

DEFALCAREA PLANULUI ANUAL AL ÎNTREPRINDERII PE PERIOADE

de
L. NÉMETI
(Cluj)

1. Descrierea situației tehnologice și organizatorice

a) Organizarea fabricației. Se presupune că întreprinderea în cauză posedă S secții de producție. Ele sînt numerotate cu $s = \overline{1, S}$.

Întreprinderea produce P diferite produse. Criteriile de clasificare ale acestora — după sortimente, tipo-dimensiuni etc. — sînt într-o anumită măsură arbitrară, corespunzînd diferitelor faze ale elaborării planului de producție (vezi punctul 1b).

Produsele suferă diferite prelucrări, transformări în secții și se presupune că numerele (indicii) s aranjate după ordinea de prelucrare formează pentru fiecare produs un șir crescător. Există deci pentru fiecare produs $p = \overline{1, P}$ un șir crescător al indicilor secțiilor parcurse de produsul p :

$$S_p = (s^p, s_2^p, \dots)$$

Vom nota cu S_p' șirul de mai sus din care s-a scos ultimul termen.

În secții există diferite meserii sau tipuri de locuri de muncă (ca: grupul mașinilor de format, strunguri, mașini de rectificat, sudură electrică, asamblări etc.). Defalcarea activității secției în meserii, respectiv a utilajului în tipuri este într-o anumită măsură arbitrară și ea se va face în concordanță cu necesitățile planificării producției. Meseriile sînt numerotate cu $m = \overline{1, M}$. Pentru o meserie dată m se cunoaște și secția s căreia meseria considerată îi aparține, cu alte cuvinte se dă funcția $s = \sigma(m)$.

Anul de producție este divizat în L perioade de timp. După necesitățile organizatorice respectiv etapa planificării, perioada poate fi trimestrul, luna, decada, săptămîna etc. Duratele perioadelor $l = \overline{1, L}$ pot fi diferite, în general se folosește aceeași durată pentru toate secțiile. De asemenea

nu se cere ca perioada l să înceapă în același moment în toate secțiile. Din contra, se folosește destul de des un decalaj între perioadele secțiilor consecutive, decalaj ce depinde de procesul tehnologic și de lotizarea produselor. Se presupune în orice caz că decalajele sînt făcute în așa fel încît să se respecte următorul

Principiu. Să presupunem că prelucrarea în secția s a unui lot din produsul p s-a efectuat în perioada l . Atunci începerea prelucrării acestui lot într-o secție $s' > s$ va cădea într-o perioadă $l' \geq l$.

b) **Planul de producție.** Planul anual se dă în diferite forme, respectiv faze. Astfel se dă întotdeauna planul global valoric (acest plan se cunoaște în general întii). Cîte odată se dă și un plan global fizic, cu unități de măsură ce corespund naturii produsului (kg., bucăți, metru liniar etc.). Planul nominalizat pe sortimente se dă în general pe baza comenzilor ferme și cîte odată nu se cunoaște integral, deodată, ci se concretizează pe parcurs (trimestrial de exemplu). La planul nominalizat se mai dau și termene de livrare. Pentru produsul p , numărul l_p va însemna perioada la sfîrșitul căreia prelucrarea produsului respectiv trebuie să fie terminată integral. Dacă un produs p urmează să fie predat în mai multe tranșe, la termene diferite l_p^1, l_p^2, \dots atunci produsul se va scinda în produsele p_1, p_2, \dots , fiecare avînd termenul său de livrare prescris l_p^1, l_p^2, \dots .

Se va nota cu c_p cantitatea anuală cerută de plan pentru produsul p .

Se cere să se determine defalcarea pe secții și pe perioade a acestui plan, defalcare care să respecte termenele precum și condițiile tehnologice și organizatorice din întreprindere, în așa fel ca această defalcare să fie optimă din anumite puncte de vedere.

