

CONTRIBUȚII PRIVIND MĂRIREA PRECIZIEI CALCULULUI
ROȚILOR DINȚATE CONICE CU PROFIL CIRCULAR,
PRELUCRATE PRIN METODA BROȘĂRII CIRCULARE

DE

D. MAROS

(Cluj)

La proiectarea danturii roților dințate conice cu profil circular prelucrate prin metoda broșării circulare, se aplică formule aproximative date în literatura de specialitate [1, 2, 3].

Reculculind cu aceste formule niște pinioane în vederea prelucrării acestora prin broșare circulară (fig. 1), aproximatiile s-au dovedit prea grosolane.

Din acest motiv s-au preconizat noi metode de calcul, mai laborioase însă cu rezultate mult mai exacte, contribuind prin aceasta la îmbunătățirea calității produsului.

1. Se va dezvolta mai întii noua metodă de calcul privind aproximarea profilelor dinților cu arce de cerc în planul desfășurat al conurilor suplimentare (fig. 2).

Considerînd în acest sens unul dintre profile, de exemplu f_1 , dat sub formă de arc de cerc de raza ρ_1 , profilul său conjugat va fi o echidistantă la o epicicloidă scurtată descrisă de centrul de curbură C_1 al profilului f_1 în planul conului desfășurat al roții 2 la rostogolirea fără alunecare a cercurilor de rulare 1 și 2.

Ecuatia acestui profil, considerînd ca parametru variabil unghiul θ_1 de rotire a profilului f_1 , se va deduce după următorul raționament:

Pentru determinarea conjugatului punctului A_1 situat pe cercul de raza R_{A_1} , se calculează mai întii unghiul de rostogolire θ_1 necesar pentru ca A_1 să se suprapună peste conjugatul său în ipoteza roata 2 fixă (fig. 3). *Tinînd seama de legea fundamentală a angrenării, acest unghi va fi determinat de punctul de intersecție D al normalei în A_1 cu cercul de rulare.*

Astfel din triunghiul $A_1C_1O'_1$ reiese :

$$\tan \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(\rho - \rho_1) p - d}{p(p - R_{A_1})}} \quad (1)$$

unde

$$p = \frac{R + d + \rho_1}{2} \quad (2)$$

Aplicînd teorema sinusurilor pentru triunghiul $C_1DO'_1$, se obține

$$\sin \delta = \frac{d \cdot \sin \gamma}{R_1} \quad (3)$$

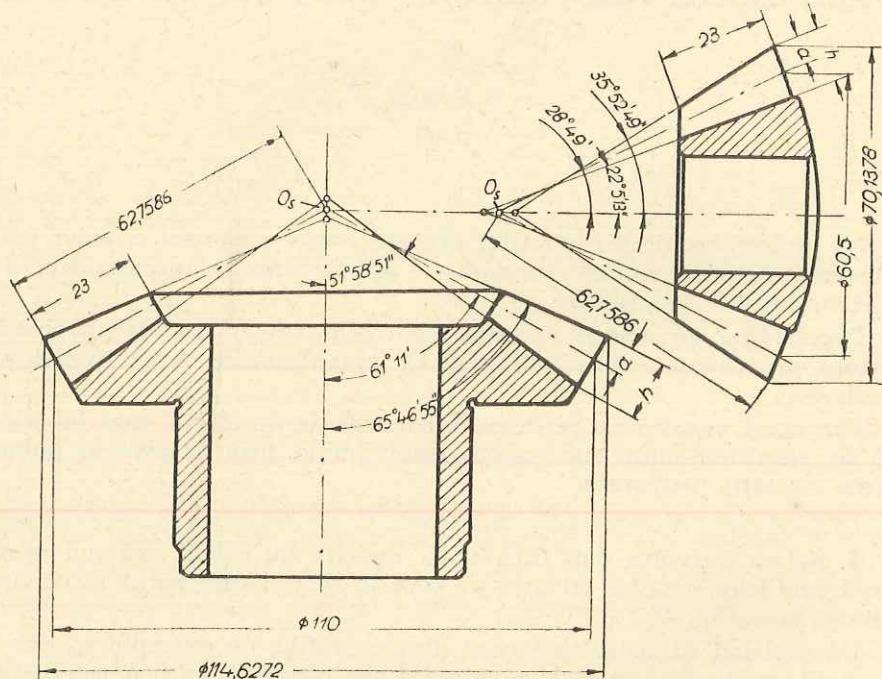


Fig. 1

Cunoscînd aceste valori, unghiul θ_1 se calculează cu ajutorul formulei

$$\theta_1 = \psi - [180 - (\delta + \gamma)] \quad (4)$$

În formulele (1), (2), (3), (4), ψ și d se determină din :

