GEORGE ŞT. ANDONIE

# ISTORIA MATEMATICII ÎN ROMÂNIA

ÎN 3 VOLUME

EDITURA ŞTIINŢIFICĂ • BUCUREŞTI



GEORGE ŞT. ANDONIE

ISTORIA MATEMATICII ÎN ROMÂNIA

VOLUMUL 2

EDITURA ŞTIINŢIFICĂ • BUCUREŞTI 1966

# PARTEA A PATRA

# DIN 1918 PÎNĂ ÎN 1948

136. *Să dăm mai multă importanță metodicei la predarea matematicilor în învățămîntul superior*, în „Gazeta mat. și fiz.", seria A, t. I, nr. 11—12, 1949, pp. 38—43.
137. *Curs de analiză matematică. Teoria funcțiilor reale*, litografiat, Universitatea din București, Facultatea de mat. și fiz., 197 pag., 1950.
138. *Analiza matematică*, vol. II, 420 pag., Editura Acad. R.P.R., 1953.
139. *Matematica în construcția socialismului*, în „Gazeta mat. și fiz.", vol. V, nr. 4, aprilie 1953, p. 145.
140. *Influența vieții științifice sovietice asupra muncii noastre*, în „Gazeta mat. și fiz.", seria A, vol. VI, nr. 8—9, august-septembrie 1954, p. 383.
141. *Curs de analiză matematică*, litografiat, Universitatea din București, Facultatea de mat. și fiz., 258 pag., 1953.
142. *Predarea analizei la facultățile de fizico-matematici*, în „Gazeta mat. și fiz.", seria A, t. VIII, nr. 1, ianuarie 1956, pp. 31—36.
143. *Noțiunea de echivalență și importanța ei în matematică*, în „Gazeta mat. și fiz.", seria A, t. VIII, nr. 7, iulie 1956, pp. 337—345.
144. *Analiza matematică*, vol. I, 400 pag., Editura Tehnică, 1957.
145. *Analiza matematică*, vol. II, 535 pag., Editura Tehnică, București, 1958.
146. *Ianos Bolyai, mare matematician și militant progresist*, în „Scînteia tineretului", anul XV, nr. 3328, 27 ianuarie 1960, pp. 1 și 3.
147. *Dimitrie Pompeiu, omul și opera*, în „Contemporanul", nr. 8, 19 februarie 1960, p. 7.
148. *Analiza matematică*, vol. III, 300 pag., Editura tehnică, București, 1960.
149. *Matematica în plin progres. Succese ale științei românești*, în „Scînteia tineretului" nr. 3384, 1 aprilie 1960, p. 2.
150. *Funcții reale și elemente de analiză funcțională*, Editura de Stat Didactică și Pedagogică, 152 pag., București, 1962.
151. În colaborare cu *N. Dinculeanu* și *Solomon Marcus*: *Manual de analiză matematică*, vol. I, Editura de Stat Didactică și Pedagogică, 735 pag., 1962.
152. *Contribuții românești în cercetarea matematică*, în „Contemporanul", nr. 50, 14 decembrie 1962, p. 7.
153. *Matematica „știință a științelor"?*, în „Contemporanul", nr. 47 (893), 22 noiembrie 1963, p. 7.
154. *Figuri de matematicieni români*, în „Gazeta matematică", anul LXIX, nr. 4, aprilie 1964, pp. 121—128.
155. *Funcție, continuitate*, în „Probleme actuale de matematică", Editura Didactică și Pedagogică, București, 1964.

## § 17. Tiberiu Popoviciu

*a*. Tiberiu Popoviciu s-a născut în Arad, la 16 februarie 1906. În liceu a fost un element excepțional la matematici. A început de timpuriu (1923) colaborarea la „Gazeta matematică"; la concursul anual al acestei reviste din 1924 a obținut premiul I. În cursul superior al liceului fiind, a scos o revistă litografiată de popularizare a matematicilor: „Jurnalul matematic" (1923–1925) pe care a condus-o pînă ce l-au absorbit studiile universitare. Absolvind în 1924 secția reală a Liceului „Moise Nicoară" din Arad, s-a înscris la Universitatea din București, urmînd matematicile la Facultatea de științe. Dintre profesorii săi l-a remarcat imediat și l-a apreciat Gheorghe Țițeica. În 1927 Popoviciu și-a trecut licența în matematici.



Din 1927 pînă în 1930 a fost la Paris elev al „Școlii normale superioare", imediat după Miron Nicolescu. În 1929 și-a publicat primul memoriu matematic important [1], privind o problemă de cea mai bună aproximație a funcțiilor, în „Buletinul științific al Academiei Române".

La Paris și-a luat din nou licența în științe, în octombrie 1928, apoi la 12 iunie 1933 a obținut titlul de doctor în matematici, după ce și-a susținut teza cu titlul: *Sur quelques propriétés des fonctions d'une ou de deux variables réelles* [8].

În această teză cu preocupări din teoria funcțiilor de o variabilă reală, Tiberiu Popoviciu a definit și a studiat funcțiile convexe de ordin superior. Aici ideea principală de la care pornește este comportarea funcțiilor definite pe o mulțime liniară dată, față de mulțimea polinoamelor de un grad dat $n \geqslant 0$.

Reamintim că o funcție $f(x)$ de o variabilă reală $x$ se zice că *este convexă în intervalul* $[a,b]$, dacă avem:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & f(x_1) \\ 1 & x_2 & f(x_2) \\ 1 & x_3 & f(x_3) \end{vmatrix} > 0$$

pentru toate grupurile de cîte 3 puncte $x_1 < x_2 < x_3$, cuprinse în intervalul $[a,b]$. Precizăm, de asemenea, că studiul acestor funcții a fost făcut prima oară de către J.L.W.Jensen[1], apoi de L.Galvani[2].

În teza sa de doctorat, Tiberiu Popoviciu a generalizat noțiunea de funcție convexă, prin *introducerea funcțiilor convexe de ordin superior*. Acestea[3] sînt funcțiile care verifică inegalitatea:

$$[x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_{n+2};\ f] = \frac{|\,1\ x_i\ x_i^2\ \ldots\ x_i^n\ f(x_i)\,|}{|\,1\ x_i\ x_i^2\ \ldots\ x_i^{n+1}\,|} > 0$$

pentru $x_1, x_2, \ldots, x_{n+2} \subset E$ diferiți, $E$ fiind mulțimea de definiție a funcției $f(x)$.

Pentru aceste funcții convexe de ordin superior, Popoviciu a studiat în primul rînd proprietățile de descompunere a mulțimii de definiție a funcției de ordinul $n$ în submulțimi consecutive, sau a arătat inegalitățile pe care le satisfac aceste funcții. De asemenea, el a studiat și cazul funcțiilor convexe de două variabile reale independente.

Funcțiile convexe prezintă proprietăți și definiții caracteristice de natură geometrică. Dintre proprietățile generale ale acestor funcții convexe de ordin superior, Tiberiu Popoviciu s-a ocupat în teza sa de doctorat în special de cea de ***derivabilitate***. Iar după teză a scris multe lucrări în care a studiat alte proprietăți ale funcțiilor convexe de ordin superior [10, 12, 21—22, 27—41, 44—46].

---

[1] În „Acta mathematica", Stockholm, t. 30, 1906.
[2] În „Rendiconti del Circolo matematico di Palermo", t. 41, 1916, pp. 103—134.
[3] Aici $[x_1, x_2, \ldots x_{n+2}; f]$ înseamnă a $n+1$-a diferență divizată a lui $f(x)$ pentru punctele $x_1, x_2, \ldots x_{n+2}$, iar $|\,1\ x_i\ x_i^2 \ldots x_i^n\ f(x_i)\,|$ este determinantul de ordinul $n+2$ a cărui linie generală este $1\ x_i\ x_i^2\ \ldots\ x_i^n\ f(x_i)$ și $|\,1\ x_i\ x_i^2\ \ldots\ x_i^{n+1}\,|$ este determinant de ordinul $n+2$. Adică funcția $f(x)$ este convexă de ordinul $n$ pe mulțimea E, dacă diferențele divizate de ordinul $n+1$ pe grupurile de $n+2$ puncte ale lui $E$, sînt $> 0$.

