par un nomogramme à droites cotées, où à points alignés.

Nous allons démontrer la réalisation de la construction automatique du nomogramme à droites cotées pour les formes Cauchy des équations à trois variables.

Une des équations de type Cauchy, souvent utilisée en pratique est celle de forme :

$$(6) \quad z^m + p \cdot z^n + q = 0.$$

Exemplifions cela pour le cas particulier de l'équation (6) :

$$(7) \quad z^3 + p \cdot z^2 + q = 0,$$

en mentionnant que de la même manière seulement avec de petites modifications on peut obtenir des nomogrammes à droites cotées pour n'importe quelle particularisation du  $m$  et du  $n$  de l'équation (7).

Nous considérons les équations de disjonction, donc les familles de droites équidistantes, parallèles aux axes de coordonnées, au paramètre  $q$ , respectivement  $p$  :

$$(8) \quad x = \mu_1 \cdot q, \quad y = \mu_2 \cdot p,$$

$\mu_1, \mu_2$ , étant les modules des réseaux. Alors, l'équation de la famille de la variable  $z$  sera :

$$(9) \quad \mu_2 \cdot x + \mu_1 \cdot z^2 \cdot y + \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot z^3 = 0,$$

$x, y$  étant les coordonnées courrentes dans le plan  $xOy$ .

5. Les programmes qui constituent l'objet du travail ont été écrits en langage FORTRAN IV et ont été exécutés (traités) sur le minicalculateur NOVA 3/12, en utilisant le plotter COMPILOT DP 1 à l'aide de la bibliothèque de programme DATA PLOT. LB de la dotation de l'Institut de Technologie Isotopique et Moléculaire (I.T.I.M.) Cluj-Napoca. Nous avons réalisé la construction des nomogrammes à droites cotées pour les équations à trois variables de type Cauchy. Les programmes réalisés permettent : le choix des limites de variation des variables, la détermination du nombre de lignes des familles, des dimensions du nomogrammes, la cotation des familles de droites à un pas arbitraire, l'écriture des variables de la famille et le titre du nomogramme.

Les programmes ont été conçus en système interactif où l'utilisateur peut réaliser ses exigences et peut obtenir le nomogramme désiré, où même plusieurs nomogrammes, agrandissant adéquatement les parties qui présentent un intérêt particulier.

Le programme principal REPRE, écrit en FORTRAN IV, comprend plusieurs blocs (fig. 3).

On introduit de la console dans le bloc initial des données concernant la détermination des limites de variation des variables de l'équation, les dimensions du dessin, son encadrement dans la page.

Le deuxième bloc et le troisième trace, cote et écrit les variables des deux premières familles de droites équidistantes, en utilisant les sousprogrammes F 1, F 2, DES 1, DES 3, SCR1, SCR3 (Annexe 1).

Le bloc suivant trace, cote et écrit la variable de la troisième famille de droites avec le sousprogrammes F 3, F 31, F 32, F 33, DES 5, DES 6, DES 7, DES 8, SCR1; et le dernier bloc est utilisé pour l'écriture du titre du nomogramme.

Tandis que pour la construction des droites des premières deux familles n'ont pas apparu des problèmes très compliqués, à la troisième famille,