$$\tan \psi = \frac{\rho_1 \cos \alpha}{R'_1 - \rho_1 \sin \alpha} \quad (5)$$

$$d = \frac{R'_1 - \rho_1 \sin \alpha}{\cos \psi} \quad (6)$$

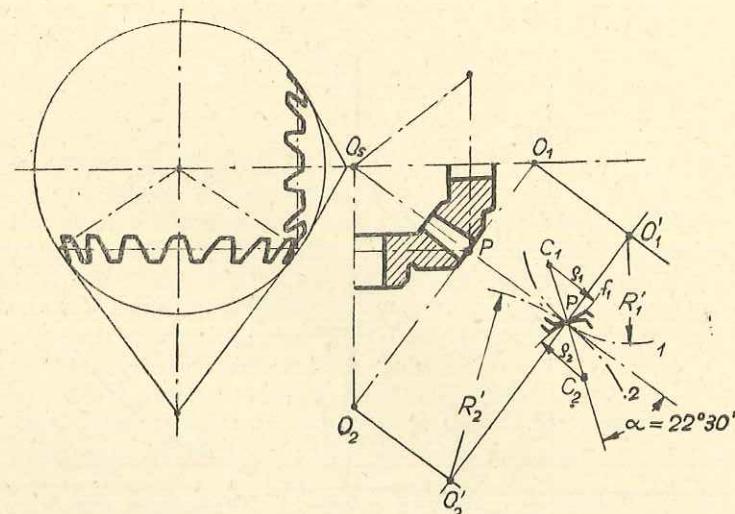


Fig. 2

La rularea peste roata 2 considerată fixă, centrul C_1 al profilului — descriind epicycloida scurtă — se va muta în C'_1 . Coordonatele punctului C'_1 față de sistemul de axe xy , pe baza relațiilor geometrice din fig. 3, vor fi :

$$x = (R' + R'_s) \sin \frac{R'_1}{R'} \theta_1 + d \sin \left[\psi - \theta_1 \left(1 + \frac{R'_1}{R'_s} \right) \right] \quad (7)$$

$$y = (R'_1 + R') \cos \frac{R'_1}{R_s} \theta_1 - d \cos \left[\psi - \theta_1 \left(1 + \frac{R'_1}{R'_s} \right) \right] - R'_1 \quad (8)$$

Coordonatele punctului conjugatelor A_2 se vor determina pe baza aceleiași figuri, cu ajutorul relațiilor

$$x_{A_2} = x - BC'_1 \quad (9)$$

$$y_{A_2} = y - A_2 B \quad (10)$$

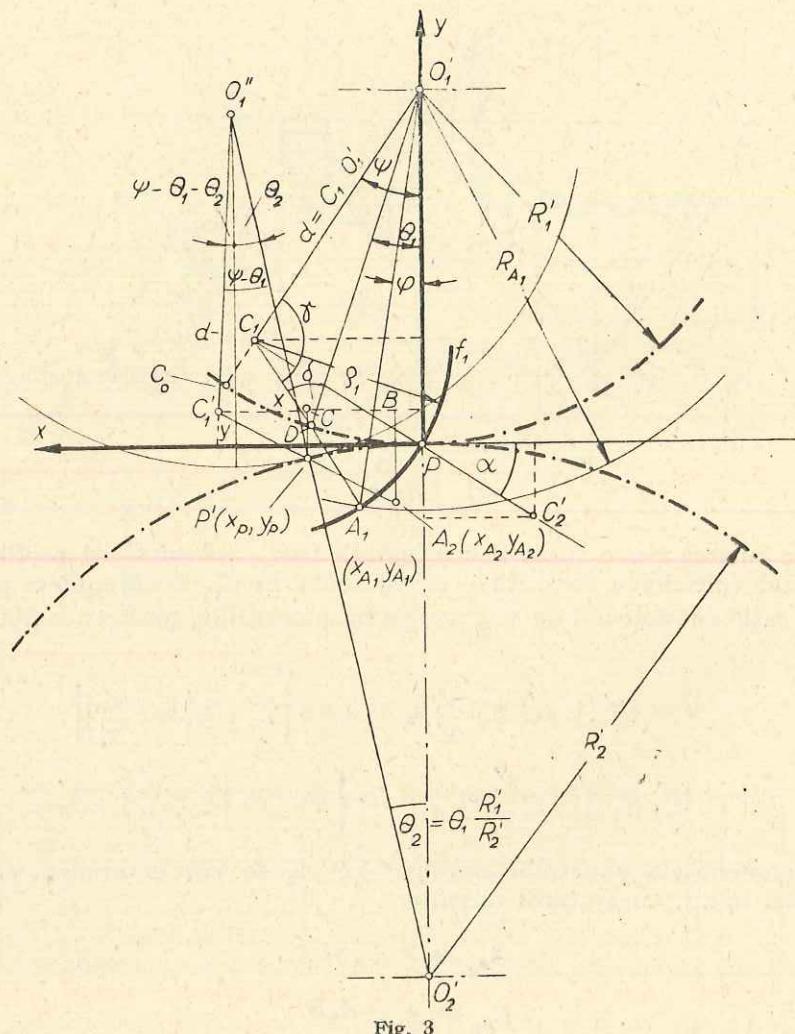
unde

$$BC' = \frac{\rho_1}{\sqrt{1+k^2}} \quad (11)$$

$$A_2B = \sqrt{\rho_1^2 - BC'^2} \quad (12)$$

și

$$k = \frac{A_2B}{BC'_1} = \frac{CP'}{CC'_1} = \frac{y_1 - \left(R'_s \cos \frac{R'_1}{R'_s} \theta_1 - R'_s \right)}{x - R'_s \sin \frac{R'_1}{R'_s} \theta_1} \quad (13)$$