Teza de doctorat a lui Tiberiu Popoviciu a fost citată în ultimul timp, printre alții, de Laurent Schwartz în lucrarea sa intitulată *Théorie des distributions*[1] și de G.Ascoli.

După trecerea tezei de doctorat în matematici la Sorbona, Tiberiu Popoviciu se întoarce în țară, în 1933, și funcționează timp de un an ca bibliotecar (secretar) la Universitatea din Cluj; apoi, pînă la 1 aprilie 1936 lucrează ca asistent la catedra profesorului Th.Angheluță de la Facultatea de științe a Universității din Cluj. În baza unui concurs dat în 1935, de la 1 aprilie 1936 este numit conferențiar provizoriu de geometrie proiectivă și descriptivă la Facultatea de științe din Cernăuți, însă nu a profesat la această conferință, ci la cea de matematici generale (1936—1940). În toamna anului 1940 trece la Universitatea din București, suplinitor pentru Analiza matematică (calcul diferențial și integral). Din octombrie 1942 pînă în 1946 a predat la Iași, la Facultatea de științe, ca profesor agregat de teoria funcțiilor. În 1946 trece definitiv la Cluj, unde a funcționat la început ca titular al catedrei de algebră superioară și teoria numerelor (1946—1948), apoi, din 1948, rămîne profesor șef de catedră la analiza matematică, Facultatea de matematică și fizică. În această calitate funcționează și azi, la Facultatea de matematică și mecanică a Universității „Babeș-Bolyai".

Începînd cu anul școlar 1959/60, Popoviciu a predat și cursuri speciale (calculul operațional și teoria funcțiilor generalizate; aproximare și interpolare).

Tiberiu Popoviciu (fig. 36) a fost membru corespondent al Academiei R.P.R. din noiembrie 1948, pînă la 20 martie 1963, dată la care a devenit membru titular al Academiei, la secția de științe matematice.

A participat la numeroase congrese și conferințe internaționale, fie ca invitat, fie ca reprezentant al țării noastre. Astfel a participat la Congresul matematicienilor polonezi (Varșovia, 1953); la al XII-lea Congres internațional al matematicienilor (Amsterdam, 1954); la Congresul matematicienilor austrieci (Viena, 1956); la Congresul matematicienilor sovietici (Moscova, 1956); la Congresul matematicienilor maghiari (1960); la Congresul național de analiză numerică (Paris, 1961); la Congresul matematicienilor germani (Weimar, 1963); la al XIV-lea Congres internațional al matematicienilor (Stockholm, 1962); la colocviul „Bazele matematicii, mașini matematice și aplicațiile lor" (Tihany, Ungaria, 1962); la consfătuirea pentru colaborarea în problemele tehnicii de calcul (Varșovia, 1962). A ținut conferințe de matematici la universitățile din Cracovia, Wroclaw, Posnan și Varșovia (1953), Debrețin (1960) și Moscova (1960), la Centrul internațional de calcul de la Roma (1960).

Din 1948 și pînă în 1951 a fost secretar al Filialei din Cluj a Academiei R.P.R., iar din 1951 conduce secția de matematici a acestei filiale. Din 1957 este director al Institutului de Calcul numeric al Academiei, din Cluj. Este membru la „Société mathématique de France". Din 1959, Tiberiu Popoviciu conduce revista „Mathematica", care apare la Cluj.

*b. Activitatea științifică. Analiza operei.* În creația sa, Tiberiu Popoviciu s-a preocupat în special de chestiuni de analiză matematică (în acest domeniu,

[1] Lucrarea lui Schwartz a fost tipărită în colecția „Actualités scientifiques et industrielles", nr. 1122, X, Hermann et C-ie, Paris, 1951. Citarea se face la bibliografia indicată la p. 158.



36. Tiberiu Popoviciu.

în special de teoria funcțiilor de variabile reale[1], de analiza numerică, de algebră și teoria numerelor.

$b_1$. *Analiza matematică*. Toate lucrările de analiză matematică au ca fir conducător următoarea idee: Fiind dată o funcție de o variabilă reală $f(x)$, sau de mai multe variabile reale $f(x,y,z,...) = f(p)$, se formează o expresie de forma: $Q = \Sigma a_i f(p_i)$ unde $a_i$ sînt constante date, iar $p_i$, un număr finit de puncte din domeniul de existență al funcției, legate sau nu între ele prin anumite condiții restrictive; ce se întîmplă cu $f(p)$ în cazul în care verifică inegalitatea $Q \geqslant 0$? În aceste condiții, printre funcțiile de variabile reale sînt de considerat în primul rînd *funcțiile convexe de ordin superior*.

În afară de proprietatea de derivabilitate a funcțiilor convexe de ordin superior, studiată în teza sa de doctorat [8], Tiberiu Popoviciu a mai studiat proprietatea de prelungire [10], cum și pe cea de aproximație prin polinoame [12]. Apoi a dat definiții caracteristice de natură geometrică pentru funcțiile convexe [22]. Detalii privind problemele de aproximație au fost date pe larg în monografia[2] sa, intitulată: *Despre cea mai bună aproximație a funcțiilor continue prin polinoame*. Aici, în afară de rezultatele privind cea mai bună aproximație, a dat și lucrări noi, privind polinoamele lui Serge N. Bernstein. De pildă, studiază convergența derivatelor acestor polinoame sau generalizează aceste polinoame pentru funcțiile de două variabile.

Cele mai multe dintre rezultatele obținute privind teoria funcțiilor convexe de ordin superior [8, 10, 12, 21—22, 27—41, 44—46] au fost expuse de Tiberiu Popoviciu în lucrarea sa de ansamblu: *Les fonctions convexes* [217], tipărită la Paris, în colecția „Actualités scientifiques et industrielles", în 1944. Aici definește funcțiile convexe de ordin superior în două feluri: în prima definiție, după ce face un studiu amănunțit al diferențelor divizate, se bazează pe invariabilitatea diferenței divizate de un ordin dat; a doua definiție se bazează pe comportarea funcției față de polinoamele sale de interpolare, pe un număr dat de noduri; cele două definiții sînt echivalente.

Modul de prezentare a funcțiilor convexe de ordin superior și proprietățile lor de prelungire fuseseră date [33] anterior lucrării de sinteză [217] amintite. În general problema prelungirii nu-i posibilă, pentru $n>1$. În această ultimă lucrare [217] a studiat în special derivabilitatea funcțiilor convexe de ordin superior, găsind cu această ocazie inegalități care generalizează pe cele clasice ale lui Markov și Serge Bernstein privitoare la un polinom de gradul $n$.

De asemenea, pentru funcțiile convexe de ordin superior, Tiberiu Popoviciu a studiat [32—38, 50], ca o generalizare a inegalității clasice a lui Jensen, inegalitățile de forma:

$$\sum_{i=1}^{m} p_i f(x_i) \geqslant 0$$

și a stabilit o legătură între aceste inegalități și distribuția rădăcinilor polinoamelor ortogonale. Se remarcă de altfel că în toată creația sa de pînă acum, studiul inegalităților îl preocupă îndeaproape.

---

[1] Tiberiu Popoviciu este citat pentru aceste lucrări în *Histoire générale des Sciences*, publiée sous la direction de René Taton, t. III, *La Science contemporaine*, vol. II, *Le XX-e siècle*, Presses Universitaires de France, 1964, p. 51.

[2] Lucrarea reprezintă fascicola a III-a a monografiilor matematice tipărite de Universitatea din Cluj, în 1938.



Tiberiu Popoviciu s-a ocupat apoi de generalizarea funcțiilor convexe de ordin superior față de o mulțime liniară de funcții interpolatoare și de funcțiile care sînt formate dintr-un număr finit de bucăți de astfel de funcții [39—41, 44, 53]. Și, ca să încheiem cu funcțiile convexe de ordin superior, menționăm că a tratat [217] și cazul acestor funcții de două variabile, precum și funcțiile definite pe o mulțime plană și închisă $E$, în anumite condiții.