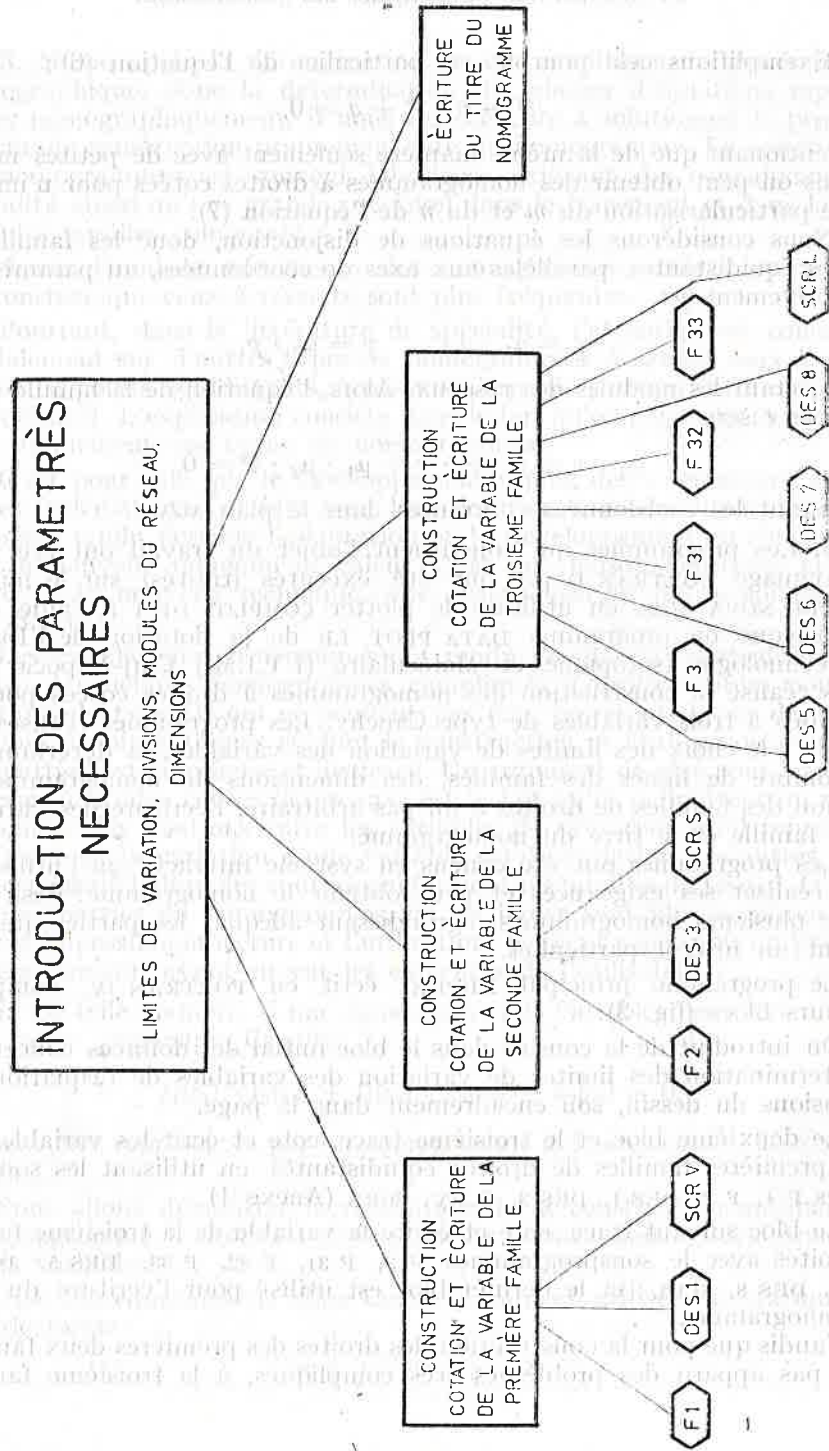


Fig. 3

quoi qu'on ait connu l'équation analytique de la famille, le problème du trace de ces parties de droites qui étaient encadrées dans l'espace du nomogramme dorénavant établi s'impose. Donc il nous intéresse seulement les parties qui étaient superposées sur les premiers deux réseaux.

Une partie du troisième bloc analyse les points de croisement de chaque droite de la famille en précisant „les points d'entrée" et ceux „de sortie" du cadre du dessin. Pour le tracé effectif des droites du réseau il faut faire une translation du système rectangulaire réel de coordonnées  $xOy$ , dans le système cartésien  $XOY$  qui a comme origine, l'origine du plotter. Dans le même but, on a suivi de trouver les équations paramétriques de la droite, en considérant un fascicule de droites ayant le centre dans l'origine du système  $XPOY$  d'équation :  $Y = T \cdot Y$ .

A l'aide des points d'entrée et de sortie des droites, on trouve les valeurs initiales et finales du paramètre du fascicule pour chaque droite.

Ce pas fait, la tracé des droites ne présente aucune difficulté.

Dans les parties de citation des familles de droites du réseau, l'utilisateur peut opter pour la cotation de chaque droite ou seulement à quelques unes d'entre elles suivant une certaine règle. On réalise la citation à l'aide des sousprogrammes DES. Le programme REPRE peut être repris tout qu'il est nécessaire, en obtenant divers nomogrammes représentant la même équation pour différentes limites de variation des variables, mais en diverses situations (fig. 4, 5, 6).