Abaterea radială a acestor puncte față de cercul cu centrul în C'_2 de rază ρ_2 , care aproximează curba reală, se determină din :

$$\Delta r = \rho_2 - \sqrt{(\rho_2 \cos \alpha + x_{A_2})^2 + (\rho_2 \sin \alpha + y_{A_2})^2}. \quad (14)$$

În cazul pinioanelor analizate (fig. 1), aplicând relația [1, p. 161, formulele 5, 6], se obține :

$$\rho_1 = \frac{3R'_1 \sin \alpha}{2 + \frac{R'_1}{R'_s}} = 17,2105$$

$$\rho_2 = \frac{3R'_1 \sin \alpha}{2 + \frac{R'_1}{R'_s}} = 24,6898.$$

Pentru vîrful A_1 al dintelui roții 1, adică pentru $R_{A_1} = 40,0173$, din (1, 2, 3, ..., 14) reiese $\Delta r = -0,1465$.

Această abatere de peste 0,1 mm, la care se adaugă și altele provenite din aproximarea lui Tredgold și din calculul approximativ al sculei, va crește în realitate și va duce la o coborâre a calității produsului.

Pentru micșorarea ei se iau ca punct de reper razele ρ_1 și ρ_2 și se dau lui ρ_1 noi valori apropiate, dar mai mari, determinîndu-se pentru cîteva puncte ale profilului f_1 conjugatele sale.

Fixînd grafic poziția acestor puncte la scara $\times 30$, se trasează prin încercări cercul cu centrul pe normala la profil în punctul de rulare P , astfel ca acest cerc să treacă prin P și să aproximeze cel mai bine curba reală.

Prin această metodă se poate aproxima grafic într-un interval de circa $\pm 0,5$ mm, ceea ce înseamnă un cîmp de toleranță în realitate de circa 0,03 m.

Pentru fiecare curbă se fixează raza și abaterea maximă aproximată grafic.

Se alege apoi acea pereche (ρ_1, ρ_2) , pentru care această abatere pare a fi minimă, evaluîndu-se erorile corespunzătoare și pe cale analitică.

În cazul dat, după a treia încercare s-au obținut valorile

$$\rho_1 = 18,9 \quad \text{și} \quad \rho_2 = 24.$$

Coordonatele celor 7 puncte determinate cu ajutorul unghiurilor θ_1 , precum și abaterile corespunzătoare, sunt cuprinse în tabelul 1.

Se observă că abaterea maximă are valoarea $\Delta r = 0,0152$, care este de aproximativ 10 ori mai mică în valoare absolută decît în cazul razelor de curbură determinate cu ajutorul formulelor [1, p. 161, formulele 5, 6].

2. Flancul roții dințate conice prelucrate prin metoda broșării circulare, este o suprafață conică cu secțiunea normală pe axă, elliptică obținută prin unirea cu vîrful O_s a punctelor profilului circular al roții cilindrice plane determinate prin desfășurarea conului suplimentar corespunzător (fig. 2).

Tabelul 1

θ_1	$19^{\circ}40'35''$	17°	13°	7°	0°	$-5^{\circ}30'$	-11°	$-17^{\circ}19'54''$
θ_2	$5^{\circ}56'57''$	$5^{\circ}8'33''$	$3^{\circ}55'57''$	$2^{\circ}7'3''$	0°	$-1^{\circ}39'50''$	$-3^{\circ}19'40''$	$-5^{\circ}14'36''$
d	32,3936	32,3936	32,3936	32,3936	32,3936	32,3936	32,3936	32,3936
x	19,3533	19,2113	18,9506	18,4087	17,4013	16,4127	15,0429	12,9838
y	1,5647	2,0653	2,9799	4,7089	7,2326	9,5605	12,1518	15,4053
A_2B	5,2565	5,1061	5,2977	6,0403	7,2326	8,2766	9,3560	10,6107
BC'_1	18,1543	18,1971	18,1423	17,9088	17,4613	16,9914	16,4217	15,6404
x_{A_2}	1,1990	1,0141	0,8083	0,4999	0	-0,5786	-1,3787	-2,6565
y_{A_2}	-3,6917	-3,0448	-2,3177	-1,3313	0	1,2839	2,7957	4,7946
Δr	-0,0088	+0,0152	+0,0146	+0,0054	0	+0,0019	+0,0014	-0,0064

La formarea flancului roții 1, de exemplu, segmentul O'_1P care unește centrul roții plane cu punctul de intersecție al profilului circular și al cercului de rulare respectiv, trebuie suprapus peste generatoarea conului suplimentar astfel ca O'_1 să coincidă cu O_1 .

