CONTRIBUŢII LA METODOLOGIA ECONOMICO-STATISTICĂ A MEDIEI ARMONICE

DE

Z. CSENDES

Comunicare prezentată de Prof. T. POPOVICIU, m. coresp. Acad. R. P. R., în şedinţa din 19 Mai 1951 a Filialei Cluj a Academiei R. P. R.

Statistica socialistă „trebue să ilustreze relaţiile social-economice stabilite printr'o analiză multilaterală . . ." [6, p. 479] şi exprimă acestea pe baza analizei economiei politice sub formă numerică. Statistica socialistă oglindeşte realitatea, deoarece metodele ei de cercetare nu se bazează pe premize fictive, samavolnice, stabilite anterior, ci pe realitate, pe regularităţile, legile, precum şi pe raporturile existente în realitate.

In mod cu totul contrar, statistica capitalistă-imperialistă se caracterizează în întregime prin apologetica burgheză: scopul ei fundamental este de a corespunde şi de a apăra interesele de clasă ale exploatatorilor; aici nu mai e vorba „dacă cutare sau cutare principiu teoretic este adevărat, ci dacă este folositor sau vătămător capitalului, dacă îi este comod sau incomod, dacă este sau nu este pe placul poliţiei. Locul cercetării desinteresate îl luă polemica plătită, locul muncii ştiinţifice obiective îl luară conştiinţa încărcată şi reaua credinţă a apologeticei". [10].

Metodologia statisticei imperialiste este o colecţiune a procedeelor fictive, ireale, formal-matematice. Aceste procedee nu încearcă oglindirea reală a vreuneia dintre laturile, aspectele realităţii, ci din contră ele urmăresc hotărît camuflarea, desfigurarea realităţii. In consecinţă aceste metode „statistice" nu se bazează pe realitate, pe procesele reale, şi nu sunt determinate de analiza calitativă, multilaterală a economiei politice ştiinţifice, ci constau în aplicarea mecanică a unor formule lipsite de orice conţinut real, construite pe baza anumitor ficţiuni, premize matematice samavolnice — care corespund însă rezultatului preconceput.

Statisticianul imperialismului nu ştie, şi în general nici nu se străduește să afle la ce poate fi aplicată în esenţă o formulă şi în ce măsură exprimă ea un anumit aspect al realităţii. Pe el îl interesează numai faptul că diferitele forme de formule ce rezultate numerice dau şi pe acest motiv în ce cazuri pot fi aplicate.

Metodele, procedeele statisticii socialiste se deosebesc radical de metodele pseudo-ştiinţifice ale statisticii capitaliste. Statistica socialistă îşi bazează fiecare metodă pe realitatea obiectivă şi în felul acesta exprimă realitatea cu o preciziune tot mai mare. Esenţa procedeelor ştiinţifice ale statisticii socialiste constă în aceea că ea prelucrează datele numerice ale realităţii cu mijloace matematice determinate de cercetări calitative, multilaterale, economice şi corespunzătoare însăşi raporturilor calitative exprimate de aceste date. Prin aceasta devine posibilă desvăluirea şi prezentarea caracteristicelor, formelor, tipurilor, regularităţilor şi ale tendinţelor şi legilor lor reale de desvoltare.

Formulele matematice ale statisticii socialiste nu sunt deci formule matematice abstracte, documentate numai printr'un practicism îngust. Nu sunt procedee ce nu se pot explica şi motiva temeinic pe baza conţinutului şi compoziţiei lor, ci numai prin faptul că în anumite aplicaţii practice dau — mai mult sau mai puţin „rezultate bune". Procedeele de calcul şi formulele statisticii socialiste se bazează pe raţionamentele analizei economice, pe raporturi reale, pe realitatea cantităţilor economico-sociale concrete, ele sunt date ca rezultatele unor abstracţiuni ştiinţifice aprofundate şi valabilitatea lor este documentată prin aplicările practice.

Procedeele tehnice ale metodologiei statisticei socialiste (de exemplu calcularea mediilor, construirea indicilor, etc.) nu sunt metode formale de calcul ale matematicii împrumutate în mod mecanic şi aplicate empiric, nu sunt reguli care în „anumite cazuri" pot da rezultate aplicabile în practică, ci sunt mijloace de cercetare şi reprezentare, determinate de raporturile calitative ale realităţii, — corespunzătoare astfel la exprimarea caracteristică, numerică a acestei realităţi; instrumente care se desvoltă în continuu şi devin numeric tot mai precise.

I.

Unele dintre procedeele de calcul aplicate în statistica socialistă sunt aplicate şi în statistica burgheză. In ceeace priveşte tehnica de calcul propriu zisă a acestor procedee, ele nu se deosebesc mult. Totuşi pe baza celor de mai sus, procedeele aplicate în statistica burgheză într'o formă în aparenţă asemănătoare cu cea din statistica socialistă, trebue să fie considerate ca procedee principial şi radical diferite.

In cele ce urmează vom arăta această diferenţă esenţială în general în domeniul mediilor şi în special în cazul mediei armonice.

Tehnica calculării mediei aritmetice se aseamănă în statistica burgheză cu cea din statistica socialistă: calcularea se face aplicând formula mediei aritmetice:

$$\frac{\Sigma x.f}{\Sigma f},$$

adică prin împărţirea sumei valorii termenilor seriei la numărul termenilor seriei. Insă în toate celelalte privinţe, între cele două procedee există o deosebire esenţială. Lenin şi Stalin au arătat în repetate rânduri caracterul profund apologetic, fals, al mediilor „generale", „nediferenţiate" ale statisticii capitaliste şi totodată au creat şi desvoltat metodologia ştiinţifică a mediei socialiste reale, care se bazează pe realitate şi exprimă nivelul real, caracteristic, tipic. [6, p. 105; 16, p. 415].

Metodologia socialistă a mediei se deosebeşte deci fundamental de cea burgheză: prima desvălue trăsăturile caracteristice ale colectivităţilor reale, calitativ omogene, pe când cea din urmă aplică diferite formule la anumite mulţimi matematice, fictive, compuse samavolnic, neomogene din punct de vedere calitativ. Rezultatul acestui calcul este bine înţeles tot fictiv: un număr care nu exprimă realitatea. Examinând mai de aproape problema, se constată că la metoda de calculare socialistă şi burgheză a mediilor diferă nu numai scopul cercetării materialului statistic la care se aplică formula, şi principiile de aplicare ale formulei, dar mai diferă radical şi caracterul şi conţinutul rezultatului şi al aprecierii acestuia, — precum şi principiile tehnico-structurale de construire a formulelor. Acest fapt a fost arătat detailat de Malâi în cazul formulelor de indice, [9, p. 21—35], dar situaţia este analoagă şi la celelalte procedee de calcul ale statisticii, de exemplu la formulele mediilor[1]).

Fără să analizăm pe larg problemele generale ale mediilor, de data aceasta prezentăm numai concepţia generală, absolut formalistă a metodologiei burgheze bazate pe un formalism matematic idealist, rupt de realitate. Această concepţie consideră media aritmetică ca forma cea mai simplă „de gradul întâi" dintre mediile de diferite ordine şi vede diferenţa dintre media aritmetică („de ordinul 1") şi celelalte medii: „de ordinul 2" (media patratică), „de ordinul 3" şi 4, etc., numai în faptul că la acestea, în formula generală a mediilor

$$\left(\frac{\Sigma x^k m}{\Sigma m}\right)^{\frac{1}{k}},$$

valoarea exponentului k este egală cu 1, 2, 3, 4, etc. Pentru ilustrarea acestei concepţii cu totul formaliste, — ca exemplu al obiectivismului şi lipsei de vigilenţă, — putem cita dintr'un manual de statistică [17] recent apărut următoarele: „Media aritmetică este media de ordinul 1. Media patratică, media de ordinul 2. Media cubică, bipatratică etc. sunt medii de ordinul 3, 4 şi a. m. d. Fiecare din ele reprezintă un caz special al formulei generale". (pag. 89). Autorul ne „explică" însă şi avantajul pe care îl are media aritmetică faţă de celelalte medii: „media aritmetică este cea mai curentă, şi aceasta pentru motivul că este uşor de calculat, necerând cunoştinţe deosebite de matematică: se face suma termenilor seriei, care sumă se divide la numărul lor". (pag. 80). Deci media aritmetică este numai un caz printre celelalte formule de medii, dealtfel cu caracter similar. Ea este preferată totuşi numai pe motivul că „este uşor de calculat".

Statistica socialistă, urmând îndrumările de importanţă fundamentală ale lui Lenin şi Stalin, combate aceste concepţii greşite, formaliste şi în cazul seriilor de spaţiu şi frecvenţă aplică exclusiv formula mediei aritmetice, deoarece aceasta prin construcţia ei este singura medie corespunzătoare la redarea regularităţii specifice, concrete, la reoglindirea nivelului caracteristic, tipic al colectivităţii just grupate — deci calitativ omogene. In construcţia mediei aritmetice nivelul totalizat al caracte-

[1]) Cu privire la media geometrică vezi: [13 şi 14].

risticii examinate a colectivității — prin grupare calitativ omogenă, — este raportat direct la frecvența acestei caracteristici. Structura mediei aritmetice oglindește anihilarea (nivelarea) abaterilor individuale netipice ce se manifestă în unități prin totalizarea unităților (prin negarea dialectică a individualului). Astfel structura mediei aritmetice prin împărțirea nivelului totalizat al întregei colectivități la volumul acesteia (la frecvență), (adică prin negarea negării, — raportarea din nou la unitate), reflectă măsura generală reală și tipică a caracteristicilor sau regularităților care în unități se manifestă prin niveluri diferite.