Pentru *aproximarea funcțiilor convexe de ordin superior prin funcții elementare*, Tiberiu Popoviciu a dedus [45] o formulă de medie generală, care l-a condus la determinarea structurii restului formulelor liniare de aproximare [51]. A arătat [47] că polinomul lui Serge N.Bernstein al unei funcții continue, ce intervine în aproximarea funcțiilor convexe prin polinoame, conservă proprietățile de convexitate ale funcției.

Mai tîrziu a demonstrat [52] teorema lui Weierstrass asupra aproximației funcțiilor continue prin polinoame, cu ajutorul polinomului lui L. Fejér. Ulterior [78], considerînd din nou operatorul polinomial liniar al lui Fejér, a arătat în ce condiții acesta păstrează semnul și monotonia, într-un interval dat.

În legătură cu funcțiile convexe de ordin superior și cu funcțiile legate de acestea, Popoviciu s-a ocupat de condițiile necesare și suficiente ca un sistem finit de $n$ funcții să fie *sistem Cebîșev*.

Printre alte probleme speciale privind funcțiile reale de care s-a ocupat Popoviciu, este și distribuția rădăcinilor polinoamelor ortogonale [11]; a generalizat apoi [23] anumite proprietăți extremale ale acestor rădăcini, în legătură cu ecuațiile diferențiale liniare de ordinul doi, cu coeficienți algebrici.

Tiberiu Popoviciu s-a ocupat și de *ecuații funcționale* [13, 20, 26, 64]. De exemplu, generalizînd rezultatele dintr-un memoriu al lui Pompeiu, a caracterizat [13] polinoamele cu ajutorul ecuațiilor integro-funcționale.

Considerînd [20] ecuația funcțională cu două variabile și cu coeficienți constanți

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} A_{ij}\,(x+ih, y+jk) = 0,$$

funcția $f(x,y)$ fiind definită în dreptunghiul $a<x<b$, $c<y<d$, a obținut mulțimea soluțiilor continue sub forma unui *pseudopolinom*.

În caracterizarea funcțională a polinoamelor de o variabilă, a studiat [26] ecuația funcțională (azi numită ecuația lui T. Popoviciu)

$$\overset{(\alpha_i)}{\underset{h}{\Delta}} f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i f(x+\alpha_i h) = 0,$$

unde coeficienții reali $a_i$ și pseudoperioadele $\alpha_i (i = 0,1,... n)$ sînt date. A obținut aici multe rezultate esențiale referitoare la această ecuație; printre altele, proprietatea: orice soluție continuă a ecuației $\overset{n}{\underset{h}{\Delta}} f(x) = 0$ este un polinom de gradul $n-1$.

$b_2$. *Analiza numerică*. Strîns legate de creația lui Tiberiu Popoviciu în analiza matematică sînt realizările sale în domeniul analizei numerice. Foarte necesară tehnicii și științelor experimentale, analiza numerică s-a dezvoltat mult la noi, datorită impulsului dat de Popoviciu; unele rezultate teoretice obținute au fost aplicate cu succes în probleme de producție. La Cluj, Tiberiu

Popoviciu este conducătorul unui colectiv care se ocupă de *probleme de calcul numeric*; acest colectiv, începînd cu anul 1946, a adus și aduce o frumoasă contribuție românească în *teoria calculului numeric* sau în *perfecționarea metodelor de calcul numeric*. Dintre diversele capitole ale analizei numerice, colectivul a studiat: *calculul diferențelor divizate, interpolarea și aplicațiile acesteia la calculul numeric, formulele și restul formulelor liniare de aproximare, probleme de calcul grafic și nomografie.*

În *calculul diferențelor divizate*, atît de importante în interpolare, în afară de elaborarea formulelor fundamentale ale acestui calcul despre care a tratat în teza sa de doctorat [8], T. Popoviciu mai are unele realizări importante în alte cinci memorii [42, 46, 59, 69, 74]. El fundează calculul cu diferențe divizate ca un calcul *care precede calculul diferențial*. Printre formulele privind calculul diferențelor divizate, a dat formula diferenței divizate a produsului a două funcții, sau a funcțiilor de funcție; a dat apoi formula de medie a diferențelor divizate care exprimă diferența divizată de ordinul $n$ pe $n + 1$ noduri alese dintr-un șir de $m$ puncte. Și a stabilit o formulă generală de medie privind diferențele divizate suprapuse, deducînd teoreme de medii pentru funcțiile continue sau funcțiile derivabile [59]. Toate aceste formule servesc ca bază pentru proprietățile diferențiale ale funcțiilor de o variabilă reală.

Același matematician a dat și definiția generală a diferenței divizate a unei funcții de două variabile și a stabilit cu ajutorul acesteia multe proprietăți diferențiale ale funcțiilor de două variabile reale. În special s-a ocupat de *diferențele divizate parțiale*, adică de diferențele definite pe nodurile unei rețele paralele cu axele de coordonate.

Pentru *formula lui Leibniz* care dă derivata a $n$-a a unui produs de două funcții, precum și pentru formula derivatei de ordinul $n$ a funcției compuse, Popoviciu a dat generalizări în termeni finiți.

Preocupările cu privire la *interpolare*, la generalizările acesteia sau la aplicațiile ei în calculul numeric sînt cuprinse în memoriile [13, 54, 62, 63, 72]. De exemplu, a studiat *formula de interpolare a lui Newton* din punctul de vedere al preciziei calculului numeric și a dat justificarea teoretică necesară pentru aplicarea practică a formulelor lui Gauss, Bessel sau Stirling.

A studiat [63] *evaluarea erorilor* ce se cumulează în calculul numeric aproximativ cu ajutorul *formulei de interpolare a lui Newton, cu noduri echidistante*, și influența erorilor comise în formarea cu aproximație a tabelului de diferențe divizate [62]. În sfîrșit, a studiat formulele de interpolare cu două variabile, cînd s-a ocupat [13] de unele formule de cubatură.

Pentru studiul formulelor și restului formulelor liniare de interpolare ale analizei, Tiberiu Popoviciu a dat [51] — cum spuneam mai sus — *o nouă teorie a structurii restului în aceste formule de aproximație*. A demonstrat că o funcție liniară $R(f)$ definită pe $S$ și avînd gradul de exactitate $m$, în cazul particular cînd $R(f)$ nu se anulează dacă $f$ este o funcție continuă și convexă de ordinul $m$, are forma:

$$R(f) = R[x^{m+1}]\,[\xi_1,\ \xi_2,\ \ldots,\ \xi_{m+2}\ ;f].$$

Aceasta arată strînsa legătură a restului cu teoria funcțiilor convexe de ordin superior de care s-a ocupat atît de mult Tiberiu Popoviciu și permite să se afle criterii cu ajutorul cărora să se cunoască precis *forma* restului. De altfel, ulterior [56], Popoviciu a făcut un studiu al formulelor de derivare numerică cu un grad de exactitate maxim, și a arătat că formulele de derivare numerică



cu noduri simetrice așezate dau totdeauna pentru rest o înfățișare ca cea de mai sus.

Ca să terminăm cu această parte a analizei numerice, adăugăm că Popoviciu *a generalizat* [61] *formula clasică de integrare numerică a lui Gauss* și a făcut cu această ocazie și o generalizare importantă a polinoamelor ortogonale.

„Institutul de calcul numeric" din Cluj al Academiei, în care se dezvoltă cu pași repezi analiza numerică românească, a fost fundat în 1957. Cînd vom trata despre realizările acestui institut, în volumul următor al lucrării noastre, vom arăta cu anumite detalii cum s-a ajuns aici — folosindu-se calculatoare electronice — la rezolvarea unor probleme considerate anterior inabordabile datorită volumului mare de calcule.

$b_3$. *Algebra și teoria numerelor*. Tiberiu Popoviciu este și algebrist (algebră și teoria numerelor). Memoriile sale de algebră [9, 11, 14—15, 17] se referă la studiul ecuațiilor algebrice cu toate rădăcinile reale, și la studiul zerourilor unor polinoame speciale. De exemplu, arată [14] că dacă ecuația derivată are toate rădăcinile reale, iar ecuația primitivă are rădăcini de forma $a + ib$, atunci această ecuație nu poate avea rădăcinile reale în intervalul $[a - \lambda_n b,\ a + \lambda_n b]$ dînd expresii pentru $\lambda_n$, care nu depind decît de gradul $n$ al ecuației luate în considerare.