2. Datele problemei

a) **Date primare.** În afara elementelor deja menționate $P, S, M, L; \sigma(m); S_p, S_p'; l_p, c_p$ se mai dau următoarele:

- $t_{pm}, p = \overline{1, P} \quad m = \overline{1, M}$: norma de timp planificată pentru prelucrarea cantității unitare din produsul p la meseria m . Dacă produsul nu se prelucrează la meseria m , se va pune $t_{pm} = 0$.
- $T_{ml}, m = \overline{1, M} \quad l = \overline{1, L}$: fondul de timp al secției $s = \sigma(m)$ din meseria m în perioada l pentru prelucrarea produselor din plan.
- $C_s, s = \overline{2, S}$: capacitatea de înmagazinare a magaziei intermediare înaintea secției s (aici se includ și alte capacități de depozitare a semifabricatelor destinate prelucrării în secția s).
- $\alpha_p, p = \overline{1, P}$: ponderi, folosite la restricții și care vor fi explicate în paragraful 3.
- $\beta_{psl}, p = \overline{1, P} \quad s = \overline{1, S} \quad l = \overline{1, L}$ } ponderi folosite la funcțiile de optimizat și care vor fi explicate în paragraful 4.
- $\gamma_{psl}, p = \overline{1, P} \quad s = \overline{1, S}$ }

b) **Analiza preliminară**

— În primul rînd, planul se defalcă pe secții, adică se determină mărimile $c_{ps}, p = \overline{1, P} \quad s = \overline{1, S}$ deci cantitățile din produsul p de prelucrat în cursul anului la secția s . Aceste mărimi se stabilesc ținînd cont de valorile c_p , de unitatea de măsură folosită în secția s , de pierderile și rebuturile scontate în diferitele secții de la s pînă la ultima secție S .

— Se trece pe urmă la o analiză a încărcării capacităților de producție. În acest scop vor fi determinați indicii de încărcare K_m după formula

$$(a) \quad K_m = \frac{\sum_{p=1}^P c_{ps} t_{pm}}{\sum_{l=1}^L T_{ml}}, \quad s = \sigma(m) \quad m = \overline{1, M}$$

și

$$M_- = \{m | K_m \leq 1\}: \quad \text{mulțimea meseriilor subîncărcate}$$

$$M_+ = \{m | K_m > 1\}: \quad \text{,, ,, supraîncărcate.}$$

c) **Alte date deduse**

- $\mathfrak{Q}_m = \{p | t_{pm} > 0\}$: mulțimea produselor la care se utilizează meseria m
- $\bar{\mathfrak{Q}}_m = \{p | t_{pm} = 0\}$: mulțimea produselor la care nu se utilizează meseria m .
- $\mathfrak{Q}_+ = \bigcup_{m \in M_+} \mathfrak{Q}_m$: mulțimea produselor pentru care există o meserie supraîncărcată
- $\mathfrak{Q}_- = \{1, 2, \dots, P\} \setminus \mathfrak{Q}_+$: mulțimea produselor unde nu există nici o meserie supraîncărcată

— În cazul supraîncărcării, adică la produsele din \mathfrak{Q}_+ , unele din aceste produse nu pot fi executate în cantitatea prescrisă. Se pot da, în conformitate cu politica de desfacere a întreprinderii, anumite margini inferioare (sub forma unor coeficienți de corecție la cantitatea prescrisă c_p) pentru micșorarea cantității c_p . Acești coeficienți r_p trebuie să verifice condițiile:

$$(b) \quad 0 \leq r_p \leq 1, \quad p \in \mathfrak{Q}_+ \quad \text{și}$$

$$(c) \quad \sum_{p \in \mathfrak{Q}_+} r_p c_{ps} t_{pm} \leq \sum_{l=1}^L T_{ml}, \quad s = \sigma(m) \quad m \in M_+.$$

— În cazul subîncărcării, $p \in \mathfrak{Q}_-$, pot fi alese trei alternative:
 α) Pentru acoperirea golurilor de capacitate se caută alte produse (alte comenzi)

β) Se măresc unele cantități c_p

γ) Ambele măsuri se combină.

În cazurile β) și γ), se pot da, în conformitate cu politica de desfacere, anumite margini superioare R_p pentru coeficientul de mărire a cantității c_p . Coeficienții R_p verifică condiția

$$(d) \quad R_p \geq 1, \quad p \in \mathcal{Q}_-,$$

3. Necunoscutele și restricțiile problemei

a) Necunoscutele sînt:

x_{psl} , $p = \overline{1, P}$ $s = \overline{1, S}$ $l = \overline{1, L}$: cantitatea de prelucrat din produsul p în secția s pe perioada l .

ρ_p , $p = \overline{1, P}$: coeficientul de realizare planificată a cantității c_p .

b) Restricțiile sînt:

— condițiile de nenegativitate

$$(1) \quad x_{psl} \geq 0, \quad p = \overline{1, P} \quad s = \overline{1, S} \quad l = \overline{1, L},$$

— condiții de terminare

$$(2) \quad x_{psl} = 0, \quad s = \overline{1, S} \quad l = \overline{l_p + 1, L}, \quad p = \overline{1, P}.$$

La produsele cu $l_p = L$, aceste restricții nu se impun.