Dans les figures 4 et 6 on remarque surtout la partie où par un point du nomogramme passe trois droites concurrentes toutes de la troisième famille (exceptant le fait que par le même point passent encore des droites des premières deux familles). Ce fait nous donne la possibilité de déterminer graphiquement toutes les trois solutions réelles de l'équation (7) et non seulement une solution comme dans le cas des nomogrammes à points alignés. On distingue aussi, des parties où l'équation a seulement une racine réelle, les autres deux racines complexes pouvant être ignorées dans cette situation.

Le programme REPRE permet aussi de donner diverses formes au cadre du nomogramme, carré (fig. 5), rectangulaire (fig. 4); d'agrandir quelques zones (fig. 6) où les droites se multiplient tout qu'elles rendent difficile l'utilisation de la mémoire. Dans le but d'une utilisation plus commode les droites peuvent être tracées avec des couleurs différentes et plus où moins épaisses.

Le programme peut être utilisé aussi pour d'autres particularisations de l'équation (6) où pour une autre équation de type Cauchy (5), en mentionnant la nécessité de changer les sousprogrammes de type FONCTION convenablement.

6. Nous y avons mentionné seulement un aspect des possibilités du développement de la nomographie, surtout des nomogrammes à points cotés. Il nous reste à aborder les nomogrammes à lignes cotés (courbes) à certains champs binaires, etc. On met aussi sous ce nouveau point de vue, le problème de l'ampleur des classes de nomogrammes à points alignés.