Popoviciu a arătat [11] că dacă $P_0, P_1, \ldots, P_n; \ldots$ este un șir de polinoame ortogonale, zerourile a două polinoame $P_m, P_n$, cu $m<n$, se separă totdeauna. Înseamnă că între două zerouri ale lui $P_n$ nu poate să existe mai mult decît un zero, al lui $P_m$.

În lucrarea premiată în 1926 de „Gazeta matematică" și tipărită la Arad în 1927: *Asupra unor polinoame remarcabile cu o notă asupra formulei binomului* (192, 193), și memoriile [4—7] publicate înainte de susținerea tezei de doctorat în matematici se studiază unele *clase speciale de polinoame*. De exemplu, în lucrarea premiată se studiază polinoamele $P_n(x,\lambda)$ provenite din dezvoltarea lui $e^z(1 + xz)^\lambda = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P_n(x,\lambda)$. Polinomul $P_n(x, \lambda)$ se atașează seriei *hipergeometrice divergente*:

$$1 + \frac{\alpha\beta}{1}\,x + \frac{\alpha(\alpha+1)\,\beta(\beta+1)}{1\,.\,2}\,x^2 + \ldots$$

De asemenea, se studiază [7] polinoamele care formează un *șir Appell*. Un șir de polinoame în $x$, $P_0$, $P_1$, ..., $P_n$ este un șir Appell, dacă $\frac{dP_n}{dx} = nP_{n-1}$. Tiberiu Popoviciu a căutat să determine toate polinoamele Appell, cînd între trei polinoame consecutive există o relație de recurență liniară și omogenă de ordinul al doilea și a arătat că în acest caz polinoamele se leagă de cele hipergeometrice.

Unele dintre lucrările lui Tiberiu Popoviciu au fost utilizate de alți matematicieni români sau străini în munca lor de cercetare. De exemplu, academicianul francez Gaston Julia, profesor la Sorbona, a considerat un rezultat al matematicianului nostru și i-a dat numele de *teorema lui Tiberiu Popoviciu*[1].

Relativ recent Tiberiu Popoviciu a dat o demonstrație nouă [75] teoremei lui W.A.Markov, care spune: *Dacă rădăcinile a două polinoame de gradul n,*

[1] A se vedea lucrarea lui *Gaston Julia*, intitulată *Principes géométriques d'analyse*, Paris, 1932.

*avînd toate rădăcinile lor reale, se separă, la fel se întîmplă și cu rădăcinile derivatelor acestor polinoame.* Demonstrația pe care o dă Tiberiu Popoviciu, deosebită de demonstrația lui W.A.Markov sau de cea a lui Paul Montel dată în anul 1931 în „Mathematica", se bazează pe continuitatea și monotonia rădăcinilor derivatei unui polinom, cu toate rădăcinile reale, în raport cu rădăcinile polinomului. Analog cu această teoremă a lui W.A.Markov, în același memoriu [75], Popoviciu mai dă o teoremă asupra polinoamelor cu toate rădăcinile reale.

În *teoria numerelor*, Tiberiu Popoviciu a atacat o problemă de partiție a numerelor [57] și a studiat aplicarea *algoritmului lui Euclid* pentru aflarea celui mai mare divizor comun a două numere [58] .

În primul caz, a pus următoarea problemă: Dîndu-se ecuația:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m = n,$$

unde $a_1, \dots a_m$ sînt numere naturale date, să se găsească un polinom $P(n)$ de $n$, așa ca numărul soluțiilor în întregi nenegativi ai acestei ecuații să fie egal cu întregul cel mai apropiat de $P(n)$, oricare ar fi $n$. Popoviciu rezolvă problema pentru $m = 1,2,3$.

În al doilea memoriu [58], care privește determinarea numărului de împărțiri de făcut spre a obține cel mai mare comun divizor a două numere date, cu ajutorul *algoritmului lui Euclid*, Popoviciu completează metoda dată anterior de Pafnuti Cebîșev. Și anume Cebîșev arătase că atunci cînd se aplică algoritmul lui Euclid pentru determinarea c.m.m.c.d. a două numere date $m$ și $n$, se poate da o *margine superioară* a numărului de împărțiri ce trebuie făcute spre a ajunge la c.m.m.c.d. Cebîșev precizase că numărul împărțirilor este cel mult egal cu de cinci ori numărul cifrelor celui mai mic număr dintre $m$ și $n$. Popoviciu precizează că *numărul împărțirilor este cel mult de cinci ori numărul cifrelor celui mai mic număr dintre m și n, scrise în sistemul cu baza 11.* Adică baza 11 dă cea mai bună limitare, dacă dorim să păstrăm multiplicatorul 5 al cifrelor celui mai mic număr dintre numerele $m$ și $n$.

*c.* Din cele expuse mai sus și din lista de memorii se poate vedea în mod indubitabil calitatea deosebită de analist a profesorului universitar de la Cluj Tiberiu Popoviciu și capacitatea sa creatoare în *teoria funcțiilor convexe de ordin superior*. De altfel, în istoria matematicii române de pînă acum, preocupările privind aceste funcții convexe constituie apanajul aproape exclusiv al matematicianului Tiberiu Popoviciu. Dar și realizările sale în domeniul *analizei numerice, calculului numeric*, atît de utile tehnicii și științelor exacte experimentale, fac ca Tiberiu Popoviciu să fie considerat ca primul *matematician care a avut la noi asemenea preocupări ce au dus la organizarea Institutului de calcul din Cluj* și ca atare drept initiator *al școlii române de analiză numerică.*

*Tiberiu Popoviciu rămâne în matematica noastră printre marile forțe analiste, precum și matematicianul care a deschis la noi drumul cercetărilor de analiză numerică în stil mare.*

*d. Lucrări publicate. $d_1$. Memorii de matematici.* În ordine cronologică, Tiberiu Popoviciu a publicat următoarele memorii:

1. *Sur certains polynômes minimisants*, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XII, 1929, pp. 135—136.



37. Paul Montel la Cluj, cu diploma de *Doctor honoris causa*, acordată de Universitatea clujeană.

2. *Sur les fonctions convexes d'une variable réelle*, în „C.R. Acad. Sc. Paris", t. 190, 1930, pp. 1481—1483.

3. *Sur les indicateurs*, în „Bull. scient. de l'Éc. polyt. de Timişoara", t. 3, 1930, pp. 72—80.

4. *Remarques sur les polynômes de meilleure approximation*, în „Bul. Soc. de ştiinţe", Cluj, vol. 5, 1930, pp. 279—286. A se vedea „Mathematica", vol. IV, 1930, p. 73.

5. *Sur les suites de polynômes*, în „Bul. Soc. de ştiinţe", Cluj, vol. V, 1931, pp. 492—503. A se vedea şi „Mathematica", vol. V, 1931, p. 36.

6. *Remarques sur les polynômes binomiaux*, în „Bul. Soc. de ştiinţe", Cluj, vol. VI, 1932, pp. 146—148. A se vedea şi „Mathematica", vol. VI, 1932, p. 8.

7. *Asupra polinoamelor care formează un şir Appell*, în „Bull. mathém. de la Soc. roum. des Sc.", t. 33—34, 1932, pp. 22—27.

8. *Sur quelques propriétés des fonctions d'une ou de deux variables réelles*, Thèse, Paris, 12 iunie 1933. Vezi şi „Mathematica", vol. VIII, 1934, pp. 1—85.

9. *Sur un théorème de Laguerre*, în „Bul. Soc. de ştiinţe", Cluj, t. VIII, 1934, pp. 1—4. A se vedea şi „Mathematica", vol. X, 1934, p. 128.

10. *Sur le prolongement des fonctions convexes d'ordre supérieur*, în „Bull. mathém. de la Soc. roum. des sciences", t. 36, 1934, pp. 75—108.

11. *Sur la distribution des zéros de certains polynômes minimisants*, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XVI, nr. 10, 1934, pp. 214—217.

12. *Sur l'approximation des fonctions convexes d'ordre supérieur*, în „Mathematica", t. X, 1934, pp. 49—54.