Pentru exprimarea nivelului mediu al caracteristicii colectivităților statistice calitativ omogene, corespunde deci pe baza structurei sale numai media aritmetică.

Media geometrică poate servi la determinarea ritmului mediu al creșterilor cumulative în timp, oglindește însă numai atunci valoarea medie reală a creșterii, dacă seria arată o creștere destul de regulată [13]. Media geometrică se deosebește calitativ, fundamental de media aritmetică, întrucât ea nu reflectă nivelul semnificativ, tipic al caracteristicii vreunei colectivități social-economice, ci arată desvoltarea în timp, dinamica medie a acestui nivel.

Media patratică nu corespunde la exprimarea nivelului mediu, tipic al termenilor seriei date sub formă de valori absolute. Ea servește numai pentru caracterizarea abaterilor valorilor — termenilor — seriei dela medie. Media patratică este formula de calcul a abaterii tip.

„Mediile" de ordinul 3 și mai mare nu au nicio importanță în statistica social-economică, deoarece prezintă numai rezultatele generalizării matematice „pure", neavând astfel nici bază reală și nici nu exprimă altceva decât un număr fictiv: un rezultat al dogmatismului matematic. După cuvintele lui Lenin și Stalin, acestea nu sunt altceva decât un „joc de-a cifrele" [16, p. 476; 7, p. 40].

In statistica socialistă procedeul de bază al calculării mediilor — prin structura ei — este media aritmetică. Celelalte două formule de medii nu reflectă nivelul sau frecvența reală, semnificativă, tipică a caracteristicilor colectivității, ci se aplică pe alte terenuri speciale și bine definite. (Calcularea mediei ritmului de creștere, resp. calcularea mediei abaterilor din jurul mediilor).

In afară de cele amintite mai există o formă de medie, media armonică, care este aplicată câteodată de statistica burgheză și de cea socialistă. Metodologia burgheză a mediei armonice este foarte confuză și reflectă în modul cel mai evident concepția idealistă, metafizică a statisticienilor burghezi. Metodologia burgheză a mediei armonice reprezintă în mic întreaga superficialitate a statisticii burgheze, formalismul ei matematic confuz, rupt de realitate. Toate acestea reies prin modul după cum media armonică este tratată în cadrul capitolului „mediilor" de fiecare autor burghez fără excepție. Mai întâiu se arată media aritmetică, patratică și „mediile de ordin superior", apoi urmează tratarea mediei geometrice și de obicei la urmă a mediei armonice.

Care este tratarea burgheză, tipică a mediei armonice? In introducere se constată că pe lângă mediile prezentate anterior mai există și o altă medie, media armonică, care trebue să fie aplicată în anumite ca-

zuri. Se dă definiția mediei armonice în felul că „media armonică este valoarea reciprocă a mediei aritmetice, calculată din valorile reciproce ale termenilor".

Este clar că această definiție înafară de descrierea formală — algebrică a formulei

$$\frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{1}{x} f}$$

nu spune nimic, nu înseamnă nimic pentru cititor. Tocmai pentru aceea metodologia burgheză este nevoită să explice mai departe și să dovedească — cel puțin pe cale empirică — legitimitatea aplicării „în anumite cazuri" a formulei. In acest scop se prezintă o serie statistică, se determină media ei aritmetică, apoi pe o altă cale indirectă se demonstrează că rezultatul obținut anterior nu este just. Se calculează media armonică a seriei și se constată că acest rezultat corespunde cu rezultatul obținut pe cale indirectă și din aceasta se trage concluzia că atunci „când media aritmetică nu dă rezultat bun, trebue aplicată media armonică". Să prezentăm acest raționament demonstrativ grosolan printr'un exemplu:

Intr'o zi, pe piață, pentru 100 de lei[2]) un vânzător a dat 8, altul 9 și al treilea 10 legături de legume. Intrebarea este: câte legături de legume se putea cumpăra pe piață în acea zi pentru suma de 100 lei?

Calculând media aritmetică obținem rezultatul:

$$\frac{\Sigma x'}{n} = \frac{8+9+10}{3} = 9 \text{ legături/100 lei},$$

care de altfel înseamnă un preț mediu de:

$$\frac{100}{9} = 11{\cdot}11 \text{ lei/1 legătură}.$$

Insă primul vânzător a vândut o legătură cu: 100 : 8 = 12,50 lei, al doilea cu: 100 : 9 = 11,11 lei, iar al treilea: 100 : 10 = 10,00 lei, adică cei trei vânzători în medie cu:

$$\frac{\Sigma x}{n} = \frac{12{\cdot}50 + 11{\cdot}11 + 10{\cdot}00}{3} = \frac{33{\cdot}61}{3} = 11{\cdot}20 \text{ lei/1 legătură},$$

care este evident rezultatul just, căci pentru cumpărarea a 3 legături a trebuit să se cheltuiască $\Sigma\ x = 33{\cdot}61$ lei, pentru o singură legătură deci în medie o treime din aceasta $\frac{33{\cdot}61}{3} = 11{\cdot}20$ lei. In cazul de mai sus deci „media aritmetică nu dă rezultat just". Să calculăm media armonică:

$$\frac{n}{\sum \frac{1}{x'}} = \frac{3}{\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}} = \frac{3}{0{\cdot}125 + 0{\cdot}111 + 0{\cdot}100} = \frac{3}{0{\cdot}336} =$$

$$= 8{\cdot}926 \text{ legături/100 lei},$$

ceeace în formă reciprocă, altfel înseamnă un preț mediu de

2) Lei vechi.

$$\frac{100}{8{\cdot}926} = 11{\cdot}20 \text{ lei/1 legătură},$$

rezultat corespunzător cu cel de mai sus deja verificat.[3])

După acest calapod statistica burgheză înşiră şi alte exemple şi în încheiere mai dă şi „caracterizarea generală" a mediei armonice: „valoarea ei este mai mică decât media aritmetică şi este mai greu de determinat decât aceia". [2].

In sfârşit unii autori încearcă să dea şi regula generală de aplicare a mediei armonice cam în felul următor: „media armonică se aplică atunci când este vorba de mărimi invers proporţionale". [17, p. 95].

Această regulă nu are înţeles şi valabilitate, căci nu ştim ce trebue să înţelegem prin valori „invers proporţionale". Dar autorul vrea să lămurească în mod concret: de exemplu în cazul deja dat, numărul legăturilor de legume vândute pentru o sumă anumită este invers proporţional cu preţul legumelor. Insă preţurile unitare la rândul lor sunt invers proporţionale şi cu cantităţile care pot fi cumpărate pentru o sumă oarecare constantă şi totuşi de această dată trebue să se calculeze media aritmetică, nu cea armonică. Adică regula nu spune nimic, căci la fiecare valoare statistică se pot găsi anumite caracteristici cu care aceasta este direct proporţională şi alta cu care este invers proporţională. Regula însă nu ne dă niciun indiciu care dintre raporturi trebue luat în vedere. Nici îndrumările redactate mai complicat şi mai enigmatic nu spun în fond mai mult: „aplicarea mediei armonice este necesară totdeauna atunci când un fenomen este reprezentat printr'o caracteristică invers proporţională cu volumul fenomenului". [19].

Această formulă ar fi sprijinită de exemplul când munca vehiculelor este dată prin durata rulajului: aceasta din urmă fiind fără îndoială invers proporţională cu volumul muncii de transport, se aplică, conform regulei, formula mediei armonice. Reiese însă insuficienţa regulei atunci când se calculează de exemplu durata medie a circuitului (a restituirii) creditelor acordate de o bancă. [8, p. 153]. Aceşti indicatori (termenul creditelor) sunt evident invers proporţionali cu „fenomenul studiat": — cu viteza de rotaţie a sumelor creditate — şi totuşi în acest caz rezultatul corect ni-l dă formula mediei aritmetice. Deci nici regula complicată nu este justă.

Pe baza celor de mai sus se constată că în metodologia statisticii burgheze şi în privinţa mediei armonice domină cea mai mare confuzie. Autorii pătrunşi de ideologia burgheză nu sunt în stare să înţeleagă esenţa şi conţinutul real al formulei mediei armonice, căci o consideră ca matematiceşte „apriori" dată, fără să înceapă cu cercetarea acelei realităţi pe care în mod abstract această formă de medie o reflectă.

Unii autori burghezi, în analiza lor „economico-statistică" ajung să „explice" esenţa mediei armonice prin interdependenţa numărului de laturi, de vârfuri şi muchii ale cubului, sau chiar cu exemple luate din domeniul vibraţiei coardelor din acustică. [Vezi de ex. 1].

[3]) Un alt autor burghez procedează în mod şi mai simplu: calculează media armonică, aritmetică şi geometrică, toate pentru aceiaşi serie de frecvenţă, constată că acestea se deosebesc numeric unele de altele — şi lasă apoi pe seama cititorului alegerea dintre cele trei rezultate diferite. Vezi de ex. [5].

Toţi autorii burghezi după această introducere se mărginesc să stabilească printr'un practicism îngust câteva cazuri, în care se va aplica media armonică: dar nu fiindcă s'ar fi convins ei de „justeţea materială a formulei, ci fiindcă întotdeauna a dat rezultate bune". [3].