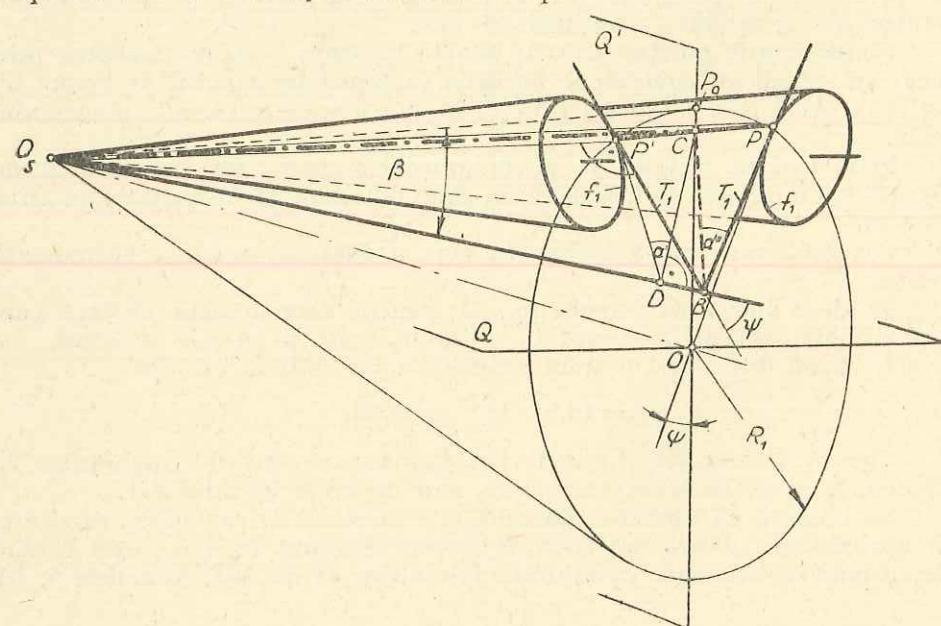


Fig. 4

Pentru determinarea conurilor interioare și exterioare (fig. 4) trebuie cunoscut unghiul β pe care-l formează generatoarea conului de rulare O_sP_0

cu direcția de deplasare a centrului broșei care coincide cu intersecția BO_s a celor două plane tangente de-a lungul dreptelor O_sP la flancurile conice (dreptele O_sP sunt drepte de intersecție ale conurilor de rulare și ale flancurilor conice).

Formula aproximativă de calcul pentru β este dată în literatura de specialitate [3, p. 23, formula 1].

Pentru determinarea exactă a acesteia, de exemplu pentru roata 1, se vor ține seama de considerentele din fig. 5.

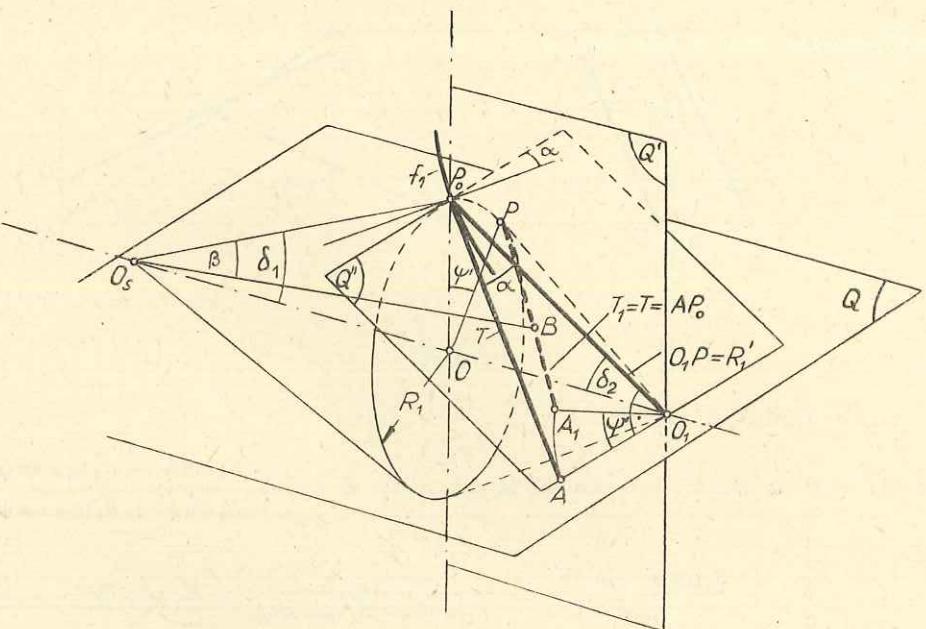


Fig. 5

Planul Q'' în care este conținut profilul f_1 tangent la conul suplimentar de-a lungul generatoarei O_1P_0 , se rotește în jurul axei O_1O_s pînă cînd P_0 , deplasîndu-se pe cercul de rulare de rază R_1 , ajunge în P .