13. *Sur certaines équations fonctionnelles définissant des polynômes*, în „Mathematica", vol. X, 1934, pp. 197—208.

14. *Remarques sur les équations algébriques dont les équations dérivées ont toutes leurs racines réelles*, în „C.R. Acad. Sc. Paris", t. 200, 1935, pp. 184—186.

15. *Quelques propriétés des équations algébriques dont les équations dérivées ont leurs racines réelles*, în „Mathematica", t. XI, 1935, pp. 205—221.

16. *Sur une condition suffisante pour qu'un polynôme soit positif*, în „Mathematica", t. XI, 1935, pp. 247—256.

17. *Sur les équations algébriques ayant toutes leurs racines réelles*, în „Mathematica", t. XI, 1936, pp. 129—145.

18. *Sur un problème de maximum de Stieltjes*, în „C.R. Acad. Sc. Paris", t. 202, 1936, pp. 1645—1647.

19. *Sur les directions d'indétermination complète d'une fonction elliptique*, în „Bull. de Sc. mathém.", Paris, s. 2, t. LX, 1936, pp. 196—198.

20. *Remarques sur la définition fonctionnelle d'un polynôme d'une variable réelle*, în „Mathematica", t. XII, 1936, pp. 5—12.

21. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur* (I), în „Mathematica", t. XII, 1936, pp. 81—92.

22. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, II, în „Mathematica", t. XII, 1936, pp. 227—233.

23. *Sur certains problèmes de maximum de Stieltjes*, în „Bull. mathém. de la Soc. roum. des Sc.", t. 38, 1936, pp. 73—96.

24. *Remarques sur le maximum d'un déterminant dont tous les éléments sont non-négatifs*, în „Mathematica", vol. XIII, 1937, p. 242. A se vedea şi „Bul. Soc. de ştiinţe", Cluj, t. 8, 1937, pp. 572-582.

25. *Sur les différences des fonctions d'une variable réelle*, în „C.R. Acad. Sc. Roumanie", t. II, 1938, pp. 112—114.

26. *Sur les solutions bornées et les solutions mesurables de certaines équations fonctionnelles*, în „Mathematica", vol. XIV, 1938, pp. 47—106.



27. *Sur quelques inégalités entre les fonctions convexes*, I, în „C.R. Acad. Sc. Roumanie", t. II, nr. 5, 1938, pp. 449—454.

28. *Sur quelques inégalités entre les fonctions convexes*, II, în „C.R. Acad. Sc. Roumanie", t. II, 1938, pp. 454—458.

29. *Deux remarques sur les fonctions convexes*, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XX, nr. 7, 1938, pp. 45—49.

30. *Sur l'approximation des fonctions convexes d'ordre supérieur*, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XX, nr. 7, 1938, pp. 50—53.

31. *Sur le prolongement des fonctions monotones et des fonctions convexes définies sur un nombre fini de points*, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XX, nr. 7, 1938, pp. 54—56.

32. *Sur quelques inégalités entre les fonctions convexes*, III, în „C.R. Inst. Sc. Roumanie", t. III, nr. 4, 1939, pp. 396—402.

33. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, III, în „Mathematica", t. XVI, Cluj, 1940, pp. 74—86.

34. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, IV, în „Disquisit math. et phys.", t. I, 1940, pp. 163—171.

35. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, V, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XXII, 1940, pp. 351—356.

36. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, VI, în „Revue mathém. de l'Union interbalk.", t. 2, 1939, pp. 31—40.

37. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, VII, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. 22, 1939, pp. 29—33.

38. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, VIII, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XXII, 1939, pp. 34—41.

39. *Notes sur les généralisations des fonctions convexes d'ordre supérieur*, I, în „Disquisit math. et phys.", t. I, fasc. 1, 1940, pp. 35—42.

40. *Notes sur les généralisations des fonctions convexes d'ordre supérieur*, II, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XXII, 1940, pp. 473—477.

41. *Notes sur les généralisations des fonctions convexes d'ordre supérieur*, III, în „Bull. de la sect. scient. de l'Acad. roum.", t. XXIV, 1941, pp. 409—416.

42. *Introduction à la théorie des différences divisées*, în „Bull. mathém. de la Soc. roum. des Sc.", t. 42 (1), 1941, pp. 65—78.

43. *Quelques remarques sur un théorème de M.D. Pompeïu*, în „Bull. de la Soc. roum. des Sc.", t. XLIII, 1941, pp. 27—44.

44. *Notes sur les généralisations des fonctions convexes d'ordre supérieur*, IV, în „Disquisit. math. et phys.", t. 2, fasc. 2—3, 1942, pp. 127—148.

45. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, IX, în „Bull. mathém. de la Soc. roum. des Sc.", t. 43, 1942, pp. 85—141.

46. *Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur*, X, în „Ann. scient. de l'Univ. de Iassy", t. 28, 1942, pp. 161—207.

47. *Sur l'approximation des fonctions continues, d'une variable réelle par des polynômes*, în „Ann. scient. de l'Univ. de Iassy", t. 28, 1942, p. 208.

48. *Sur la formule des accroissements finis*, în „Mathematica", t. XXIII, 1948, pp. 123—126.

49. *Sur une inégalité*, în „Mathematica", vol. XXIII, Timişoara, 1948, pp. 127—128.

50. *Sur certains inégalités entre les zéros supposés tous réels, d'un polynôme et ceux de sa dérivée*, în „Ann. scient. de l'Univ. de Iassy", t. 30, 1948, pp. 191—218.

51. *Asupra formei restului în unele formule de aproximaţie ale analizei*, în „Lucrările sesiunii generale ştiinţ. Acad. R.P.R.", iunie 1950, pp. 183—186.

52. *Asupra demonstrației teoremei lui Weierstrass cu ajutorul polinoamelor de interpolare*, în „Lucrările sesiunii științ. Acad. R.P.R.“, 1950, pp. 1664—1667.

53. *Asupra funcțiilor de o variabilă reală a căror mulțime de definiție este reunirea a două submulțimi de monotonie opusă*, în „An. Acad. R.P.R.“, secția mat., fiz., t. III, mem. 1, 1950, pp. 1—16.

54. *Considerații teoretice asupra utilizării practice a unor formule de interpolare*, în „Bul. științ. Acad. R.P.R.“, secția mat., fiz., t. III, nr. 4, octombrie-decembrie 1951, pp. 441—449.

55. *Asupra polinoamelor cu toate rădăcinile reale*, în „Studii și cercet. științ.“, Acad. R.P.R., Filiala Cluj, t. III, nr. 1—2, ianuarie-iunie 1952, pp. 7—10.

56. *Asupra restului în unele formule de derivare numerică*, I, *Cîteva proprietăți ale formulelor de derivare numerică de exactitate maximă*, în „Studii și cercet. mat.“, t. III, nr. 1—2, 1952, pp. 53—122.

57. *Asupra unei probleme de partiție a numerelor*, în „Studii și cercet. științ.“, Acad. R.P.R., Filiala Cluj, t. IV, nr. 1—2, ianuarie-iunie 1953, pp. 7—58.

58. *Asupra aplicării algoritmului lui Euclid pentru aflarea c.m.m.d.c. a două numere date*, în „Studii și cercet. științ.“ Acad. R.P.R., Filiala Cluj, t. IV, nr. 1—2, ianuarie-iunie 1953, pp. 59—63.

59. *Folytonos függvények középértéktételeiről* (Despre teoremele de medii ale funcțiilor continue), în „Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közleményei“, t. IV, 1954, pp. 353—356.

60. *Les polynômes de S.N. Bernstein et le problème de l'interpolation*, Congresul internațional al matematicienilor, Amsterdam, 1954.

61. *Asupra unei generalizări a formulei de integrare numerică a lui Gauss*, în „Studii și cercet. științ.“ Acad. R.P.R., Filiala Iași, anul VI, nr. 1—2, ianuarie-iunie 1955, pp. 29—57.

62. *Despre precizia calculului numeric în interpolarea prin polinoame*, în „Bul. științ. Acad. R.P.R.“, secția mat., fiz., t. VII, nr. 4, 1955, pp. 953—961.