„Generalizările" făcute pe această cale, precum şi „regulile" date referitor la aplicarea mediei armonice deci nu se bazează pe realitatea reflectată în mod abstract de formulă. Aceste raţionamente practiciste nu consideră structura, fundamentarea, — într'un cuvânt natura reală a formulei, ci remarcă numai unele trăsături comune exterioare ale rezultatului stabilit empiric, mai mult prin încercări. Din acest motiv regulile de aplicare astfel stabilite nu pot fi generale. După cum am demonstrat, ele sunt nejuste, întrucât nu sunt precise şi în general nici nu corespund realităţii.

Statistica burgheză prin felul ei de tratare formalistă, neştiinţifică, interpretează greşit natura şi sensul mediei armonice. Corespunzător concepţiei sale idealiste, pe deoparte ea se străduieşte să constrângă realitatea într'o formulă matematică fictivă, în loc să construiască, să compună şi să explice această formulă reală din realitate şi pe baza realităţii; pe de altă parte, corespunzător metodei sale metafizice, ea nu vede între diferitele feluri de medii nicio legătură sau diferenţă reală. Generalizarea ei definitivă se mărgineşte deci numai la constatarea posibilităţii de a reduce orice medie la forma universală:

$$\frac{\Sigma f(x)}{n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

In această concepţie diferenţa între media aritmetică şi cea armonică este absolut de aceeaşi natură cum ar fi de pildă şi cea dintre media aritmetică şi patratică. In timp ce în primul caz avem:

la media aritmetică: $f(x) = x^1$, iar
la media armonică: $f(x) = x^{-1}$;

în al doilea caz avem:

la media aritmetică: $f(x) = x^1$, iar
la media patratică: $f(x) = x^2$.

Pentru statisticianul burghez diferenţa este doar atâta, că media armonică pare a fi mai enigmatică decât celelalte: „sensul ei este cu mult mai abstract decât al mediei aritmetice, al mediei patratice şi al mediei geometrice. Terenul ei de aplicare este cu mult mai restrâns decât cel al mediilor anterior amintite... în anumite cazuri însă aplicarea ei este inevitabilă". [18].

In această concepţie media armonică este deci *una* dintre formulele de medii. Este media care se aplică atunci, când formula mediei aritmetice „dă faliment", adică dă rezultat „nejust". Metodologia burgheză nu cunoaşte însă motivele reale pentru care acest rezultat poate fi „nejust" în anumite cazuri, pentru care în aparenţă media aritmetică dă câteodată rezultate greşite. Problema nu îi preocupă însă de loc pe statisticienii burghezi, căci media aritmetică este pentru ei o formulă a mediei ca şi a celorlalte, construite toate de placul matematicienilor-statisticieni.

Pentru statisticianul idealist scufundat în agnosticism, obiectul real al cercetării nu există, deci nu există nici singura medie justă — determinată obiectiv de raporturile calitative economice ale colectivității social-economice date. „Dintre cele mai bune medii există și mai multe, însă pentru evaluarea acestora nu există bază obiectivă". — scrie faimosul Irving Fisher. [Vezi 9, p. 24].

Statisticianul burghez este determinat de interesele de clasă ale exploatatorilor, care condiționează ruperea formulei mediei de realitate și camuflarea ei artificială. Prin negarea legăturilor reale și a valabilității obiective a mediilor se încearcă să se prezinte o bază metodologică pentru manipulații de orice fel, și mai departe prin calcularea mediilor fictive se încearcă să se înfrumusețeze situația economică reală și să se micșoreze rezultatele economice mărețe ale statelor democratice cu economie planificată.

II.

Statistica socialistă examinează mediile plecând dela studierea realității pe care o reflectă. In cele ce urmează vom încerca să prezentăm problema mediei armonice pe baza principiilor statisticii științifice leninist-staliniste. In acest scop vom examina sistematic rând pe rând următoarele:

1. A cui medie o exprimă formula mediei armonice. Cu alte cuvinte, trebue să examinăm înainte de toate *natura reală a acelor colectivități*, ale căror nivel caracteristic este exprimat în anumite cazuri de media armonică; în continuare: 2. trebue să precizăm *natura acelor caracteristici* ale colectivității, ale căror nivel este reflectat în anumite cazuri de media armonică. In sfârșit: 3. trebue să stabilim acele *condiții*, care determină direct *aplicarea* mediei armonice, adică acelea care pot pretinde înlocuirea mediei aritmetice cu cea armonică.

Rezultatele găsite și formulate vor fi documentate cu exemple practice și totodată vor fi relevate erorile fundamentale caracteristice metodologiei statisticei burgheze.

*

1. Media determinată pe baza principiilor statisticii leninist-staliniste arată nivelul mediu, caracteristic, tipic, al unei caracteristici precizate de analiza calitativă, a unei colectivități social-economice, — grupate tot pe baza analizei calitative a economiei politice. Am văzut mai sus că acestor sarcini îi corespunde prin construcția ei formula mediei aritmetice, care a fost exclusiv folosită de Lenin și Stalin în operele lor. Este cunoscut că media armonică se aplică deasemenea pentru calcularea nivelului mediu al anumitor caracteristici social-economice. Se știe însă că nivelurile care caracterizează legile interne, structura colectivității se exprimă just numai de media aritmetică. *Deci numai valoarea dată de media aritmetică poate fi valoarea justă care exprimă nivelul mediu real.* De aici rezultă că nici media armonică nu poate da alt rezultat numeric, decât media aritmetică, căci în caz contrar nu ar reflecta fidel aceeași realitate. Astfel se constată că *valoarea mediei aritmetice și cea a mediei armonice la un fenomen dat trebue să corespundă în fiecare caz.* Cu totul greșit și metafizic este deci acea formulă metodologică burgheză,

după care „unde media aritmetică nu dă rezultat bun, trebue aplicată media armonică". Dacă la calcularea formulei mediei aritmetice se aplică principiile leniniste, adică plecând dela realitate se asigură conținutul numeric al formulei corespunzător realității, atunci această formulă va da la fiecare colectivitate statistică în mod necesar rezultate juste. In cazurile date de statistica burgheză drept exemple ale „falimentului mediei aritmetice" poate fi vorbă deci numai de aplicarea greșită, în formă nejustă, a formulei mediei aritmetice.

Din acest raționament mai rezultă un fapt important. Intrucât construcția formulei mediei aritmetice reflectă direct realitatea, iar cea a mediei armonice nu — și având în vedere că cele două medii trebue să reflecte în mod necesar aceeași realitate prin același rezultat numeric, — este evident că formula mediei armonice trebue să fie privită ca forma specială, transformată a mediei aritmetice, formă care a trecut printr'o anumită metamorfoză. Putând fi considerată deci formula mediei armonice ca o formă specială a formulei generale a mediei aritmetice, rezultă că *în fiecare caz când formula mediei armonice dă direct rezultatul just, acest rezultat trebue să poată fi calculat direct și prin formula mediei aritmetice.*

2. Am constatat că formula mediei armonice poate fi aplicată la aceleași colectivități social-economice, ca și formula mediei aritmetice și în legătură cu aceasta am mai arătat unele probleme de importanță fundamentală pentru interpretarea naturii formulei mediei armonice.

Să examinăm în cele ce urmează natura acelor caracteristici din a căror valoare numerică se obișnuește să se calculeze media armonică. Indicatorii în cazul cărora se obișnuește să se calculeze media armonică sunt următorii: la calcularea prețurilor medii în formă reciprocă: volumul fizic al mărfurilor /unitate de bani; la calcularea productivității medii a muncii individuale: volumul cheltuelilor de timp/ unitatea de volum a producției [a prestației de muncă]; la calcularea muncii medii de transport: timpul cheltuit /1 circuit; la calcularea vitezei medii a vehiculelor: drum parcurs/ unitatea de timp; la calcularea vitezei de rotație a mijloacelor circulante: timpul /1 rotație; la calcularea termenului mediu de creditare a creditelor băncii: numărul circuitelor [creditărilor] / unitatea de timp [perioda raportată]; etc.

Toate aceste caracteristici nu sunt reprezentate prin indicatori statistici absoluți, căci dimensiunea lor nu este exprimată într'o singură noțiune de caracteristică (măsură), *ci cu raportul dintre două caracteristici.* Astfel toate caracteristicile înșirate sunt date fără excepție în formă de valori relative statistice, ca raportul a două caracteristici exprimate prin valori absolute. Termenii acelor serii, a căror medie poate fi calculată cu formula mediei armonice, pot fi caracterizați din punct de vedere al structurii în general prin raportul $\frac{x}{y}$, în care x este „caracteristica raportată", al cărui nivel mediu se calculează raportându-l la caracteristica bază y. Dacă notăm valoarea numerică a caracteristicii x cu x și dimensiunea ei cu X, iar valoarea numerică a caracteristicii y cu y și dimensiunea ei cu Y — atunci forma originală a termenilor poate fi exprimată prin:

$$\frac{\mathrm{x}X}{\mathrm{y}Y}.$$

De exemplu un mijloc oarecare de transport (vehicul) a parcurs un drum de 150 km. în 5 ore; această muncă de transport deci poate fi caracterizată cu indicatorul global: 150 km./5 ore. Valorile relative statistice se exprimă însă de obicei raportându-le la unitatea (10, 100 unități) caracteristicei-bază, — căci tocmai prin aceasta pot fi ele sesizate și apreciate. Astfel forma explicită a raportului

$$\frac{\mathrm{x}X}{\mathrm{y}Y}$$

se transformă în:

$$\frac{\left(\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}}\right)X}{1\,Y},$$

forma implicită propriu zisă de valoarea relativă statistică în care paranteza indică operația efectuată. Exemplul numeric dat mai sus se transformă astfel în indicatorul obişnuit de viteză:

$$\frac{\frac{150}{5}\,\mathrm{km}}{1\ \text{oră}}=30\ \text{km/oră}.$$

Este natural că efectuarea operației de împărțire indicată de forma explicită nu înseamnă vreo schimbare cantitativă a valorii relative. După cum a arătat tov. Stalin, totuşi nu trebue să se piardă din vedere că prin această operație dispar valorile absolute care reprezintă caracteristicile şi în locul lor rămâne numai o valoare relativă, raportul existent dintre valorile absolute originale, care însă nu mai exprimă volumul colectivității caracterizate nici prin valoarea numerică absolută a caracteristicei raportate, nici prin a acelei de bază. [16, p. 610]. Formal toate acestea se manifestă prin aceea că în forma implicită natura de „valoare relativă" a indicatorului subsistă în exterior numai în indicarea dimensiunii.