Unghiul de rotire ψ' va fi

$$\psi' = \frac{P_0P}{R_1} = \frac{s_{g1}}{2R_1} \cdot \frac{180}{\pi}, \quad (15)$$

unde s_{g1} este lărgimea golului roții conice 1 măsurată pe cercul său de rulare din secțiunea frontală.

Punctul A unde tangenta T la profilul f_1 în poziție inițială intersecează planul Q , ocupă după rotire poziția A_1 .

$$AO_1 = A_1O_1 = R_1 \operatorname{tg} \alpha. \quad (16)$$

Tangenta în P la profil este A_1P și intersecează planul vertical axial Q' (planul de simetrie al golului) în B .

Unind acest punct cu O_s se determină direcția de deplasare a centru-lui broșei circulare la prelucrare, care totodată este paralelă și cu direcția fundului dintelui.

Unghiul închis de O_sP_0 și BO_s este β căutat.

Utilizând un plan vertical Q' și unul lateral de proiecție, prin metodele geometriei descriptive se poate determina exact unghiul β , ca în fig. 6.

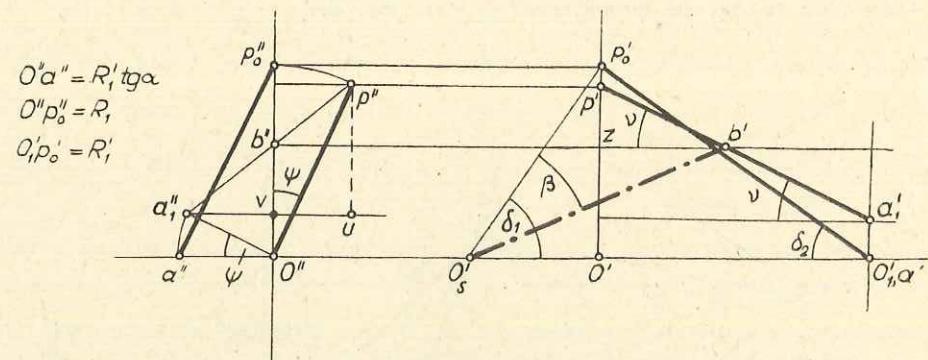


Fig. 6

Din figura 6 reiese :

$$b''O'' = O''a'' \sin \psi' + b''v = R'_1 \operatorname{tg} \alpha \left(\sin \psi' + \cos \psi' \frac{R_1 \cos \psi' - R'_1 \operatorname{tg} \alpha \sin \psi'}{R_1 \sin \psi' + R'_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \psi'} \right) \quad (17)$$

$$b'z = \frac{R_1 \cos \psi' - b''O''}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{R_1 \cos \psi' - b''O''}{R_1 \cos \psi' - R'_1 \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \psi'} \cdot R'_1 \cos \delta_2 \quad (18)$$

$$\beta = \delta_1 - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b''O''}{b'z + R_1 \operatorname{ctg} \delta_2}. \quad (19)$$

Din fig. 6 se poate determina și lungimea reală a segmentului BP necesară pentru calcularea cu ajutorul figurii 4 a semiunghiului α' de înclinație în secțiunea normală pe BO_s a celor două plane tangente la flancuri de-a lungul lui O_sP și O_sP' .

$$BP = \sqrt{(R_1 \sin \psi')^2 + (R_1 \cos \psi' - b''O'')^2 + (b'z)^2} \quad (20)$$

Din fig. 4 reiese :