— condițiile de modificare a planului

$$(3) \quad 1 \leq \rho_p \leq R_p, \quad p \in \mathcal{Q}_-$$

$$(4) \quad r_p \leq \rho_p \leq 1, \quad p \in \mathcal{Q}_+$$

— condițiile de realizare a planului

$$(5) \quad \sum_{l=1}^L x_{psl} - c_{ps} \rho_p = 0, \quad p = \overline{1, P} \quad s = \overline{1, S}$$

— condițiile de capacitate

$$(6) \quad \sum_{p=1}^P t_{pm} x_{psl} \leq T_{ml}, \quad l = \overline{1, L} \quad s = \sigma(m) \quad m = \overline{1, M}$$

— condițiile de continuitate

$$(7) \quad \sum_{l=1}^L \left(\frac{x_{psl}}{c_{ps}} - \frac{x_{ps'l}}{c_{ps'}} \right) \geq 0, \quad \lambda = \overline{1, L} \quad s \in \mathcal{S}'_p \quad p = \overline{1, P},$$

Aceste restricții asigură faptul ca secția s' să primească de la secția premergătoare s în timp util și în cantități suficiente semifabricatele necesare prelucrării.

— condițiile de depozitare

$$(8) \quad \sum_{p=1}^P \sum_{l=1}^L \alpha_p \left(x_{psl} \frac{c_{ps'}}{c_{ps}} - x_{ps'l} \right) \leq C_{ps}, \quad s' = \overline{2, S} \quad \lambda = \overline{1, L}.$$

Coeficientul α_p exprimă necesarul de suprafață de depozitare a semifabricatelor pentru o unitate a produsului p (dacă C este exprimat ca suprafață).

4. Criterii de optimizare

Dacă sistemul (1) ... (8) este compatibil, atunci el va avea în general o infinitate de soluții. Pentru optimizare, putem lua în considerare mai multe funcții economice.

Obiectivul fundamental este maximizarea veniturii nete al întreprinderii. Pentru mărirea aceasta obținem expresia de *maximizat*

$$(9) \quad y = \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L \beta_{psl} x_{psl}.$$

Determinarea coeficienților β este o muncă dificilă și complexă mai ales dacă dorim să ținem cont de cît mai mulți factori determinanți.

Vrem să înșirăm cîțiva dintre acești factori:

a) venitul net antecalculat pentru unitate de produs;

b) venitul net scontat prin folosirea capacităților disponibile (pentru produse $p \in P_-$); aprecierea justă a acestui venit este o problemă economică dificilă, însă neglijarea acestui factor ar falsifica în mod considerabil tabloul economic al problemei;

c) cheltuielile de imobilizare a fondurilor prin stocuri de produse neterminat;

d) cheltuielile de imobilizare a fondurilor prin finisarea produselor înaintea termenelor de livrare (dacă beneficiarul nu acceptă o livrare mai devreme);

e) în cazurile subîncărcării, cînd se prevăd capacități disponibile — care urmează să fie acoperite prin comenzi ulterioare — este indicat

de a programa aceste disponibilități la perioadele ulterioare, condiții ce contrazic condiția d)*;

f) ponderile β pot fi majorate la anumite produse cărora li se dă o preferință (de ex: la cele pentru export);

g) o condiție ce se exprimă printr-o restricție aparte, este aceea de a evita fărâmișarea inutilă a loturilor, lucru ce ar mări cheltuielile de lansare; această condiție se exprimă prin *minimizarea* funcției

$$(10) \quad z = \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L \gamma_{ps} \text{ sign } x_{psl}$$

unde s-a notat

$$\text{sign } x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

5. Considerații generale

a) Metode de rezolvare. Restricțiile (1) ... (8), împreună cu funcția obiectiv (9) constituie o problemă de programare liniară care nu prezintă dificultăți principiale. În legătură cu dimensiunile problemei, câteva precizări se vor face la aliniatul c). Se poate întâmpla însă ca luarea în seamă a tuturor factorilor a) ... f) din paragraful precedent să fie prea dificilă. În acest caz pot fi formulate eventual mai multe funcții de optimizat, toate de structura (9) fiecare din ele reprezentând doar o parte din factorii susmenționați. Se va aplica atunci una din metodele cunoscute pentru rezolvarea problemelor de programare matematică cu mai multe funcții economice.