63. *Despre precizia calculului numeric în interpolarea prin polinomul lui Newton cu noduri echidistante*, în „Studii și cercet. științ.“, Acad. R.P.R., Filiala Cluj, t. VI, nr. 3—4, 1955, pp. 27—34. La Congresul matematicienilor români din 27 mai — 4 iunie 1956 a tratat despre *Unele aspecte ale problemei preciziei în calculele numerice*. Rezumat în limba franceză în Lucrările Congresului IV, Editura Acad. R.P.R., 1960, p. 94. A se vedea [65].

64. *Asupra unei ecuații funcționale*, în „Studii și cercet. științ.“, Acad. R.P.R., Filiala Cluj, t. VI, nr. 3—4, iulie-decembrie 1955, pp. 37—49.

65. *Certains aspect du problème de la précision dans les calcules numériques*, în „Bull. mathém. Soc. mathém. et phys de la R.P.R.“, t. 1 (49), nr. 4, 1957, pp. 473—478.

66. *Otnositelino nekotorîih neravenstv mejdu srednimi*, în „Mathematica“, vol. 1 (24), f. 1. Cluj, 1959, pp. 81—93. În românește în „Studii și cercet. matem.“, t. XI, nr. 2, Cluj, 1960, pp. 343—355.

67. *Sur le reste dans certaines formules linéaires d'approximation de l'analyse*, în „Mathematica“, vol. 1 (24), fasc. 1, 1959, pp. 95—142.

68. *Asupra restului în unele formule liniare de aproximare ale analizei*, în „Studii și cercet. matem.“, t. X, nr. 2, Cluj, 1959, pp. 337—389.

69. *Diferențe divizate și derivate*, în „Studii și cercet. matem.“, t. XI, nr. 1, Cluj, 1960, pp. 119—145. A se vedea traducerea în franceză în „Mathematica“, t. 1 (24), fasc. 2, Cluj, 1959.

70. *Sur la délimitation du reste dans certaines formules d'approximation linéaires de l'analyse*, în „Mathematica“, vol. 2 (25), fasc. 1, Cluj, 1960, pp. 159—162. În românește în „Studii și cercet. matem.“, t. XI, nr. 2, Cluj, 1960, pp. 357—362.



71. *Remarque sur la première et sur la seconde formule de la moyenne du calcul intégral*, în „Mathematica“, vol. 2 (25), fasc. 1, Cluj, 1960, pp. 163—169. În românește în „Studii și cercet. matem.“, t. XI, nr. 2, Cluj, 1960, pp. 363—370.

72. *Asupra preciziei calculului numeric în interpolarea prin polinoame de două variabile*, în „Studii și cercet. matem.“, t. XI, fasc. anexă, Cluj, 1960, pp. 159—165.

73. *Sur la délimitation du reste dans les formules d'approximation linéaire de l'analyse*. Symposium on the numerical treatment of ordinary differential equations, integral and integro-differential equations (Roma, 1960), Birkhäuser, Basel, 1960, pp. 441—446. A se vedea și [70].

74. *Remarques sur une formule de la moyenne des différences divisées généralisées*, în „Mathematica“, vol. 2 (25), fasc. 2, Cluj, 1960, pp. 323—324.

75. *Sur un théorème de W.A. Markov*, în „Mathematica“, vol. 2 (25), fasc. 2, 1960, pp. 299—332. În românește în „Studii și cercet. matem.“, t. XII, nr. 2, Cluj, 1961, pp. 333—355.

76. *Some Bernstein polynomial in two variables and their applications*, în „Dokl. Akad. Nauk“, SSSR, t. 134, 1960, pp. 48—51. Tradusă în engleză în „Sov. Mat. Dokl.“, t. 1, 1961, pp. 1025—1028.

77. *Sur la conservation de l'allure de convexité d'une fonction par ses polynômes d'interpolation*, în „Mathematica“, t. 3 (26), fasc. 2, Cluj, 1961, pp. 311—329.

78. *Remarques sur la conservation du signe et de la monotonie par certains polynômes d'interpolation d'une fonction d'une variable*, în „Ann. Univ. Sc. Budapest. Eötvös, Sect. math., t. 3—4, 1960—1961, pp. 241—246.

79. *Sur la conservation, par le polynôme d'interpolation de L. Fejér, du signe ou de la monotonie de la fonction*, în „An. științ. Iași“, secț. I, serie nouă, t. 8, 1962, pp. 65—84.

$d_2$. În „Gazeta matematică“, Tiberiu Popoviciu a publicat următoarele articole și note matematice:

80. *Generalizarea teoremei lui Franke*, anul XXVIII (1922—23), pp. 409—410.

81. *Asupra problemei 3018*, anul XXIX (1923—24), p. 89.

82. *Asupra problemei 3124*, anul XXX (1924—25), p. 94.

83. *Funcții pseudosimetrice*, anul XXXI (1925—26), p. 455.

84. *Asupra geometriei unui triunghiu deformabil în echilibru*, anul XXXIII (1927—28), pp. 284—289.

85. *Asupra unei ecuații diferențiale*, anul XXXIV (1928—29), pp. 417—420.

86. *Asupra numărului indicatorilor unui număr dat*, anul XXXVI (1930—31), pp. 86—90.

87. *Asupra indicatorilor*, anul XXXVI (1930—31), p. 259.

88. *Asupra unui determinant*, anul XXXVI (1930—31), pp. 405—408.

89. *Asupra notei din Gazeta matematică, vol. XXXVII*, p. 92, anul XXXVIII (1932—33), p. 88.

90. *Asupra problemei 2308 și asupra notei 3 din „Gazeta matematică“, vol. XXI*, anul XXXVIII (1932—33), pp. 131—133.

91. *Asupra notei 40 din Gazeta matematică, vol. XXXVII, p. 446*, anul XXXVIII (1932—33), pp. 174—175.

92. *Asupra unei probleme din „Culegerea de probleme de algebră“*, anul XXXIX (1933—34), pp. 351—353.

93. *Asupra mediilor aritmetice și geometrice*, anul XL (1934—35), pp. 55—60.

94. *Observații asupra ecuațiilor algebrice avînd toate rădăcinile reale*, anul XLI (1935—36), pp. 67—68.

95. *Asupra problemei 457 din „Gazeta matematică“, vol. VII, p. 84*, anul XLI (1935—36), pp. 285—288.
96. *Asupra curbelor plane*, anul XLI (1935—36), pp. 613—619.
97. *Despre o inegalitate a lui Wolstenholme*, anul XLII (1936—37), pp. 135—138.
98. *Asupra problemei 1058*, anul XLII (1936—37), p. 248.
99. *Despre rădăcinile comune la mai multe ecuații multinoame*, anul XLII (1936—37), p. 569.
100. *Asupra unei metode de cuadratură mecanică*, anul XLIII (1937—38), pp. 246—248.
101. *Asupra unei probleme din teoria ecuațiilor algebrice*, anul XLIV (1938—39), pp. 362—364.
102. *Asupra notei 16 din „Gazeta matematică“, vol. 40, p. 117*, anul XLIV (1938—39), p. 301.
103. *Asupra problemei 4567*, anul XLV (1939—40), pp. 232—238.
104. *Asupra problemei 4258*, anul XLV (1939—40), p. 302.
105. *Asupra problemei 3354*, anul XLV (1939—40), pp. 472—475.
106. *Încă ceva despre problema 3911*, anul XLV (1939—40), pp. 578—579.
107. *Asupra formelor hermițiene*, anul XLVI (1940—41), pp. 29—31.
108. *Observație asupra problemei 3365*, anul XLVI (1940—41), pp. 140—141.
109. *Asupra problemei 3209*, anul XLVI (1940—41), pp. 122—130 și 179—185.
110. *Asupra problemei 4385*, anul XLVI (1940—41), pp. 237—241.
111. *Soluția și generalizarea problemei 1876*, anul XLVI (1940—41), pp. 345—350 și 512—519.
112. *Asupra problemei 2337*, anul XLVI (1940—41), pp. 356—358.
113. *Asupra problemei 2552*, anul XLVI (1940—41), pp. 637—638.
114. *Asupra problemei 1885*, anul XLVII (1941—42), pp. 411—413.
115. *Asupra problemei 2469*, anul XLVIII (1942—43), pp. 109—112.
116. *Asupra notei 14* din *G.M. XLIX, p. 239*. anul XLIX (1943—44), pp. 343—344.
117. *Asupra distribuției numerelor prime*, anul L (1944—45), pp. 241—245.
118. *Asupra unui articol*, anul L (1944—45), pp. 425—426.
119. *Asupra unor inegalități*, anul LI (1945—46), pp. 81—85.
120. *Asupra indicatorilor*, anul LI (1945—46), pp. 306—313.

