MATHEMATICA — REVUE D'ANALYSE NUMÉRIQUE
ET DE THÉORIE DE L'APPROXIMATION
L'ANALYSE NUMÉRIQUE ET LA THÉORIE DE L'APPROXIMATION
Tome 12, N° 1, 1983, pp. 55—59

SUR LA REPRÉSENTATION DE QUELQUES SYSTEMES DE QUATRE ÉQUATIONS PAR DES NOMOGRAMMES À PLANS SUPERPOSÉS AVEC DES FAMILLES DE LIGNES CÔTÉES

par
GH. D. IONESCU, POLIANA BOȘILCĂ, DARIA DUMITRAȘ et VIORICA NEGRU
Cluj-Napoca

On est bien connu que les nomogrammes avec des familles de lignes côtées sont très pratiques ; parce qu'on peut utiliser des méthodes éléctroniques pour les tracer, leurs précision est améliorée.

THÉORÊME 1. *Si un système de quatre équations a dix variables peut être transformé sous la forme*

$$
(1)\qquad \begin{cases} F_1(f_1 + f_2 + f_4,\ g_1 + g_2 + g_4\ ;\ h_3) = 0 \\ F_2(f_1 + f_2 + f_6,\ g_1 + g_2 + g_6\ ;\ h_5) = 0 \\ F_3(f_1 + f_2 + f_8,\ g_1 + g_2 + g_8\ ;\ h_7) = 0 \\ F_4(f_1 + f_2 + f_{10},\ g_1 + g_2 + g_{10}\ ;\ h_5) = 0, \end{cases}
$$

où les fonctions composantes satisfont les conditions de Belgrano [2], *alors lui corresponde un nomogramme à plans superposés, fig.* 1, *avec des familles de lignes côtées dans le plan mobile* (π').

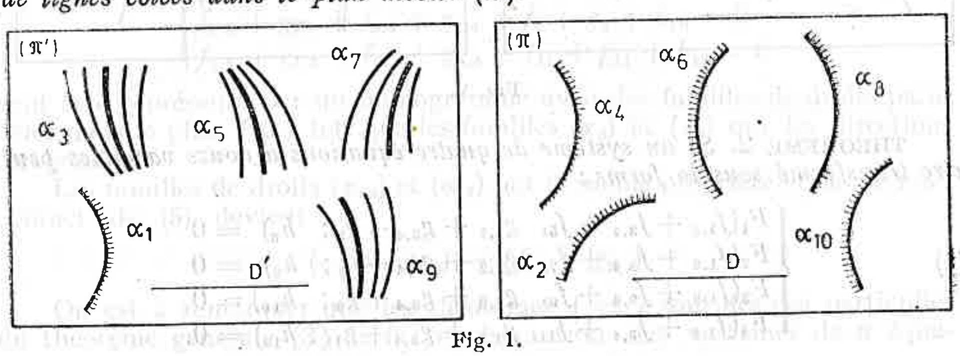

Fig. 1.

En effet, le système (1) met en évidence les éléments composants d'un nomogramme à transparent orienté et sa formule de structure

$$
(2)\quad
\begin{aligned}
&(f_1, g_1)\,|{=}|\,(-f_2, -g_2)\,;\ D' \parallel D\\
&(f_4, g_4)\,|{-}|\,\Gamma_3\,;\quad (f_6, g_6)\,|{-}|\,\Gamma_5\\
&(f_8, g_8)\,|{-}|\,\Gamma_7\,;\ (f_{10}, g_{10})\,|{-}|\,\Gamma_9,
\end{aligned}
$$

où

$$\Gamma_3 \in (\alpha_3)\,;\quad \Gamma_5 \in (\alpha_5)\,;\quad \Gamma_7 \in (\alpha_7)\,;\quad \Gamma_9 \in (\alpha_0)$$

Le nomogramme détermine les valeurs numériques à quatre variables, étant données les autres six.

Si les fonctions F_1, F_2, F_3, F_4 sont linéaires, alors le nomogramme contient des familles de droits, très facille à construire et à utiliser. Ainsi pour le système

$$
(3)\quad
\begin{cases}
f_1 + f_2 + f_4 + h_3 = 0\\
g_1 + g_2 + g_6 + h_5 = 0\\
f_1 + g_1 + f_2 + g_2 + f_8 + g_8 + h_7 = 0\\
f_1 - g_1 + f_2 - g_2 + f_{10} - g_{10} - h_9 = 0
\end{cases}
$$

corresponde un nomogramme à transparent orienté avec la même formule de structure (2), où les familles sont des droits parallèles à l'axe des ordonnées (α_3), des droits parallèles à l'axe des abscisses (α_5), des droits de pente $m = -1$ (α_7) et droits de pente $m = 1$ (α_9) (fig. 2).