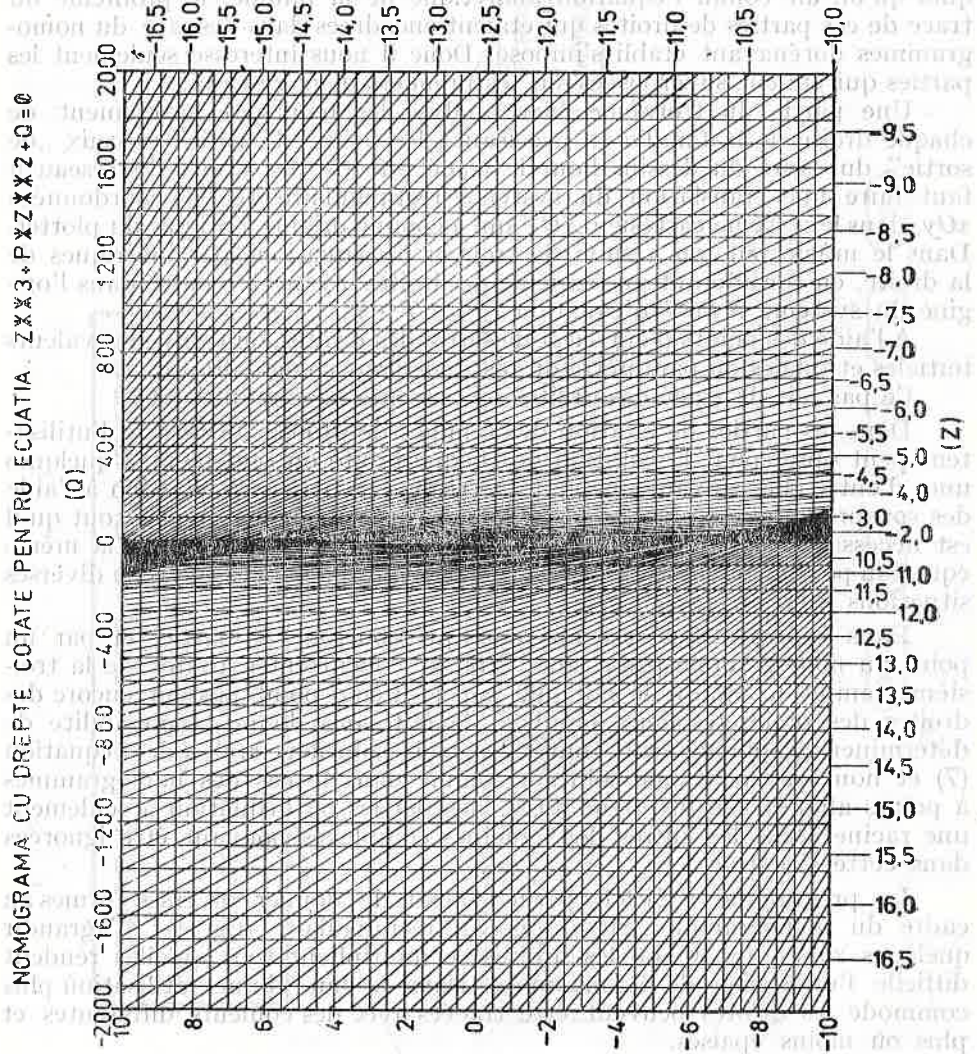


Fig. 4

NOMOGRAMA CU DREPTI COTATE PENTRU ECUATIA  $ZXX^3+PXX^2+Q=0$

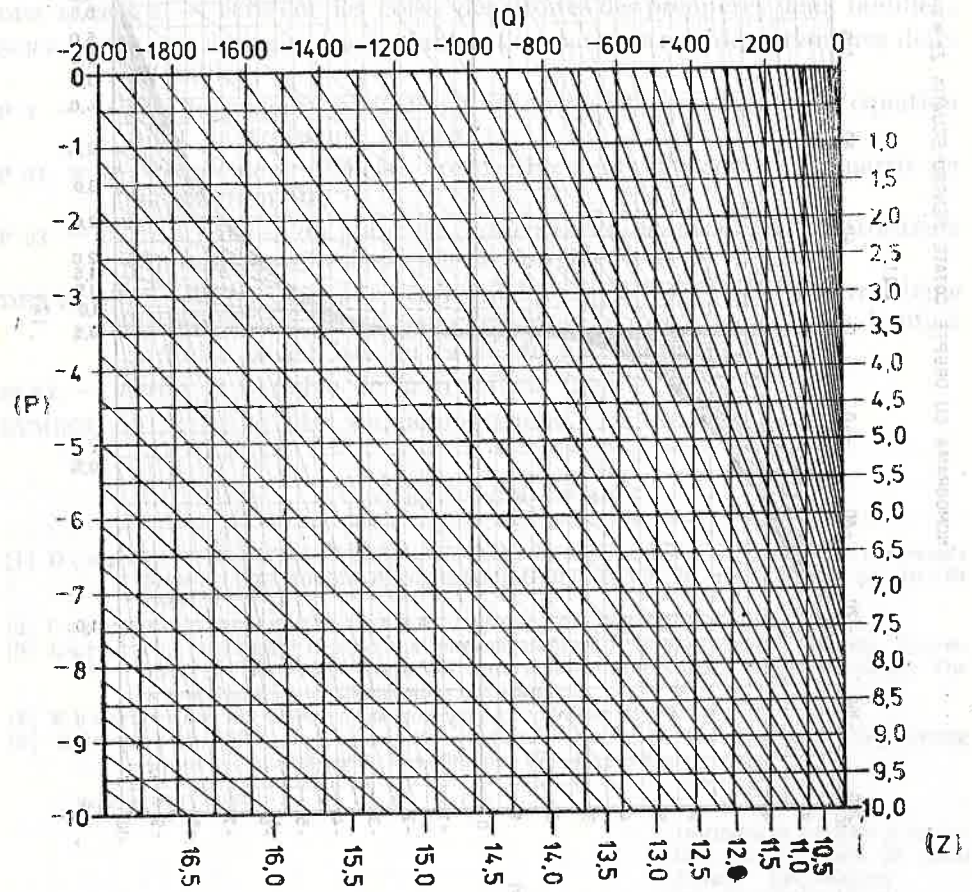


Fig. 5



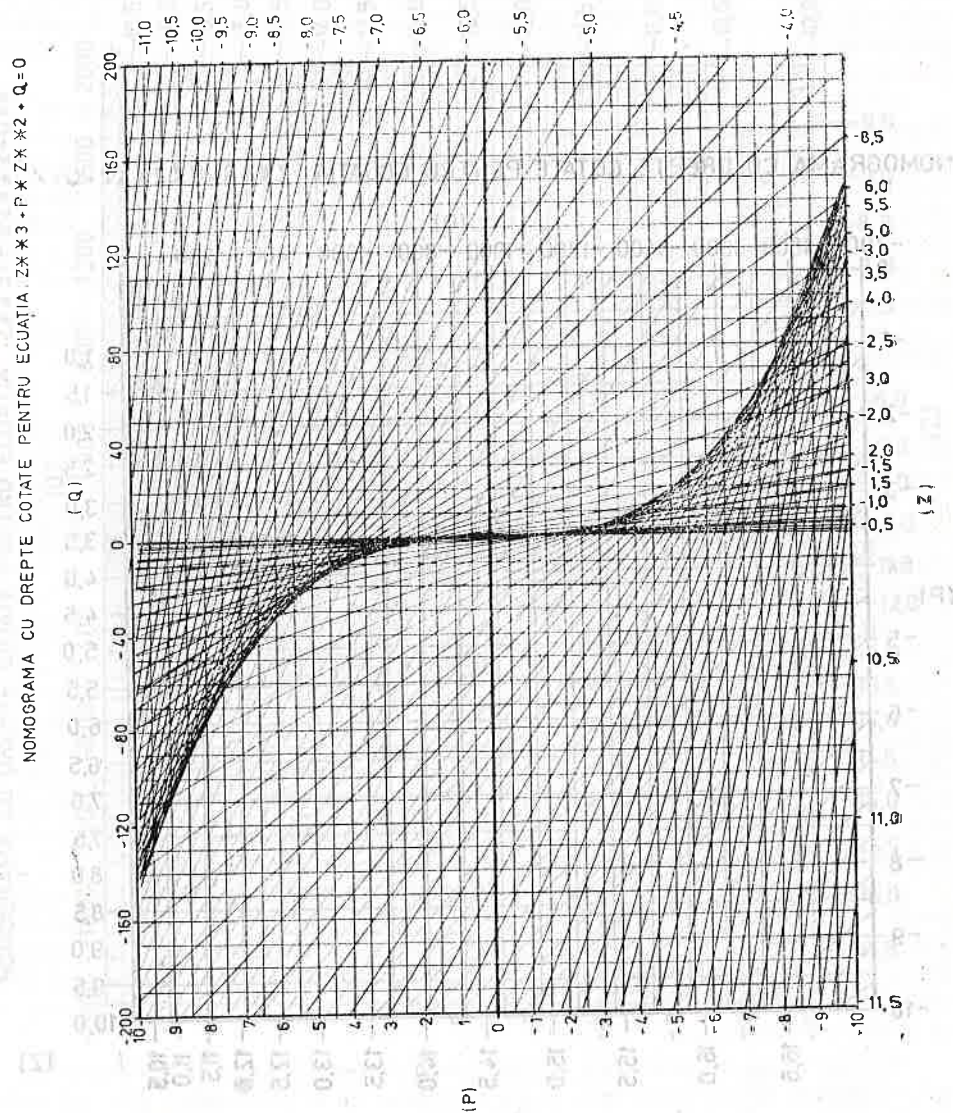


Fig. 6

## ANEXE

La liste des sousprogrammes utilisées dans le programme principal REPRIE

- F 1, F 2 — calculent les valeurs des fonctions qui forment le réseau cartésien régulier;
- DES 1, DES 2 — écrivent les cotés des droites des premières deux familles;
- SCRV, SCRS — écrivent les variables (les paramètres) des premières deux familles;
- F 3 — calcule les valeurs de la fonction du membre gauche de l'équation (9) (la troisième famille);
- F 31, F 32 — calculent l'abscise, respectivement, l'ordonnée, à partir de l'équation (9);
- F 33 — calcule l'abscise du point du croisement d'une droite de la troisième famille avec le fascicule de l'origine;
- DES 5, DES 6, DES 7, DES 8 — écrivent les cotes des droites de la troisième famille, les cotes peuvent être écrites à gauche, en haut, à droite ou en bas du cadre du nomogramme;
- SCRL — écrite la variable de la troisième famille;
- SYMBOL — écrite le titre du nomogramme.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Douglas P. Adams, *Nomographic-electronic computation a new graphic for tomorrow's problems*, The Journal of Engineering Graphice, Vol. 28, nr. 1, Ser. 82, pp. 16-24 (1964).
- [2] Lascu Bal, Francisc Radó, *Leții de nomografic*. Ed. Tehnică, 1957.
- [3] Lars Kjellidahl, *Design and implementation of a nomogram drawing system*, TRITA-NA-7803, Dept. of Information Processing Computer Science, The Royal Institute of Technology, Stockholm.
- [4] Khovanski G., *Eléments de nomographie*, Moscou, 1979.
- [5] Edward V. Mochel, *Computer produced nomographs*, The Journal of Engineering Graphice, Vol. 33, nr. 1, Ser. 98, pp. 37-41 (1969).

Reçu le 11. IV. 1980

Institutul de cercetări și proiectări pentru tehnică de calcul  
 Filiala Cluj-Napoca  
 Str. Soporului 49-51  
 3400 Cluj-Napoca, Romania