Observăm că valorile relative date la calcularea mediei armonice, de obiceiu, nu sunt de structură (deci date în formă procentuală), ci mai ales valori relative de nivel (de intensitate), ale căror numărător și numitor sunt caracteristici cu dimensiuni diferite și astfel nu sunt indicatori exprimați în formă procentuală. Aceasta oferă explicația faptului că la calcularea mediei dispare tocmai natura lor de valoare relativă — şi astfel pot fi mânuite greşit pe baza formei lor exterioare drept indicatori absuluți. Deoarece statistica burgheză nu a luat în considerare chiar natura reală de valoare relativă a acestor indicatori, nici nu a putut să înțeleagă natura reală a mediei armonice.

3. Sarcina determinării de valoare medie în cazurile de aplicare ale formulei mediei armonice constă în calcularea mediei seriei, formate din valori relative de forma:

$$\frac{x}{y}=\frac{\left(\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}}\right)X}{1\,Y}, \qquad \dots\dots\dots\dots (2)$$

care caracterizează colectivități (unități) calitativ omogene. Se știe că media armonică calculată va trebui să corespundă în valoare numerică cu valoarea mediei aritmetice, — singura valoare medie justă. Din seria valorilor relative care caracterizează părțile (unitățile) colectivității statistice, trebue deci determinată acea valoare relativă, care oglindește nivelul mediu caracteristic pentru întreaga colectivitate. In consecință aceasta înseamnă că din seria valorilor relative parțiale (referitoare la părțile colectivității) trebue să se stabilească valoarea relativă globală care caracterizează nivelul mediu al caracteristicii respective pentru întreaga colectivitate omogenă.

Examinând caracteristica x a părților (indivizilor) unei colectivități în raport cu caracteristica y, adică raportând nivelul caracteristicii x la unitatea caracteristicii y, avem sarcina să stabilim nivelul mediu al indicatorilor parțiali

$$\frac{x}{y}=\frac{\left(\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}}\right)X}{1\,Y}, \qquad \dots\dots\dots\dots (2)$$

adică să determinăm acea valoare relativă globală explicită

$$\frac{\mathrm{X}X}{\mathrm{Y}Y}$$

care caracterizează întreaga colectivitate.

Din aceasta se poate determina cu uşurință forma implicită — complet identică

$$\frac{\left(\frac{\mathrm{X}}{\mathrm{Y}}\right)X}{1\,Y}, \qquad \dots\dots\dots\dots (2.\text{a.})$$

deci mărimea de valoare relativă ce revine pe o unitate a caracteristicii-bază. Este evident că forma implicită calculată pentru unitatea caracteristicii față de forma explicită inițială nu înseamnă schimbarea valorii fracției nici în cazul valorilor relative parțiale, nici în cazul celor globale.

Din acest motiv în cele de mai jos elementele constitutive ale valorii relative parțiale vor fi notate simplu astfel: caracteristica X de valoare numerică x va fi indicată în loc de xX mai scurt prin x; iar caracteristica Y de valoare numerică y va fi indicată în loc de yY numai prin y. La fel elementele valorii relative medie globale: deci caracteristica X de valoare numerică X, respectiv caracteristica Y de valoare numerică Y vor fi notate simplu cu **X**, respectiv cu **Y**. Conform acestor notații vom avea sarcina ca din seria valorilor relative parțiale de forma $\left(\frac{x}{y}\right)$ să determinăm valoarea relativă globală $\frac{X}{Y}$, ca nivelul mediu caracteristic al valorilor seriei date.

Conform procedeului bine cunoscut al metodologiei indicilor statisticii socialiste, rezolvarea este simplă: valoarea relativă globală care reflectă media întregei colectivități poate fi stabilită din agregatul valorilor relative parțiale:

$$\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y},$$

de exemplu dintre două camione unul a parcurs un drum de 150 km. în 5 ore [150 km./5 ore], iar altul în 3 ore [150 km/3 ore]. Viteza medie a celor două mașini pe baza celor de mai sus poate fi calculată știind că împreună au parcurs drumul de

$$\Sigma x = 150 + 150 = 300 \text{ km},$$

în total în timp de $\Sigma y = 5 + 3 = 8$ ore;
deci viteza lor medie a fost:

$$\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y}=\underset{\left[\text{în formă explicită}\right]}{\frac{300\text{ km}}{8\text{ ore}}}=\underset{\left[\text{în formă implicită}\right]}{\frac{\left(\frac{300}{8}\right)\text{km}}{1\text{ oră}}}=37{\cdot}5\text{ km/oră}.$$

Nu putem însă proceda astfel atunci când valorile relative sunt date în formă obișnuită implicită $\left(\frac{x}{y}\right)$, adică atunci când sunt deja recalculate la unitatea caracteristicii-bază y (de ex: în loc de 150 km/5 ore — 30 km/oră, respectiv în loc 150 km/3 ore — 50 km./oră]. In acest caz nu putem proceda după indicația:

$$\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y},$$

căci formele implicite nu exprimă volumul sau extinderea acelor părți de colectivități la care se referă. In scopul determinării valorii medii reale corespunzătoare volumului (greutății specifice) reale a părților de colectivități, trebue să se ia în considerare în valoare absolută sau caracteristica raportată sau cea de bază. Se ajunge deci la rezultat printr'un calcul de ponderare. Cunoscând mărimea valorilor relative parțiale sub forma $\left(\frac{x}{y}\right)$, deci raportată la unitatea caracteristicii-bază, se găsește valoarea relativă globală medie prin ponderare:

$$\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y}=\frac{\sum\left(\frac{x}{y}\right)y}{\Sigma y},\dots\dots\dots\dots(4)$$

adică: nivelul mediu al valorilor relative parțiale $\left(\frac{x}{y}\right)$ este dat de media

lor aritmetică ponderată cu valoarea numerică a caracteristicii-bază respectivă y.

Pe de altă parte tot acest nivel mediu al caracteristicei se găsește prin:

$$\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y}=\frac{\Sigma x}{\sum\frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)}x},\dots\dots\dots\dots(5)$$

adică media armonică a valorilor relative parțiale $\left(\frac{x}{y}\right)$ ponderată cu valorile numerice ale caracteristicei raportate x. Evident valoarea acestor două medii va coincide:

$$\bar{x}=\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y}=\frac{\sum\left(\frac{x}{y}\right)y}{\Sigma y}=\frac{\Sigma x}{\sum\frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)}x},\dots\dots(6)$$

Ponderi: y x

$\bar{x}$ este singura valoare medie justă a întregii colectivități.

Această formulare are o importanță fundamentală în problema clarificării mediei armonice, întrucât constată că *între media aritmetică și armonică* — deoarece în împrejurările date există numai o singură valoare medie justă care reflectă realitatea — *nu este și nu poate fi nicio diferență cantitativă*. Există însă deosebiri structurale între formule, și anume din punct de vedere al sistemului de ponderare. La formula mediei aritmetice în cazul valorilor relative implicite se pondereaza cu valoarea numerică a caracteristicii-bază y, pe când în formula mediei armonice se pondereaza cu valoarea numerică a caracteristicii raportate x. Astfel, prin această tehnică de calcul se restabilește acea formă de valoare-relativă globală

$$\frac{X}{Y}=\frac{\Sigma x}{\Sigma y},$$

care prin construcția ei reprezintă direct nivelul mediu general al caracteristicii date.

Deci diferența dintre formula mediei aritmetice și a celei armonice constă în sistemul greutăților de ponderare al variabilelor $\left(\frac{x}{y}\right)$; în formula mediei aritmetice se iau în considerare valorile caracteristicii-bază y, iar în formula mediei armonice valorile numerice ale caracteristicii raportate x.

Pentru a putea arăta metoda calculelor practice, vom prezenta cele expuse prin două exemple:

a) Un vapor a parcurs distanța între două porturi (drumul dus și întors) într'un an de 4 ori, un alt vapor de 5 ori, iar un al treilea de 10 ori. Câte circuite (drumuri dus-întors) au făcut vapoarele în medie într'un an?

Indicatorii $\left(\frac{x}{y}\right)$: numărul de circuite pe an: 4 circuite/an, 5 circircuite/an, 10 circuite/an.