În mod asemănător se procedează și atunci, când urmează să se folosească și funcția (10); numai că acest tip de probleme s-a studiat pînă acum destul de puțin.

b) Compatibilitatea problemei. Dacă are loc

$$- l_p = L, \quad p = \overline{1, P} \text{ și}$$

$$- M_+ = \emptyset,$$

atunci sistemul (1) ... (8) este compatibil (conjectură!). Să presupunem că ipoteza aceasta este adevărată. În acest caz:

* Pentru criteriul d , coeficienții β_{psl} , ce cresc cu l , realizează o tendință de începere cît mai tîrzie a lucrărilor, fapt care micșorează cheltuielile de imobilizare. Pentru criteriul e , coeficienții β_{psl} , ce descresc cu l crescător, realizează o începere (și terminare) cît mai devreme a lucrărilor, fapt care face ca disponibilitățile să apară cît mai tîrziu.

— dacă $M_+ \neq \emptyset$, problema este compatibilă dacă numerele r_p se aleg suficient de mici;

— dacă există termene $l_p < L$, atunci sistemul poate fi făcut compatibil dacă se renunță la restricțiile (2) (respectarea termenelor de livrare). În acest caz trebuie să introducem în funcția obiectiv (9) niște coeficienți β *negativi* care să exprime penalizările pentru depășirea termenelor contractuale.

c) Dimensiunile problemei. Numărul necunoscutelor este

$$n = P(SL + 1)$$

iar numărul restricțiilor (3) ... (8)

$$n' \leq P(S + 4) + L(S - 1)(P + M + 1).$$

De exemplu obținem pentru: $P = 15$

$$S = 3$$

$$M = 10$$

$$L = 12$$

$$n = 555$$

$$n' \leq 729,$$

dimensiuni acceptabile.

d) Observații.

— Rezultatele obținute pot fi puțin obișnuite, dînd variante ale planului la care planificatorul nici nu se gîndește. Astfel este posibil ca rezultatul obținut să ne indice că este avantajos ca un anumit semifabricat prelucrat la o secție să aștepte cîteva perioade pînă ce va fi prelucrat la secția următoare. O altă posibilitate este că loturile vor avea mărimi variabile de-a lungul trecerii lor prin secții ș.a.m.d.

— Planul defalcat se reface în general de mai multe ori. Motivele pot fi diferite: se modifică sortimentele sau cantitățile, realizările sînt altele decît cele scontate (întîrzieri, rebuturi mai mari sau mai mici etc.). Acest lucru se face ușor ținînd cont de situația momentană și programîndu-se bineînțeles numai perioadele care urmează.

— Planul pe sortimente se specifică cîte odată treptat, nu pe întreg anul ci pe perioade mai scurte (de exemplu pe trimestre). În aceste cazuri se pot alege două procedee de defalcare

α . Defalcarea se face numai pe perioada respectivă.

β . Defalcarea se face pe întreg anul (această metodă este mai recomandabilă), se introduce însă o funcție suplimentară de maximizat, de

tipul (9), unde coeficienții β_{pst} descresc cu l crescător în vederea „condensării” programului pe primele perioade l (restricție analogă cu alineatul e, din paragraful precedent).

e) **Concluzii.**

După cum se vede, modelul prezentat este foarte flexibil și el poate fi adaptat la situațiile cele mai diferite. Se poate deci afirma că modelul și metoda de rezolvare propusă posedă un interes economic considerabil.

DIE ZERLEGUNG DES JÄHRLICHEN PRODUKTIONSPLANES BEI EINEM UNTERNEHMEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Nachdem der Fertigungsplan für das kommende Jahr (oder auch — provisorisch — für eine kürzere Periode) bestimmt worden ist, muss derselbe auf die Fertigungsabteilungen und kürzere Zeitabschnitte verteilt werden. Vorliegende Arbeit behandelt die Aufstellung des mathematischen Modells dieser Aufgabe, wobei die zu erhaltende Lösung des Modells folgende Bedingungen erfüllen muss:

- der Plan soll realisiert und die vorgeschriebenen Liefertermine sollen eingehalten werden;
- die verschiedenen technologischen und organisatorischen Bedingungen sind zu erfüllen;
- die Lösung soll hinsichtlich gewisser Kriterien wirtschaftlich — technischer Natur optimal sein.

Das Ergebnis ist ein Problem der linearen Optimierung, deren Lösung keine prinzipiellen Schwierigkeiten aufweist.

*Institutul de calcul din Cluj
al Academiei Republicii Socialiste România*

Primit la 9. III. 1973.