$$\sin \alpha'' = \frac{CP}{BP} = \frac{R_1 \sin \psi}{BP} \quad (21)$$

$$\sin \alpha' = \frac{\sin \alpha''}{\sin \Psi}, \quad (22)$$

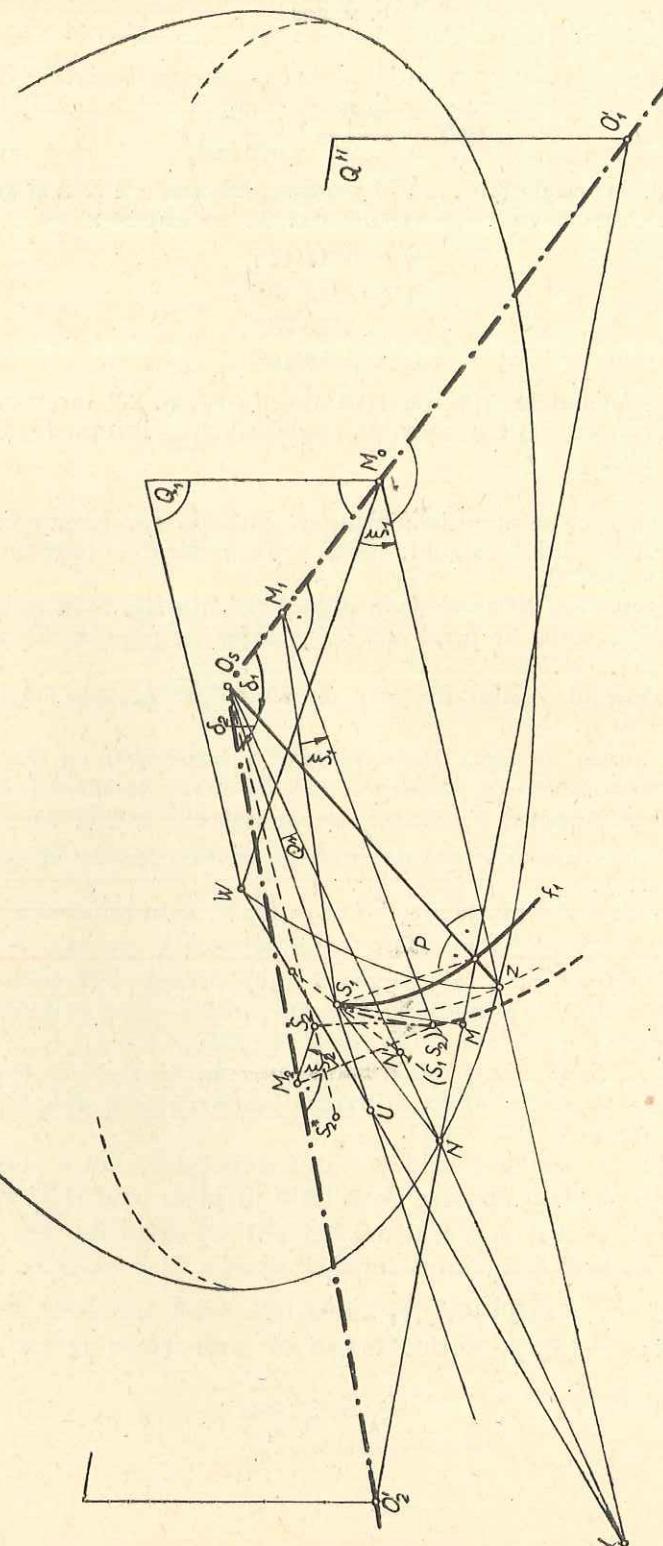


Fig. 7

unghiul φ_1 în ipoteza $R'_{le} = R_{1A}$ se determină din fig. 3 folosind relația

$$\operatorname{tg} \frac{\psi - \varphi}{2} = \sqrt{\frac{(p - R_{e1})(p - d)}{p(p - \rho_1)}} \quad (30)$$

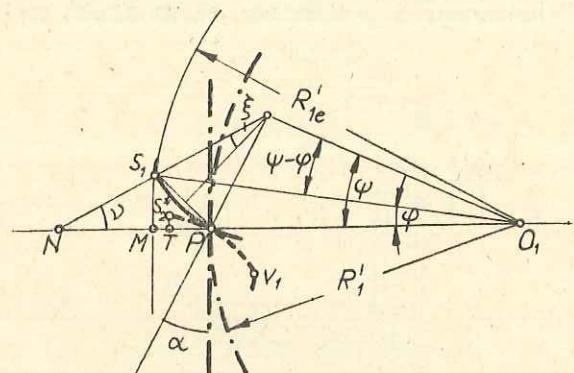


Fig. 9

unde p și ψ sunt date de relațiile 2 și 5. Din fig. 8, ținând seama de relațiile (25—29), se pot deduce

$$\operatorname{tg} \delta'' = \frac{ps_1}{O_s P} = \frac{MP}{O_s P} \quad (31)$$

$$\operatorname{tg} \delta' = \frac{np}{O_s P} = \frac{NM + MP}{O_s P} \quad (32)$$

$$O_s s_1 = \frac{O_s P}{\cos \delta''} \quad (33)$$

$$\frac{u'u_0}{s_1 s_{10}} = \frac{uu^*}{s_1 O_s \sin(\delta_1 + \delta'')} \quad \text{sau} \quad u'u_0 = \frac{s_1 s_0 \cdot uu^*}{s_1 O_s \sin(\delta_1 + \delta'')} \quad (34)$$

$$\operatorname{tg} \delta''' = \frac{u'u_0}{u^* v - uu^*} = \frac{u'u_0}{O_s Z \cos \delta_1 \left[\frac{1}{\operatorname{ctg}(\delta_1 + \delta')} - \frac{1}{\operatorname{ctg}(\delta_1 + \delta'')} \right]}, \quad (35)$$

de unde

$$\operatorname{tg} \delta''' = \frac{MS_1}{O_s s_1} \cdot \frac{\operatorname{ctg}(\delta_1 + \delta)}{\cos(\delta_1 + \delta'') - \operatorname{ctg}(\delta_1 + \delta') \sin(\delta_1 + \delta'')}. \quad (36)$$