Ponderând indicatorii cu valoarea caracteristicii raportate x (adică numărul circuitelor vapoarelor = 4, 5 şi 10), rezultatul se obţine cu formula mediei armonice:

viteza medie a celor 3 vapoare: $$\frac{\Sigma x}{\sum \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)} x} = \frac{4+5+10}{\frac{1}{4}4+\frac{1}{5}5+\frac{1}{10}10} = 6{\cdot}3 \text{ circuite/an.}$$

Ponderând însă cu valoarea caracteristicii-bază y (adică cu durata perioadei examinate: pentru fiecare vapor cu 1 an), trebue să se calculeze cu formula mediei aritmetice:

viteza medie a celor 3 vapoare: $$\frac{\sum \left(\frac{x}{y}\right) y}{\Sigma y} = \frac{4\,.\,1+5\,.\,1+10\,.\,1}{3} = 6{\cdot}3 \text{ circuite/an.}$$

— rezultat identic cu valoarea mediei armonice!

b) O distanţă de 150 km. a fost parcursă de 2 maşini cu viteza medie de 30 km/oră, iar de alte 4 maşini cu viteza medie de 50 km/oră. Care a fost viteza medie a celor 6 maşini?

Ponderând vitezele km/oră $= \left(\frac{x}{y}\right)$ cu caracteristica raportată x (adică numărul de maşini-km parcurşi: 2×150 şi 4×150) trebue să se calculeze cu formula mediei armonice:

viteza medie a celor 6 maşini: $$\frac{\Sigma x}{\sum \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)} x} = \frac{2\,.\,150+4\,.\,150}{\frac{1}{30}2.150+\frac{1}{50}4.150} = 40{\cdot}91 \text{ km/oră.}$$

Ponderând însă valorile relative $\left(\frac{x}{y}\right)$ — vitezele, cu valorile caracteristicii-bază y (adică cu numărul de maşini-ore: 2×5 şi 4×3; întrucât drumul a fost parcurs de 2 maşini în 5 ore, respectiv de 4 maşini în 3 ore), trebue să aplicăm formula mediei aritmetice:

viteza medie a celor 6 maşini: $$\frac{\sum \left(\frac{x}{y}\right) y}{\Sigma y} = \frac{30.25 + 50.43}{2.5 + 4.3} = 40{\cdot}91 \text{ km/oră,}$$

— rezultat identic cu valoarea mediei armonice!

Metodologia metafizică burgheză nu a înţeles rolul şi caracterul adevărat al ponderării: al procedeului indispensabil pentru reflectarea realităţii, şi a văzut o contradicţie între media aritmetică şi cea armonică. Astfel nu a fost în stare să stabilească nicio legătură structurală, reală între ele, afară de analogia primitivă descriptivă, formală, exterioară („media armonică este valoarea reciprocă a mediei aritmetice a valorilor reciproce ale termenilor seriei").

Metodologia burgheză în forma implicită a caracteristicii $\left(\frac{x}{y}\right)$ nu a văzut realitatea: valoarea relativă care exprimă într'un fel legătura, raportul caracteristicilor. Privind valoarea relativă $\left(\frac{x}{y}\right)$ ca un număr absolut x', nu putea să sesizeze legătura reală existentă între formele mediilor aritmetice şi armonice, şi astfel a ajuns la acea concluzie fundamental greşită că valoarea numerică a celor două medii nu corespunde:

$$\frac{\Sigma x f}{\Sigma f} \neq \frac{\Sigma f}{\sum \frac{1}{x'} f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

deşi valoarea termenilor x', precum şi valoarea ponderilor f corespund în calculele ambelor formule. In această formulare se oglindeşte ruptura de realitate şi formalismul idealist matematic al metodologiei statisticii burgheze. In această concepţie ponderarea aplicată în calculul mediilor nu este considerată ca un procedeu just pentru exprimarea realităţii, ci ca un procedeu matematic privitor la tehnica formulelor.

Scopul ponderării, după cum am spus, este ca pentru o justă stabilire a nivelului caracteristicilor, acestea să fie luate în considerare în mărime reală corespunzătoare greutăţii specifice a „frecvenţei" lor. Deci în ultima analiză, ponderarea are funcţia de a asigura introducerea în formulă a valorilor corespunzătoare realităţii. Este evident că în cazul valorilor relative de structură $\left(\frac{x}{y}\right)$ — (deoarece acestea exprimă legătura a două caracteristici prin raportul cantitativ dintre ele), — *mărimea, volumul părţilor de colectivitate*, deci a frecvenţei valorii caracteristicii date şi caracterizate prin aceste valori relative, *pot fi exprimate atât cu valorile caracteristicii raportate, cât şi cu cele ale caracteristicii-bază.*

Astfel de exemplu în cazul valorilor relative exprimând cheltueli de muncă în forma $\left(\frac{x}{y}\right)$: ore cheltueli de timp /1 piesă produsă, volumul real al muncilor poate fi caracterizat: a) prin totalul cheltuelilor de timp — adică valoarea numerică a caracteristicii raportate x şi b) prin volumul producţiei, — adică valoarea numerică a caracteristicii-bază y.

De exemplu: un muncitor a cheltuit într'un schimb pentru producerea unei piese în medie 0,5 ore de muncă, al doilea muncitor 0,3 ore de muncă, iar al treilea muncitor 0,2 ore de muncă. Care a fost durata medie a timpului de muncă cheltuit de un muncitor în acel schimb pentru confecţionarea unui produs?

a) se consideră totalul cheltuelilor de timp de muncă, care pentru fiecare muncitor este de 1 schimb (8 ore). Forma indicatorilor fiind:

$\left(\frac{x}{y}\right)$: ore cheltuite /1 piesă; — în acest caz se va calcula cu formula mediei armonice (ponderând deci cu caracteristica raportată x : cu timpul dat):

$$\text{cheltuiala medie de timp a unui muncitor: } \frac{\Sigma x}{\sum \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)} x} = \frac{1 + 1 + 1}{\frac{1}{0{\cdot}5} 1 + \frac{1}{0{\cdot}3} 1 + \frac{1}{0{\cdot}2} 1} = 0{\cdot}29 \text{ ore/bucată.}$$

b) Se dă numărul pieselor produse de fiecare muncitor în cursul schimbului: 16, 26,6 şi 40 bucăţi. De data aceasta rezultatul ni-l dă formula mediei aritmetice:

$$\text{cheltuiala medie de timp a unui muncitor: } \frac{\sum \left(\frac{x}{y}\right) y}{\Sigma y} = \frac{0{\cdot}5.16 + 0{\cdot}3{\cdot}26{\cdot}6 + 0{\cdot}2.40}{16 + 26{\cdot}3 + 40} = 0{\cdot}29 \text{ ore/bucată.}$$

Prin ambele ponderări se obţine însă acelaşi rezultat just $\left(\frac{\Sigma x}{\Sigma y}\right)$, care prin mărimea valorii relative globale reflectă nivelul mediu al fenomenului. Din cele expuse reiese că *aplicarea formulei mediei aritmetice, respectiv a celei armonice este determinată exclusiv numai de faptul dacă volumul, greutatea specifică a colectivităţilor parţiale, caracterizate prin valorile relative parţiale* $\left(\frac{x}{y}\right)$ *, sunt date prin valoarea numerică a caracteristicii raportate, sau a celei de bază.* Practic: dacă se ponderează cu valoarea numerică a caracteristicilor x sau y. Formularea metodologiei burgheze prezentată în inegalitatea (7) este deci justă numai în interpretare pur formal-matematică, anume înseamnă că valoarea mediei calculată prin media aritmetică a termenilor x' ponderate cu sistemul de factori f, nu este egală cu valoarea calculată prin formula mediei armonice din aceleaşi valori numerice. Această constatare camuflează conţinutul real şi natura ponderilor, ea nu arată rolul lor adevărat: necesitatea reflectării reale a volumului colectivităţilor parţiale. In faţa noastră stă „forma neştiinţifică a dogmatismului matematic în care subiectul se roteşte în jurul obiectului, judecă când într'un fel, când într'altul, obiectul însă nu se desfăşoară în toată amploarea formei şi existenţei sale". [11].

In concepţia burgheză a mediei armonice caracterizată prin neglijarea completă a ponderării reale, se reflectă în ultima analiză „concepţia mediilor fictive", practica calculării de valori medii ireale, demascate şi nimicite de către Lenin şi Stalin. Şi în acest caz se observă clar consecinţa metodelor de studiu idealiste, metafizice ale metodologiei burgheze: *denaturarea şi deformarea realităţii* şi în cele din urmă falimentul general al cercetării ştiinţifice.

Cunoscând natura adevărată a ponderării, în continuare vom putea stabili raportul cantitativ dintre sistemele de greutăţi (pondere) aplicate.

Intrucât în concepţia dialectică dispare contradicţia dintre cele două formule, iar cercetarea se bazează pe necesitatea reflectării statistice

juste a realităţii, *reiese în mod necesar şi în cazul termenilor de formă implicită tocmai raportul de egalitate al celor două formule de medii.*

Insemnând aceşti termeni raportaţi la unitatea caracteristicii-bază y cu x, şi mai departe notând valorile sistemului greutăţilor specifice de ponderare corespunzătoare calculării mediei aritmetice cu m, formula mediei aritmetice poate fi transcrisă în formula mediei armonice astfel:

$$\frac{\Sigma x m}{\Sigma m} = \frac{\Sigma x m}{\sum \frac{1}{x} x m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

In consecinţă valoarea mediei aritmetice a termenilor x ponderate cu sistemul ponderilor m este egală cu media armonică a aceloraşi termeni x ponderate însă cu sistemul ponderilor de valoare xm, adică cu valoarea produselor de frecvenţă ale seriei.

Aplicarea practică a acestei constatări poate fi prezentată prin exemplul următor. Preţul mediu al unei mărfe $(\bar{p})$ se calculează în mod obişnuit cu formula mediei aritmetice din preţurile diferite p ponderate cu cantităţile de marfă vândute q:

$$\bar{p} = \frac{\Sigma p q}{\Sigma q}.$$

„Se întâmplă însă mai des să se cunoască nu cantităţile naturale de mărfuri, ci circulaţia vânzării (în bani) care corespunde diferitelor niveluri de preţuri". [14 şi 15].