$d_3$. De asemenea, în „Revista matematică din Timișoara“, „Jurnalul matematic“, „Curierul matematic“ etc. a publicat următoarele articole și note matematice:

121. *Asupra triunghiurilor în care avem*: $a(b + c) = b^2 + c^2$, în „Rev. matem. din Timișoara“, anul III, 1923, pp. 102—104.
122. *Relațiuni între unghiurile unui triunghi*, în „Rev. matem. din Timișoara“, anul IV, 1923, pp. 67—69.
123. *Asupra unor ceviene într-un triunghiu*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 1—5.
124. *O demonstrație a teoremei lui Simson*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 6—7.
125. *Asupra unei probleme*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 7—11.
126. *Asupra funcțiilor pseudo-omogene*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 13—19.
127. *Generalizarea teoremelor lui Franke și Karya*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 25—30.
128. *O chestiune de aritmetică*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 31—33.
129. *Generalizarea teoremelor lui Franke și Karya*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 37—39.
130. *O generalizare*, în „Jurnal mat.“, 1923, pp. 41—43.



131. *Asupra calculului modulului sistemului de logaritmi zecimali*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 41—46.
132. *Asupra triunghiurilor speciale*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 54—56.
133. *Două cubice analagmatice*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, p. 57.
134. *Cîteva puncte, drepte și conice, remarcabile într-un triunghiu*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 61—66 și 73—76.
135. *Asupra ecuației de gradul II*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 66—68.
136. *Asupra progresiilor cu mai multe rații*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 68—70.
137. *O teoremă de geometrie*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 77—78.
138. *O proprietate remarcabilă a dreptei lui Gauss în legătură cu un triunghiu*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1923, pp. 78—80.
139. *Asupra polului și polarei triunghiulare*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, p. 90.
140. *Asupra unei teoreme din geometria triunghiului*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, p. 91.
141. *Asupra polinoamelor lui Legendre*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 97—101.
142. *Asupra unei însumări*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 102—105 și 109—113.
143. *Asupra metodei lui Bernoulli pentru aproximarea rădăcinilor unei ecuații algebrice*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 113—116.
144. *Asupra seriilor divergente*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 121—125.
145. *Asupra curbelor de clasa a III-a analagmatice în coordonate tangențiale trilineare*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 126—129.
146. *Determinanți pseudo-simetrici*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 129—132.
147. *Teoreme asupra poligoanelor regulate*, în „Jurnal mat.“, anul I, 1924, pp. 135—141.
148. *Asupra suprafețelor* n-*dimensionale*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 3—12.
149. *Asupra sumei puterilor asemenea a termenilor unei progresii aritmetice*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 12—17.
150. *Asupra unor determinanți*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 17—21.
151. *Asupra transformărilor ortogonale*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 21—23.
152. *O îndreptare*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 29—34.
153. *Asupra diferențelor finite*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 34—46, 57—61.
154. *Observări asupra unei însumări*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 46—49.
155. *O teoremă asupra triunghiurilor echibrocardiene*, în „Jurnal mat.“, an. II, 1925, pp. 49—50.
156. *Asupra diametrelor conjugate la curbele algebrice*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 50—51.
157. *Generalizarea unei relații asupra combinărilor*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 68—69.
158. *Asupra restului diviziunilor prin polinoame*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 69—72.
159. *Asupra unei dezvoltări polinomiale*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 72—73.
160. *O generalizare a funcției gamma*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 85—92 și 120—129.
161. *Asupra funcțiunii exponențiale*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 95—105.
162. *Asupra unei integrale a lui Hermite*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 106—107.
163. *Asupra funcțiunii exponențiale*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 113—120.
164. *Asupra ecuației algebrice*, în „Jurnal mat.“, anul II, 1925, pp. 129—132.
165. *Asupra formulei binomului și a factorialei*, în „Curierul mat.“, anul I, 1925, pp. 36—39 și 51—53.
166. *Asupra conicelor circumscrise unui triunghi*, în „Curierul mat.“, anul I, 1925, p. 74.
167. *Asupra unei identități*, în „Curierul mat.“, anul I, 1925, pp. 134—136.

168. *Asupra unor polinoame remarcabile*, în „Bul. Soc. studenţilor în matematici", litografiat, anul I, 1925, pp. 12—19.
169. *Asupra polinoamelor ultrasferice*, în „Bul. Soc. studenţilor în mat.", anul I, 1925, pp. 32—38.
170. *Asupra unor determinanţi şi a ecuaţiilor lor caracteristice*, în „Rev. matem. Timişoara", anul V, 1925, pp. 19—21.
171. *Asupra calculării discriminantului ecuaţiei de gradul III*, în „Rev. matem., Timişoara", anul V, 1925, p. 71.
172. *Asupra coeficienţilor binomiali*, în „Rev. matem., Timişoara", anul V, 1925, pp. 99—102.
173. *Asupra seriei ipergeometrice*, în „Curierul mat.", anul I, 1926, pp. 177—182.
174. *Asupra unor puncte coliniare*, în „Curierul mat.", anul II, 1926, pp. 65—68.
175. *Generalizarea unui determinant funcţional*, în „Curierul mat.", anul II, 1926, p. 87.
176. *Asupra unor identităţi algebrice*, în „Curierul mat.", anul II, 1926, pp. 113—118.
177. *Asupra unor determinanţi şi a ecuaţiilor lor caracteristice*, în „Curierul mat.", anul II, 1926, pp. 161—164.
178. *Cîteva proprietăţi ale polinoamelor lui Laguerre*, în „Bul. Soc. stud. în mat.", anul II, 1926, pp. 25—30.
179. *Teoreme de geometria triunghiului*, în „Bul. soc. stud. în mat.", nr. 4, 1926, pp. 21—24.
180. *Discriminantul unei ecuaţii algebrice*, în „Bul. Soc. stud. în mat.", nr. 4, 1926, pp. 35—38.
181. *Prima notă asupra seriilor lui Bertrand*, în „Bul. Soc. stud. în mat.", t. 2, 1926, pp. 12—21.
182. *A doua notă asupra seriilor lui Bertrand*, în „Bul. Soc. stud. în mat.", t. 2, 1926, pp. 2—7.
183. *Geometrie şi mecanică*, în „Foaia mat.", t. 3, 1926, pp. 151—153.
184. *Generalizarea unei proprietăţi a seriei lui „e"*, în „Rev. matem., Timişoara", anul VI, 1926, pp. 83—85.
185. *Asupra unui determinant*, în „Curierul mat.", anul II, 1926, pp. 202—203.
186. *Asupra funcţiilor eliptice*, în „Curierul mat.", anul III, 1927, pp. 9—10.
187. *Asupra curbelor plane*, în „Curierul mat.", anul III, 1927, pp. 33—41.
188. *Asupra unor operaţii funcţionale*, în „Curierul mat.", anul III, 1927, pp. 69—70.
189. *Substituţiile liniare şi un sistem de ecuaţii funcţionale*, în „Curierul mat.", anul III, 1927, pp. 97—102.
190. *Asupra unor formule diferenţiale*, în „Curierul mat.", anul III, 1927, pp. 119—122.
191. *Asupra unor polinoame care formează un şir Appell*, în „Curierul mat.", anul III, 1927, pp. 45—152.
192. *Asupra unor polinoame remarcabile*, 93 pag., edit. autorului, Arad, 1927.
193. *Asupra formulei binomului*, 7 pag., edit. autorului, Arad, 1927.
194. *Generalizarea unui determinant*, în „Rev. matem., Timişoara", anul VII, 1927, pp. 59—60.
195. *Asupra funcţiilor pseudo-omogene*, în „Rev. matem., Timişoara", anul VII, 1927, p. 109.
196. *Geometrie şi mecanică*, în „Rev. matem., Timişoara", anul VII, 1927, p. 109.
197. *Asupra unui articol*, în „Rev. matem., Timişoara", anul VII, 1927, p. 128.
198. *Asupra unei probleme de algebră*, în „Curierul mat.", anul III, 1928, pp. 162—165.
199. *Asupra descompunerii unui trinom cu coeficienţi raţionali*, în „Rev. matem., Timişoara", anul VII, 1928, pp. 195—198.
200. *Asupra unei probleme de algebră*, în „Rev. matem., Timişoara", anul IX, 1929, pp. 37—39.