Unghiul de rotație ξ_1 al roții 1, pentru care se înfășoară capul dintei lui roții 1, adică pentru care punctul S_1 devine un punct $(S_1 S_2)$ al liniei de angrenare de pe sferă, se determină cu ajutorul relației

$$(O u^* \operatorname{tg} (\delta_1 + \delta') - O_s u^* \operatorname{tg} \delta_1 \cos \xi_1) \operatorname{tg} \delta''' = O_s u^* \operatorname{tg} \delta_1 \sin \xi_1; \quad (37)$$

de aici

$$\cos \xi_1 = \frac{AB \mp \sqrt{B^2 - A^2 + 1}}{B^2 + 1} \quad (38)$$

unde

$$A = \frac{\operatorname{tg} \delta''' \operatorname{tg} (\delta_1 + \delta')}{\operatorname{tg} \delta_1} \quad (39)$$

$$B = \operatorname{tg} \delta'''. \quad (40)$$

Acest unghi are două valori, ceea ce este firesc și o consecință a legii fundamentale a angrenării.

În cazul dat este valabilă valoarea sa cea mai mică.

Cota „ a ” și distanța „ b ” de la planul frontal ce trece prin O_s , a punctului $(S_1 S_2)$ de pe linia de angrenare, se determină din relațiile:

$$a = \frac{MS_1}{\sin \theta} \sin (\xi_1 - \theta) \quad (41)$$

$$b = \frac{MS_1}{\sin \theta} \cos (\xi_1 - \theta) \quad (42)$$

unde

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{MS_1}{O_s P \sin (\delta_1 + \delta'')}. \quad (43)$$

Cota c și depărtarea d a punctului S_2 — conjugatul lui S_1 — se va determina din

$$c = L \sin (\xi_2 - \theta') \quad (44)$$

$$d = L \cos (\xi_2 - \theta') \quad (45)$$

unde

$$\theta' = \operatorname{arctg} \frac{a}{O_s S_1 \cos (\delta_1 + \delta'')} \quad (46)$$

$$L = \frac{O_s s_1 \cos (\delta_1 + \delta'')}{\cos \theta'} \quad (47)$$

iar ξ_2 este dat de relația 24.

Pozitia punctului S_2^* , unde dreapta $O_s S_2$ va întepăta planul Q , se va determina prin cotele $PT = ps_2^*$ și $s_2^* T = (s_2^*)'' s_{20}^*$

$$ps_2^* = O_s P \operatorname{tg} (\delta_2 - \eta) \quad (48)$$

$$S_2^* T = O_s P \frac{c}{b} \frac{\cos \eta}{\cos (\delta_2 - \eta)}, \quad (49)$$

unde

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{d}{b}. \quad (50)$$

Acet punct nu va cădea pe profilul f_2 . Abaterea Δr se va determina din relația 14, înlocuind

$$X_{A_2} = S_2^* T \quad \text{și} \quad y_{A_2} = ps_2^*.$$

Pentru a determina poziția conjugatului V_1 al vîrfului V_2 al roții 2, se vor aplica aceleași formule, cu observația că vîrful V_1 se poate reduce în pozie similară ca S_1 dacă întregul sistem se rotește în jurul axei O_sP cu 180° . Pe aceeași cale se va determina și unghiul de rotație ξ'_2 al roții 2, corespunzător înfășurării capului acestui dintre de către piciorul dintelui roții 1.

Abaterea Δr se va determina identic ca mai sus.

Cunoscând unghiul ξ , unghiul de rotație corespunzător pentru roata 1 va fi :

$$\xi'_1 = \xi'_2 \frac{z_2}{z_1}. \quad (51)$$

Cunoscând unghiiurile ξ_1 și ξ'_1 , unghiul de rotație total ξ_1 corespunzător înfășurării complete a flancului se va determina din :

$$\xi = \xi_1 + \xi'_1. \quad (52)$$

Determinând unghiul la centru Ψ_1 corespunzător pasului dintelui

$$\psi_1 = \frac{p}{R_1}, \quad (53)$$

se va putea calcula analitic gradul de acoperire

$$\varepsilon = \frac{\xi}{\psi_1}. \quad (54)$$

Aplicând formulele (25—40) pentru pinioanele analizate, unghiul ξ_1 corespunzător vîrfului S_1 al dintelui roții mici în secțiunea frontală va fi :

$$\xi_1 = 22^\circ 7' 45''.$$

Cunoscând și vîrful V_2 al roții 2, în mod analog, ținând seama și de relațiile 51, 52 se obține :

$$\xi'_1 = 19^\circ 52' 43'' \quad \text{și} \quad \xi = 42^\circ 0' 28''.$$

Gradul de acoperire calculat cu formulele 53 și 54 va fi

$$\varepsilon = 1,286.$$

Pentru secțiunea interioară s-au calculat

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 18^\circ 21' 52''; \\ \xi'_1 &= 18^\circ 44' 8''; \\ \xi &= 37^\circ 6' 0'' \end{aligned}$$

și

$$\varepsilon = 1,133.$$

Cunoscând vîrful S_1 , cu ajutorul formulelor (40—50) se calculează pentru profilul 2 în secțiunea frontală $S_2^* T = 1,2238$, $PT = 3,7505$ și abaterea $\Delta r = -0,0196$.