Circulaţia f însă este produsul preţului de vânzare şi al cantităţii de marfă vândute: $f = pq$, deci chiar produsul de frecvenţă al seriei preţurilor.

Conform celor de mai sus, preţul mediu se mai obţine prin formula mediei armonice a preţurilor ponderate cu valoarea circulaţiei vânzării:

$$\bar{q} = \frac{\Sigma f}{\sum \frac{1}{x} f} = \frac{\Sigma p q}{\sum \frac{1}{p} p q}$$

Deasemenea dacă însemnăm cu h valorile sistemului de ponderare corespunzătoare calculării mediei juste prin formula mediei armonice, atunci — folosind notaţiile precedente — formula mediei armonice poate fi transcrisă în formula mediei aritmetice în felul următor:

$$\frac{\Sigma h}{\sum \frac{1}{x} h} = \frac{\sum x \left(\frac{h}{x}\right)}{\sum \left(\frac{h}{x}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

In consecinţă valoarea mediei armonice a termenilor x ponderată cu sistemul ponderilor h, poate fi obţinută prin formula mediei aritmetice a aceloraş termeni, ponderate însă cu sistemul greutăţilor $\left(\frac{h}{x}\right)$.

In general se constată deci că *deosebirea între formula mediei aritmetice şi formula mediei armonice constă în esenţă în deosebirea dintre sistemele respective de ponderare.* Deosebirea structurală între media aritmetică şi media armonică respectivă — care dau aceeaşi valoare medie a aceloraşi termeni, — constă în faptul că greutăţile de ponderare ale mediei armonice sunt de x-ori amplificate faţă de greutăţile de ponderare ale formulei mediei aritmetice corespunzătoare. Deci sistemul de greutăţi specifice al formulei mediei armonice identice în valoare cu formula mediei aritmetice respective, îl constitue produsele de frecvenţă ce intră în formula mediei aritmetice. Din aceasta reiese clar, fără nicio justificare algebrică, că dintre formula mediei aritmetice şi a celei armonice, ponderate ambele cu acelaşi sistem de ponderi v, formula mediei armonice dă rezultat mai mic:

$$\frac{\Sigma\, x\, v}{\Sigma\, v} \leqq \frac{\Sigma\, v}{\sum \frac{1}{x} v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Metodologia statisticii burgheze, care, după cum am văzut, nu a înţeles natura reală a mediei armonice şi nici modul cum ea reflectă realitatea, nu a fost în stare să rezolve această problemă pe bază statistică reală, pe baza volumului real al colectivităţilor, ci numai pe cale de deduceri abstracte, algebrice. [12].

Dacă examinăm însă egalitatea (9) a mediilor, observăm că formula mediei aritmetice ponderată cu greutăţile $\left(\frac{h}{x}\right)$ dă acelaşi rezultat ca şi formula mediei armonice ponderată cu greutăţile h. Greutăţile de ponderare $\left(\frac{h}{x}\right)$ ale mediei aritmetice corespunzătoare acestei formule sunt deci invers proporţionale cu valorile termenilor x. Aceasta înseamnă cu alte cuvinte că în formula mediei aritmetice corespunzătoare formulei mediei armonice, termenii seriilor x se ponderează cu greutăţi de atâta ori mai mici, cu cât valoarea x a acestor termeni e mai mare. In consecinţă cu cât un termen x este mai mare, cu atât el se ia în considerare cu o greutate specifică mai mică la calcularea mediei aritmetice. Astfel devine evident, că media aritmetică care rezultă prin această reducere „atenuare" în proporţie de x a valorilor greutăţilor h ale termenilor seriei x, numeric va fi mai mică decât media aritmetică a termenilor x calculată cu ponderi nereduse în proporţia de x:

$$\frac{\sum x \left(\frac{h}{x}\right)}{\sum \left(\frac{h}{x}\right)} \leqq \frac{\Sigma\, x\, h}{\Sigma\, h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$ [4]

[4]) Există egalitate, cum este cunoscut, numai în cazul dacă toate valorile termenilor seriei sunt egale între ele având valoare constantă c:

$$\frac{\Sigma\, h}{\frac{1}{c}\Sigma\, h} = \frac{c\,\Sigma\, h}{\Sigma\, h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Ca ultimă problemă rămâne să stabilim cazurile în care practic se întrebuinţează formula mediei armonice, ştiind că în locul acesteia se poate aplica totdeauna formula mediei aritmetice. De fapt aplicarea formulei mediei armonice în calculul mediilor este justificată exclusiv numai prin principiile economiei de manoperă (de calcul). In statistica socialistă în acele cazuri poate fi întrebuinţată formula mediei armonice, când această formă din punct de vedere al structurii admite un calcul mai simplu. La calcularea valorii medii a unei caracteristici oarecare de formă $\left(\frac{x}{y}\right)$ chiar natura colectivităţii examinate condiţionează faptul, că una dintre caracteristici care reprezintă o latură a colectivităţilor parţiale, — deci caracteristica raportată x, sau caracteristica-bază y, — are valori numerice egale. Astfel de exemplu la calcularea nivelului mediu al cheltuelilor de muncă caracterizate prin indicatorul: ore/buc., durata totală a timpului de muncă la diferiţi muncitori este egală (un schimb, o lună, sau un an), căci dorim să stabilim nivelul mediu al cheltuelilor de muncă tocmai din acest interval de timp comun pentru toţi muncitorii.

Se întâlnesc şi anumiţi indici — valori relative — în cazul cărora uneori caracteristica raportată, alteori caracteristica-bază înseamnă valoare constantă pentru colectivităţile parţiale (indivizi).

Acest lucru se observă la calcularea vitezei medii de rotaţie (numărul rotaţiilor /1 perioadă de timp).

La calcularea vitezei medii de rotaţie a mijloacelor de rulment din întreprindere, perioada (luna sau anul) în care se determină viteza medie de rotaţie (ca numărul rotaţiilor efectuate în acea perioadă de mijloacele de rulment), este identică pentru fiecare categorie de mijloace circulante. In cazul însă când se determină viteza medie de rotaţie a creditelor acordate de o bancă pe diferite termene, din punct de vedere al acestei bănci, numărul de rotaţie al tuturor creditelor (număr egal cu 1), va fi identic, în timp ce durata circuitului lor va putea varia dela credit la credit.

Pentru ilustrarea celor spuse se dau următoarele două exemple:

a) Calcularea vitezei medii de rotaţie a mijloacelor de rulment ale întreprinderii industriale: o sumă în valoare de 300.000 lei a făcut în cursul anului examinat 3 rotaţii, iar o altă sumă în valoare de 400.000 lei a efectuat în acelaş interval 5 rotaţii. Care este viteza medie de rotaţie a sumei totale de mijloace avansate?

Indicatorii $\left(\frac{x}{y}\right)$ sunt: 3 rotaţii/an în valoare de 300.000.— lei,
5 rotaţii/an în valoare de 400.000.— lei.

Ponderând cu x (= 3, respectiv 5 rotaţii), dorim să redăm volumul real al colectivităţilor din procesul rotaţiei şi deci trebue să mai luăm în considerare că aceste 3, respectiv 5 rotaţii nu au fost efectuate de mijloace de aceiaş valoare, ci unul în valoare de 300.000 lei, iar altul în valoare de 400.000 lei. Deci în anul raportat în cadrul sumei de 300.000 lei fiecare leu (unitate) a efectuat 3 circuite, deci cele 300.000 de unităţi au realizat în total 3×300.000 rotaţii-unităţi (rotaţii-lei). De asemenea în cadrul sumei de 400.000 lei care a făcut 5 rotații, s'au realizat în total 5×400.000 rotații-unități (rotații-lei).

Media armonică se calculează deci din următoarele valori relative $\left(\frac{x}{y}\right)$, respectiv prin ponderarea acestora cu valoarea caracteristicilor raportate x:

$\left(\frac{x}{y}\right)$	x
3 rotații/an ale	3×300.000 rotații-lei.
5 rotații/an ale	5×400.000 rotații-lei.

Se găsește media vitezei de circulație:

$$\frac{\Sigma x}{\sum \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)} x} = \frac{3\times300.000+5\times400.000}{\frac{1}{3}3\times300.000+\frac{1}{5}5\times400.000} = 4{,}14 \text{ rotații/an.}$$

Ponderând acum cu valoarea caracteristicei bază y (pentru ambele mijloace de rulment = 1 an) de asemenea trebue luate în considerare valorile care circulă. Suma de 300.000 unități (lei) a circulat timp de un an, deci în cadrul acestei sume fiecare unitate de valoare (leu) a circulat câte un an, adică fondul total al timpului de rotație este de 300.000×1 unități-ani, (lei-ani). La fel fondul timpului de circulație al celeilalte sume de 400.000 lei este 400.000×1 lei-ani.

Media aritmetică se calculează deci din:

valorile relative $\left(\frac{x}{y}\right)$ arătate și la media armonică:	și din ponderile reprezentate de caracteristica-bază y:
3 rotații/an	în timp de 300.000 × 1 lei-ani
5 rotații/an	în timp de 400.000 × 1 lei-ani

Media vitezei de circulație va fi deci:

$$\frac{\sum\left(\frac{x}{y}\right)y}{\Sigma y} = \frac{3\times1\times300.000+5\times1\times400.000}{1\times300.000+1\times400.000} = 4\cdot14 \text{ rotații/an.}$$

b) Calcularea vitezei medii de rotație a creditelor bancare. [8, p. 169].