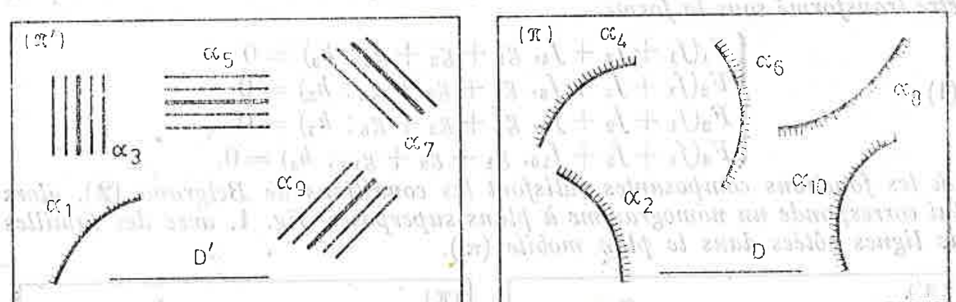

Fig. 2.

THEOREME 2. *Si un système de quatre équations a douze variables peut etre transformé sous la forme :*

$$
(4)\quad
\begin{cases}
F_1(f_{1,2} + f_{3,4} + f_5,\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_5\,;\ h_6) = 0\\
F_2(f_{1,2} + f_{3,4} + f_7,\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_7\,;\ h_8) = 0\\
F_3(f_{1,2} + f_{3,4} + f_9,\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_9\,;\ h_{10}) = 0\\
F_4(f_{1,2} + f_{3,4} + f_{11},\ g_{1,2} + g_{3,4} + g_{11}\,;\ h_{12}) = 0.
\end{cases}
$$

où les fonctions composantes satisfont les mêmes conditions de Belgrano, alors ce système peut être représenté par le nomogramme à transparent orienté (fig. **3***) avec des familles de lignes côtées dans un des plans du nomogramme.*

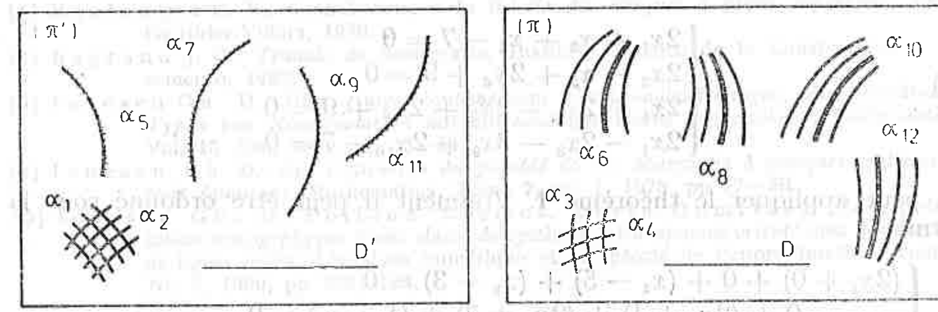

Fig. 3.

Vraiment, le système (4) met en évidence les champs binaires (α_1, α_2) et (α_3, α_4), un dans le plan mobile et l'autre dans le plan fixe du nomogramme, ainsi que les échelles α_5, α_7, α_9, α_{11} du plan mobile et les familles (α_6), (α_8), (α_{10}) et (α_{12}) du plan fixe.

La formulle de structure et celle d'un nomogramme à transparent orienté

$$
(5)\quad
\begin{aligned}
&(-f_{1,2}, -g_{1,2})\,|{=}|\,(f_{3,4}, g_{3,4})\,;\ D' \parallel D\\
&(f_5, g_5)\,|{-}|\,\Gamma_6\,;\ (f_7, g_7)\,|{-}|\,\Gamma_8\\
&(f_9, g_9)\,|{-}|\,\Gamma_{10}\,;\ (f_{11}, g_{11})\,|{-}|\,\Gamma_{12},
\end{aligned}
$$

où

$$\Gamma_6 \in (\alpha_6)\,;\quad \Gamma_8 \in (\alpha_8)\,;\quad \Gamma_{10} \in (\alpha_{10})\,;\quad \Gamma_{12} \in (\alpha_{12})$$

En particuler, le système

$$
(6)\quad
\begin{cases}
f_{1,2} + f_{3,4} + f_5 + h_6 = 0\\
g_{1,2} + g_{3,4} + g_7 + h_8 = 0\\
f_{1,2} + g_{1,2} + f_{3,4} + g_{3,4} + f_9 + g_9 + h_{10} = 0\\
f_{1,2} + g_{1,2} + f_{3,4} + g_{3,4} + f_{11} + g_{11} + h_{12} = 0
\end{cases}
$$

peut être représenté par un nomogramme avec des familles de droits parallèles dans le plan fixe, tels que les familles (α_6) et (α_8) ont les directions ortogonalles.