201. *Asupra problemei 85*, în „Rev. matem., Timişoara", anul IX, 1929, p. 52.
202. *Asupra unei teoreme de aritmetică*, în „Rev. matem., Timişoara", an. IX, 1929, pp. 99—101.
203. *O problemă asupra indicatorilor*, în „Rev. matem., Timişoara", anul IX, 1929, p. 101.
204. *Asupra unei note matematice*, în „Rev. matem., Timişoara", anul IX, 1930, p. 128.
205. *Asupra unei probleme de aritmetică*, în „Rev. matem., Timişoara", anul IX, 1930, p. 128.
206. *Despre calculul rădăcinilor pătrate*, în „Ştiinţă şi progres", anul I, 1934, pp. 134—138.
207. *Despre extragerea rădăcinii dintr-un polinom de o variabilă independentă*, în „Rev. matem., Timişoara", anul XV, 1935, pp. 49—51.
208. *Despre funcţiile alternate de mai multe variabile independente*, în „Rev. matem., Timişoara", anul XV, 1935, pp. 73—76.
209. *Despre determinarea unor funcţii de mai multe variabile*, în „Ştiinţă şi progres" anul I, 1935, pp. 217—221.
210. *Despre şirurile monotone*, în „Pozitiva", anul I, 1940, pp. 41—45.
211. *Asupra poligoanelor regulate*, în „Pozitiva", anul II, 1941, pp. 92—97.

### $d_4$. *Lucrări didactice, lucrări de sinteză şi diverse:*

212. *Revizuirea ediţiei a treia a „Culegerii de probleme de algebră"* publicată de ing. *Andrei G. Ioachimescu*, în 1926, în colecţia „Gazetei matematice".
213. Redactarea lecţiilor făcute de *Paul Montel* la Cluj în 1935 despre „*Funcţiile periodice şi aproape periodice*". Apărută în monografiile matematice din Cluj, fasc. II, 72 pag., 1937.
214. Colaborator la *Exerciţiile şi problemele de analiză etc.*, a profesorului *Angheluţă*.
215. *Despre cea mai bună aproximaţie a funcţiilor continue prin polinoame*, monografii matematice, Cluj, fasc. III, 66 pag., 1938.
216. *Curs de matematici generale*, ţinut în anul şcolar 1937—38 la Facultatea de ştiinţe din Cernăuţi, autografiat, 1938.
217. *Les fonctions convexes*. Actualités scientifiques et industrielles, Paris, fasc. 992, 75 pag., 1944.
218. *Elementele de analiză matematică*, fasc. 1—2, litografiat, Centrul studenţesc Cluj, 344 pag., 1947.
219. *Curs de algebră superioară. Numere reale şi complexe. Noţiuni de teoria numerelor*, fasc. 1—2, litografiat, 574 pag., Centrul studenţesc Cluj, 1948.
220. *Asupra unor inegalităţi*, în „Gazeta mat. şi fiz.", seria A, t. XI, nr. 8, august 1959, pp. 451—461.
221. *15 ani de la eliberarea patriei noastre. Realizări în domeniul matematicii*, în „Studii şi cercet. mat.", t. X, nr. 1, Cluj, 1959, pp. 8—15.
222. *Orientarea şi rezultatele cercetărilor la Institutul de calcul*, în „An. Acad. R.P.R."; vol. X, pp. 117—122.
223. *Opera ştiinţifică a lui J. Bolyai*, în „Studia Universitatis Babeş-Bolyai", Cluj, t. V, series I, fasc. 1, mathematica, 1960, pp. 9—14.
224. *Matematica şi cibernetica* (în l. franceză). Volumul *L'homme et la société contemporaine*, Editura Acad. R.P.R., 1963.
225. *Contribuţii ale Institutului de calcul în unele cercetări de analiză numerică impuse de rezolvarea unor probleme ivite în producţie*, Sesiunea ştiinţifică jubiliară, Institutul de mecanică aplicată, 4—7 iulie 1960, Editura Acad. R.P.R., 1962, pp. 57—65.

226. *Aspecte ale legăturii dintre teorie și practică în matematică. Orientarea cercetării științifice în lumina sarcinilor și perspectivelor desăvîrșirii construcției socialiste*, în „Cercetări filozofice", t. IX, nr. 6, 1962, pp. 1535—1538.

227. *Delimitarea erorilor de calcul în interpolarea prin polinoame și aplicații la derivarea și integrarea numerică*, Editura Acad., 1965.

## § 18. Nicolae Teodorescu

*a.* Matematicianul Nicolae Teodorescu binecunoscut nu numai în lumea universitară și academică, ci și în afara acesteia, este printre universitarii noștri un om al surprizelor referitoare la multiplele sale preocupări. Prezent la Universitate ca profesor, la Academie, la Casa oamenilor de știință, la Institutul de matematică, la diverse conferințe de specialitate, responsabil pentru publicații științifice matematice, participînd la congrese de matematici din țară sau din străinătate, Nicolae Teodorescu este în continuă și susținută mobilitate tinerească.

Născut la 5/18 iulie 1908, în București, Nicolae Teodorescu și-a făcut în Capitală toate studiile, inclusiv cele universitare. A urmat șapte clase la Liceul „Spiru Haret", iar ultima clasă a făcut-o la fostul seminar pedagogic „Titu Maiorescu", unde și-a trecut bacalaureatul în 1926. S-a înscris apoi la Facultatea de științe a Universității bucureștene, secția matematici, luîndu-și licența în matematici în 1929. După aceea a plecat la Paris, unde și-a trecut teza de doctorat în matematici la Sorbona, la 25 aprilie 1931, tratînd subiectul : *La dérivée aréolaire et ses applications à la Physique mathématique.* Președintele comisiei de doctorat a fost Henri Villat, cunoscut savant francez specialist în mecanica fluidelor, iar membri examinatori ai comisiei au fost Arnaud Denjoy și H.Béghin. Dar Villat a făcut frumosul gest de a invita pe învățatul nostru Dimitrie Pompeiu să facă parte din juriul pentru susținerea tezei, ca cel care era descoperitor al derivatei areolare. Astfel, Nicolae Teodorescu este singurul român care și-a susținut teza de doctorat la o universitate străină, în fața unei comisii cuprinzînd un savant conațional.

În această teză, pornind de la noțiunea de *derivată areolară* introdusă de Pompeiu în 1912, dar *interpretînd fizic acest operator*, Teodorescu ajunge la o serie de aplicații interesante (de exemplu aplicații la deformarea plăcilor elastice plane). Într-adevăr, Nicolae Teodorescu pornește de la definiția generală a derivatei areolare dată de Pompeiu, pe care nimeni nu o utilizase în această formă. El ține seama de faptul că derivata areolară este independentă de noțiunea de derivată parțială, ceea ce i-a îngăduit să studieze clase largi de funcții de o variabilă complexă. Teodorescu a ajuns de asemenea să lege derivata areolară de derivata unei funcții de mulțime, cum și de *derivata exterioară a lui Elie Cartan.* Derivata areolară devine astfel nu numai un instrument cu ajutorul căruia să se poată trece de la funcția de o variabilă complexă analitică la funcția de o variabilă complexă generală, ci servește mai ales la punerea în ecuație și integrare, ceea ce face ca unele probleme de fizică matematică să capete o înfățișare extrem de sugestivă și simplă. De exemplu, N. Teodorescu s-a folosit de derivata areolară pentru punerea în ecuație a problemelor de echilibru pentru mediile continue.

Întors în țară după susținerea doctoratului la Paris, Nicolae Teodorescu a fost numit în octombrie 1931 asistent al profesorului Onicescu la catedra de