Două întreprinderi au primit în cursul anului dela o bancă următoarele credite:

Intreprinderile	Suma (lei)	Termenul (luni)	Viteza de rotație (rotații/an)
I	50.000	3	4
	40.000	4	3
	100.000	1,5	8
II	80.000	2	6
	60.000	4	3

Să se calculeze viteza medie de rotație a creditelor acordate de bancă.

Ponderând indicatorii vitezei de rotație $\left(\frac{x}{y}\right)$ cu valoarea caracteristicei raportate x (cu numărul rotațiilor), obținem media prin aplicarea mediei armonice. După cele spuse anterior, luând în considerare și valorile creditelor, vom avea:

Valorile relative $\left(\frac{x}{y}\right)$ (viteza de rotație)		Greutăți de ponderare x (rotații-lei)
4 rotații/an	ale	1 × 50.000 rotații-lei
3 „ „	„	1 × 40.000 „ „
8 „ „	„	1 ×100.000 „ „
6 „ „	„	1 × 80.000 „ „
3 „ „	„	1 × 60.000 „ „

Viteza de rotație medie va fi deci:

$$\frac{\Sigma x}{\sum\frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)}x} = \frac{1.50000 + 1.40000 + 1.100000 + 1.80000 + 1.60000}{\frac{1}{4}1.50000+\frac{1}{3}1.40000+\frac{1}{8}1.100000+\frac{1}{6}1.80000+\frac{1}{3}1.60000} = 4\cdot62 \text{ rotații/an.}$$

Același rezultat se găsește și prin aplicarea formulei mediei aritmetice ponderată cu caracteristica-bază *(y:* durata în timp, de ex. în luni a rotațiilor examinate), dacă se consideră și valoarea creditelor după cele anterioare. Luând unitățile ponderilor de data aceasta în lei-luni (50.000 × 3 lei-luni, 40.000 × 4 lei-luni, 100.000 × 1,5 lei-luni, 80.000 × 2 lei-luni și 60.000 × 4 lei-luni) obținem valoarea vitezei medie de rotație prin formula mediei aritmetice ca mai înainte:

$$\frac{\sum\left(\frac{x}{y}\right)y}{\Sigma y} = \frac{4.50000.3 + 3.40000.4 + 8.100000.1\cdot5 + 6.80000.2 + 3.60000.4}{50000.3 + 40000.4 + 100000.1\cdot5 + 80000.2 + 60000.4} = 4\cdot62 \text{ rotații/an.}$$

La cele două exemple prezentate forma indicatorilor este aceiași [rotație/an], totuși fenomenul caracterizat de ei se deosebește esențial: în exemplul a) rotațiile aceleiași sume se succed una după alta și decurg paralele cu rotația celeilalte sume. Deci greutatea de ponderare a fiecărei sume (în cazul mediei aritmetice) este de aceiași durată — durata perioadei raportate: un an. In exemplul b) creditele acordate înseamnă pentru bancă câte o rotație a unor mijloace cu o durată de rotație corespunzătoare termenului de creditare, respective în general variabilă dela credit la credit. Din formula mediei aritmetice deci greutățile de ponderare se vor deosebi corespunzător acestor intervale diferite de timp. Greutățile de ponderare (numărul rotațiilor) din formula mediei armonice calculate la cele două exemple din contră vor varia la exemplul a) — întrucât în cursul anului cele două mijloace au făcut un număr diferit de rotații, și vor fi constante la exemplul b) — întrucât fiecare credit acordat de bancă înseamnă pentru bancă o rotație a unor mijloace ale sale.

Se poate trage deci concluzia că în cazul primului exemplu e mai ușor să se aplice formula mediei aritmetice, pe când la al doilea poate fi calculată direct forma mediei armonice.

Examinând în această privință formulele mediilor aritmetice, respectiv armonice [în care forma implicită a valorilor relative este $x' = \left(\frac{x}{y}\right)$], pe baza egalității (6) avem:

$$\frac{\Sigma\, x'\, y}{\Sigma\, y} = \frac{\Sigma\, x}{\sum \frac{1}{x'} x} . \qquad \ldots. (13)$$

Se stabilește deci ușor și în formă generală că *formula mediei armonice poate fi economic aplicată atunci când colectivitățile parțiale* (reprezentate din punct de vedere al nivelului unei caracteristici prin valorile relative $x' = \left(\frac{x}{y}\right)$, *din punct de vedere al volumului lor pot fi date prin caracteristici x de valoare egală: c*. In acest caz formula mediei armonice se simplifică dela forma ponderată la forma neponderată:

$$\frac{\Sigma\, x}{\sum \frac{1}{x'} x} = \frac{\Sigma\, c}{\sum \frac{1}{x'} c} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x'}} , \qquad \ldots. (14)$$

în timp ce în cazul formulei mediei aritmetice rămâne să se calculeze tot după formula ponderată din (13): $\frac{\Sigma\, x'\, y}{\Sigma\, y}$.

Aceasta înseamnă că *formula mediei armonice neponderată*

$$\frac{n}{\sum \frac{1}{x'}}$$

corespunde cu formula unei medii aritmetice ponderată. Media armonică simplă este deci numai în aparență o „medie neponderată", în esență și în conținut, din punct de vedere al interpretării mediei aritmetice, ea corespunde unei medii aritmetice *ponderate în mod ascuns* (cu ponderile $y = \left(\frac{x}{x'}\right)$. La folosirea formulei mediei armonice tocmai acest lucru trebue avut în vedere, — anume ca *această ponderare să fie justă*.

Regula rigidă a metodologiei statisticii burgheze referitoare la aplicarea necondiționată a mediei armonice în anumite cazuri date este deci greșită din două puncte de vedere.

In primul rând s'a dovedit că formula mediei armonice nu trebue să fie aplicată necondiționat în cazurile date — întrucât, după cum am văzut în aceste cazuri, ea poate fi înlocuită prin formula mediei aritmetice. Pe de altă parte formula mediei armonice poate fi aplicată nu numai în cazurile indicate de statistica burgheză, ci în general la orice calcul de medie. In practică ea înseamnă în general o oarecare economie în acele cazuri, când ponderile caracteristicii $\left(\frac{x}{y}\right)$ a colectivităților parțiale pot fi caracterizate cu valorile numerice identice ale caracteristicii raportate, x. Simplificarea, pe care formula mediei armonice neponderate o oferă prin structură față de formula mediei aritmetice ponderate e mult anihilată însă prin incomoditatea tehnică a calculului valorilor reciproce cuprinse în formula mediei armonice.

*

Am examinat media armonică pe baza principiilor și procedeelor fundamentale ale metodologiei statisticii socialiste. In cursul examinării am încercat să arătăm elementele ideologice, de suprastructură, ale problemelor în aparență foarte abstracte, sau numai tehnice, cu deosebită atenție la rămășițele burgheze încă nelichidate pe terenul metodologiei mediei armonice.

Totodată am încercat să demascăm și manifestările ascunse de apologiere profund reacționare ale metodologiei statistice burgheze. Această sarcină în condițiile luptei de clasă internaționale din ce în ce mai ascuțite, în timpul luptei dintre ideologia progresistă și cea reacționară, *reprezintă datoria primordială, de onoare a fiecărui statistician socialist:* este o armă în întărirea ideologică și economică a frontului invincibil al Păcii.

Catedra de Statistică
dela Univ. Bolyai din Cluj.

BIBLIOGRAFIE

1. Benini, *Principii di statistica metodologica*. Torino, 1926, p. 105. (Autor citat de Decuseară, *Elemente de Statistică*, I. 1943, p. 195 ș. m. d.).
2. Czuber, *Die statistischen Forschungsmethoden*. 1921, p. 85—86.
3. Engels, *Antidühring* Ed. P.C.R., Buc., 1946, p. 213.
4. Froda A., *Numere indice cumulatoare*. Analele Acad. R.P.R., Seria Mat., t. III. Mem. 2.
5. Georgescu-Roegen, *Metoda statistică*. Buc., 1947, p. 126—127.
6. Lenin, *Opere*, vol. 3. Ed. P.M.R., Buc., 1951
7. Lenin, *Opere*, vol. 16, p. 40. Ed. rusă.
8. Livsiț, *Bancovaja statistica*. *1948*.
9. Malâi, în *Voprosî economichi*. 1948, Nr. 5 .
10. Marx, *Capitalul*, *I*. Ed. P.M.R., Buc., 1948, p. 45.
11. Marx-Engels, *Opere*. Ed. rusă, 1928, vol. I, p. 433—434.
12. Nelson, *Elements of statistics*. Bloomington, 1935, p. 98.
13. Pisarev, *Despre unele probleme ale teoriei statisticii*. Voprosî economichi, 1948 Nr. 7.
14. Reauzov, *Statistica comerțului sovietic*. Buc., 1950, p. 86.
15. Reauzov-Titelbaum, *Curs torgovoi statistichi*. Moscova, 1947, p. 138.
16. Stalin, *Problemele Leninismului*. Ed. 2, P.M.R., 1948
17. *Statistica economică (pentru uzul contabililor), I. Partea generală*. Buc., 1950. Ed Corpul Contab. Aut. și Exp.-contabili.
18. Schweng, *Statisztika*. Budapest, 1944, p. 159.
19. Theis, *Statisztika*. Budapest, p. 146.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

К вопросу о статистико-экономической методологии гармонического среднего

З. КСЕНДЕС

В введении автор даёт общие характеристики методологии капиталистической статистики: ее оторванность от реальной жизни, формальный математический характер и косная, тенденциозная предвзятость. Главный фальшивый метод буржуазной статистики состоит из счета „фиктивных средних", метод, разоблаченный неоднократно Лениным и Сталиным, основателями метода определения реальных средних. Средняя величина в социалистической статистике показывает характерный и типичный уровень характеристики коллектива, качественно однородного вследствие применения ленинского метода группировок. Средняя величина может быть выражена формулой арифметического среднего, форма, которой пользовались исключительно Ленин и Сталин в своих работах. В буржуазной методологии средние не являются реальными величинами, отражающими действительную жизнь, но численными фиктивными результатами математических формул, составленных произвольно и применяемых к характеристикам статистических фиктивных коллективов, разнородных с точки зрения их качеств. Капиталистическая статистика не знает настоящей сути формулы средних, ни существенной разницы между ними. По этой концепции все формулы средних чисел-специальные случаи и той же универсальной формулы (i), следовательно, даже не может быть вопроса, которая из этих двух-истинная.