În secțiunea interioară :

$$S_2^* T = 0,6230; \quad PT = 1,8912; \quad \Delta r = -0,0162.$$

Dat fiind și vîrful V_2 al roții 2, în mod analog, pentru profilul 1 în secțiunea frontală se obține :

$$S_2^* T = 1,0769; \quad PT = 3,4489; \quad \Delta r = -0,0204$$

În secțiunea interioară

$$S_2^* T = 0,6896; \quad PT = 2,1783; \quad \Delta r = -0,0215.$$

În concluzie, erorile reale sunt mai mari decât cele date prin aproximarea lui Tredgold, dar nici în acest fel nu depășesc valoarea

$$|\Delta r| = 0,025,$$

ceea ce justifică pe deplin avantajul calculului propus față de cel clasic, unde în cazul dat abaterea obținută era de circa 0,15 mm.

Având în vedere că prelucrarea prin broșare circulară a pinioanelor nu este economică decât la serii mari, calculul îndelungat ce s-a propus aci rentează, deoarece îmbunătățește esențial calitatea produsului.

ОТНОСИТЕЛЬНО УВЕЛИЧЕНИЯ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ОБРАБОТАННЫХ МЕТОДОМ КРУГОВОГО ПРОТЯГИВАНИЯ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В труде даётся метод расчёта относительно приближения дугами окружности профилей конических зубчатых колес, обработанных круговым протягиванием. Этот метод даёт возможность достижения более точных результатов, чем известные в специальной литературе методы [1], [2], [3]. Достигнутые результаты применяются к расчёту шестерен дифференциала грузовиков.

CONTRIBUTIONS RELATIVES À UNE PLUS GRANDE PRÉCISION
DU CALCUL DES PIGNONS CONIQUES À PROFIL CIRCULAIRE,
USINÉS PAR LA MÉTHODE DU BROCHAGE CIRCULAIRE

RÉSUMÉ

On expose une méthode de calcul relative à l'approximation par des arcs de cercle des profils des pignons coniques, usinés par brochage circulaire. La méthode adoptée donne des résultats beaucoup plus précis que les méthodes connues dans la littérature de ressort [1], [2], [3]. Les résultats obtenus sont appliqués au calcul des pignons du différentiel des camions-automobiles.

BIBLIOGRAFIE

1. Ganopolschi L. Z. *Unele probleme din teoria roților dințate cu angrenare circulară și de calcul al sculelor pentru întărirea lor, în Noutăți în proiectarea sculelor pentru aschierarea metalelor*. I. D. T. București, 1959 (traducere din limba rusă).
2. Вилдгабер Е., Основы зацепления конических и гипоидных передач, Машгиз, 1948.
3. Сыроегин А. А., Нарезание прямозубых конических шестерен процессом кругового протягивания. Автомобильная и тракторная промышленность, № 4, 1951.

Primit la 19. VII. 1962.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБ АППРОКСИМАЦИИ ПРОФИЛЯ ПО АРКАМ КРУГА ДЛЯ
КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ, ЧТО ИСПОЛЬЗУЮТСЯ
ДЛЯ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛА ПОМЕХОЙ
МЕТОДОМ БРОЧАНИЯ

В. В. МАРОС (старший профессор кафедры обработки металлов и машиностроения МГТУ им. Н. Э. Баумана, доктор технических наук, профессор) и
А. А. СЫРОЕГИН (старший инженер кафедры обработки металлов и машиностроения МГТУ им. Н. Э. Баумана, кандидат технических наук)

© МАГИСТРАТСКАЯ КОЛЛЕГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ И МАШИНОВОДСТВА МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1963. Наименование статьи и фамилии авторов в печати не указываются. Редакция журнала имеет право опубликовать статью в том виде, в каком она будет передана в редакцию, или в виде, в котором она будет опубликована в журнале. Статья не может быть опубликована в другом журнале без разрешения редакции.

На странице, на которой дана библиография, не должно быть никаких пометок, кроме подписи автора. Редакция имеет право отказать в публикации статьи, если она не соответствует тематике журнала. Редакция имеет право отказать в публикации статьи, если она не соответствует тематике журнала.

В. В. МАРОС (старший профессор кафедры обработки металлов и машиностроения МГТУ им. Н. Э. Баумана, доктор технических наук, профессор) и
А. А. СЫРОЕГИН (старший инженер кафедры обработки металлов и машиностроения МГТУ им. Н. Э. Баумана, кандидат технических наук)

На первом листе статьи нет пометок, кроме подписи автора.

$$P_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n x^n$$