Les familles de droits (α_{10}) et (α_{12}) ont la même propriété et le premier contact de (5) devient

$$(-f_{1,2}, g_{1,2})\,|{=}|\,(f_{3,4} - g_{3,4})$$

On est a remarquer que les théorèmes 1 et 2 sont des cas particulier du théorème générale [3] de la représentation des systèmes de n équations avec k variables, où $2n + 2 \leqslant k \leqslant 3n + 4$; le premier pour $n = 4$, $k = 10$, et le deuxième pour $n = 4$, $k = 12$.

Exemple Pour le système

$$(7)\quad \begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 - 7 = 0 \\ 2x_2 - x_5 + 2x_6 + 9 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_7 + 2x_8 + 9 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_9 + 2x_{10} - 7 = 0 \end{cases}$$

on peut appliquer le théorème 1. Vraiment il peut être ordonné sous la forme

$$(8)\quad \begin{cases} (2x_1 + 0) + 0 + (x_4 - 5) + (x_3 - 3) = 0 \\ \qquad 0 + (2x_2 + 1) + (2x_6 + 7) + (1 - x_5) = 0 \\ (2x_1 + 1) + 0 + 0 + (2x_2 + 1) + (x_8 + 1) + (x_8 + 1) + (2x + 5) = 0 \\ (2x_1 + 1) - 0 + 0 - (2x_2 + 1) + (x_{10} - 3) - (3 - x_{10}) - (3x_9 + 1) = 0, \end{cases}$$

d'où on voit qu'il appartient à la classe (3), pour

$$(9)\quad \begin{array}{llll} f_1 = 2x_1 + 1\,; & f_2 = 0\,; & g_1 = 0 & g_2 = 2x_2 + 1 \\ h_3 = x_3 - 3\,; & f_4 = x_4 - 5\,; & h_5 = 1 - x_5\,; & g_6 = 2x_6 + 7 \\ h_7 = 2x_7 + 5\,; & f_8 = 1 + x_8\,; & g_8 = 1 + x_8 & \\ h_9 = 3x_9 + 1\,; & f_{10} = x_{10} - 3\,; & g_{10} = 3 - x_{10}. & \end{array}$$

Donc les échèlles du plan fix (π) ont des supports rectilignes. Le nomogramme corespondant (fig. 4)

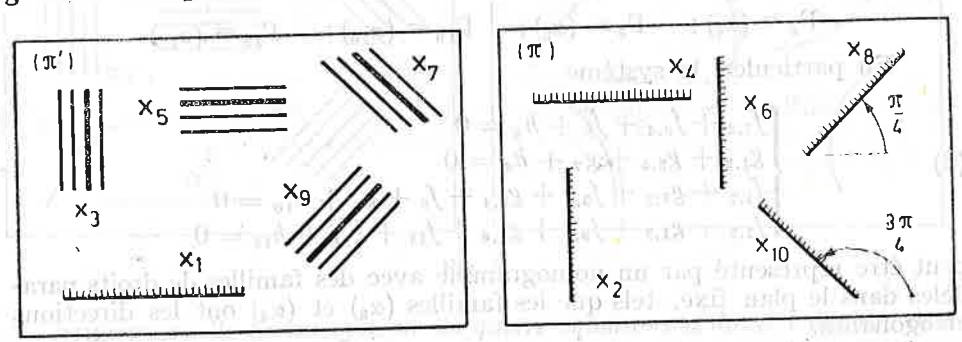

Fig. 4.

est un nomogramme à transparent orienté avec la formule de structure

$$(x_1) \,|\!=\!|\, (x_2)\,; \text{ support } x_1 \,||\, \text{support } x_4$$
$$(x_6) \,|\!-\!|\, (x_5)\,; \quad (x_8) \,|\!-\!|\, (x_7)\,; \quad (x_{10}) \,|\!-\!|\, (x_9)$$

B I B L I O G R A P H I E

[1] B o u l a n g e r C. R., *Contributions à la théorie des abaques à plans superposés*, Paris, Gauthier-Villars, 1949.

[2] B e g r a n o J. C., *Tratado de nomografia*, Instituto Tecnico de la Construccion y del cemento, 1953.

[3] I o n e s c u G h. D., *Über einige Systeme von Funktionalgleichungen, die verschiedene Typen von Nomogrammen mit durchsichtiger Ebene kennzeichnen*, Mathematica, Vol. **15** (38), 1973, pp 43–51.

[4] I o n e s c u G h. D., *Sur l'extension du procédé de W. Margoulis à quelques systèmes de trois équations*, Mathematica, Tome **7**, nr. 1, 1978, pp 57–59.

[5] I o n e s c u G h. D., P o l i a n a B o ş i l c ă, D a r i a D u m i t r a ş, *La représentation nomogrphyque d'une classe de systèmes à transparent orienté avec des familles de lignes cotées*, L'analyse numérique et la théorie de l'approximation. Tom **9**, Nr. 2, 1980, pp 189–193.

Reçu le 11.X.1982.

Institutul Politehnic