Из методологии буржуазного гармонического среднего вытекает серия погрешностей и противоречий.

Эта статистика утверждает, что гармоническое среднее должно быть подсчитано в известных случаях, когда формула арифметического среднего дает неправильный численный результат, что его величина меньше величины арифметического среднего.

Во второй части автор анализирует гармоническое среднее и доказывает совершенно ошибочный характер предыдущей формулировки.

1. Гармоническое среднее отражает типичный средний уровень характеристики, обусловленной политико-экономическим анализом социально-экономического коллектива. Этот уровень не может быть, однако, выражен никакой другой численной средней величиной, как только величиной формулы арифметич ского среднего, так как обе должны отражать одну и ту же сторону данной реальности.

В примерах несоответствия между вышеназванными формулами капиталистической статистики, можно только указать на ошибочное не научное применение этих формул.

2. Автор доказывает, что практическое определение гармонического среднего бывает в тех случаях, когда уровень характеристик относящихся к коллективам, не выражен в форме абсолютных чисел, но в числах-отчетах (приводим как пример, такие указания: км/час, ротации/период, трата времени/продукция и т. д.) Эти указания могут быть выражены формулой$\left(\frac{x}{y}\right)$, в которой x является отчетной характеристикой, а

y характеристикой-базой, принимающей отчёт. Однако, эти отчёты даны только в подразумеваемой форме, когда их численная величина показывает число единиц характеристики-отчета, x, в отношении к единице характеристики-базы y.

3. Имея в виду, что рассматриваемое число-отчет не показывает абсолютной величины ни одной характеристики, при определении среднего числа-отчета (относящегося ко всему коллективу) мы должны добиться при помощи равновесия, чтобы термины приобрели, как формулу, величины, соответствующие реальному объему коллектива к которому они относятся.

Из (4) (5) и (6) вытекает действительная разница между формулой арифметического среднего и гармонического; необходимость отражения реальной жизни выражается различным равновесием в этих двух формулах. Равновесие величины характеристики-отчета x, относящейся к формуле гармонического среднего, является равным равновесию величин характеристики-базы y в формуле арифметического среднего.

Неравенство (7) буржуазной методологии является действительным только с формальной точки зрения, в то время как она маскирует подлинную суть равновесия.

Следовательно, в последнем анализе, в буржуазной концепции отражается метод фиктивных средних.

Если мы правильно исходим из отношения равенства арифметической формулы и гармонической, то на основании (8) и (9) можем отметить отношение между величинами равновесия этих двух формул. Разница между формулой арифметического среднего и гармонического заключается по существу в их системе равновесия: в формуле гармонического среднего равновесие выражается величинами умноженными на x число раз величин равновесия из формулы соответствующего арифметического среднего.

Следовательно, ревновесие гармонического среднего состоит в свою очередь из результатов многократности арифметического среднего числа.

На основании этого результата неравенство (10), доказанное буржуазной статистикой только алгебраической формулой, можно легко объяснить на основании реальной статистики.

В заключение автор отмечает благоприятные случаи для практического применения формулы гармонического среднего. На основании (13) автор утверждает, что эту формулу можно применить экономически в сравнении с формулой арифметического среднего, тогда как объем коллектива, представленный числами-отчетами, можно выразить равными величинами характеристики-отчета x. В этом случае гармоническое среднее переходит из уравновешенной формы в неуравновешенную (4), в то время, как соответствующее уравновешенное арифметическое среднее не является упрощенным с этой точки зрения. Это означает, что так называемое „гармоническое среднее", соответствует, по существу, уравновешенному арифметическому среднему. Следовательно, арифметическое среднее, формально неуравновешенное, по своей реальной сущности и по содержанию аналогично уравновешенному арифметическому среднему. Следовательно, должно считаться в действительности, среднее, уравновешенное скрытно.

Гармоническое среднее можно применять во всех случаях, соответствующим условиям 1) 2) и 3), но на практике с точки зрения тактической экономии может иметь значение только при условии равных величин характеристик-отчетов.

RÉSUMÉ

Contributions à la méthodologie statistique-économique de la moyenne harmonique.

par

Z. CSENDES

Dans l'introduction l'auteur présente les caractéristiques générales de la méthodologie statistique capitaliste, à savoir: d'être rompue de la réalité, son caractère formaliste mathématique et sa tendance primordiale à l'apologie. La méthode principale de falsification de la statistique bourgeoise consiste dans le calcul des „moyennes fictives", maintes fois démasquée par Lénine et Staline, les fondateurs de la méthode de détermination des moyennes réelles. La valeur moyenne dans la statistique socialiste exprime le niveau typique de la caractéristique d'une collectivité, homogène qualitativement par suite de l'application de la méthode léniniste des groupements. La valeur moyenne peut être déterminée par la formule de la moyenne arithmétique, forme utilisée exclusivement par Lénine et Staline, dans leurs ouvrages. Dans la méthodologie bourgeoise les moyennes ne sont pas des valeurs réelles qui reflètent la réalité, mais des résultats numériques fictifs de certaines formules mathématiques arbitrairement formées et appliquées aux caractéristiques de certaines collectivités „statistiques" fictives, hétérogènes au point de vue qualitatif. La statistique capitaliste ne connaît pas la vraie nature des formules de moyennes, ni les différences essentielles qui existent entre elles. Dans cette conception toutes les formules de moyennes sont des cas spéciaux de la même formule universelle (1), donc on ne pose même pas le question de savoir laquelle de celles-ci est la vraie.

Dans la méthodologie de la moyenne harmonique bourgeoise apparaissent une série de points faibles et des contradictions de cette statistique. Cette statistique constate sur la moyenne harmonique qu'elle doit être calculée dans certains cas, quand la formule de la moyenne arithmétique donne un résultat inexact au point de vue numérique et que sa valeur est moindre que celle de la moyenne arithmétique.

Dans la deuxième partie l'auteur examine la moyenne harmonique et il démontre le caractère tout à fait erroné de la formule précédente.

1. — La moyenne harmonique reflète le niveau moyen, typique de la caractéristique déterminée par l'analyse politiquo-économique d'une collectivité social-économique. Mais ce niveau ne peut pas être représenté par une autre valeur numérique moyenne que celle de la formule de la moyenne arithmétique, — parce que toutes deux, elles devront refléter le même côté de la même réalité. Dans les exemples d'inégalité existant entre les formules citées par la statistique capitaliste, il ne peut être question que d'une application erronée, antiscientifique des formules.

2. — On constate que la détermination pratique de la moyenne harmonique survient dans les cas où le niveau des caractéristiques concernant les collectivités ne sont pas données sous forme de chiffres absolus, mais par des nombres-rapports (il est à citer comme exemple de tels indicateurs: km/heure, rotations /période, dépense de temps/ produit, etc.). Ces indicateurs peuvent être représentés par la forme $\left(\frac{x}{y}\right)$, où x est la caractéristique-rapportée et y la caractéristique-base, à laquelle est rapportée la première. Mais ces nombres-rapports sont donnés dans une forme implicite, quand leur valeur numérique montre le nombre d'unités de la caractéristique-rapportée x qui revient à l'unité de la caractéristique-base y.

3. — En tenant compte du fait que le nombre-rapport considéré ne montre pas la valeur absolue à aucune des caractéristiques, — à la détermination du nombre-rapport moyen (concernant toute la collectivité) il faut assurer, par pondération, que les termes reçoivent dans la formule, des poids correspondants au volume réel des collectivités auxquelles ils se réfèrent.

De (4), (5) et (6) il résulte la vraie différence entre les formules de la moyenne arithmétique et de celle harmonique. La nécessité que la réalité soit reflétée se manifeste par une pondération diférente dans les deux formules, une pondération avec les valeurs de la caractéristique rapportée x dans la formule de la moyenne harmonique et par une pondération avec les valeurs de la caractéristique-base y dans la formule de la moyenne arithmétique.

L'inégalité (7) de la méthodologie bourgeoise est vraie seulement au point de vue formel, car elle cache la nature réelle de la pondération. Dans la conception bourgeoise de la moyenne harmonique se reflète donc, en dernière analyse, la méthode des „moyennes fictives".

Si on part d'une manière exacte du rapport de l'égalité de la formule arithmétique et de celle harmonique, alors, sur la base de (8) et (9) on peut remarquer le rapport entre les valeurs des pondérateurs des deux formules. La différence entre la formule de la moyenne arithmétique et de celle harmonique consiste essentiellement dans leur système de pondération: dans la formule de la moyenne harmonique, les pondérateurs sont les valeurs des pondérateurs de la formule de moyenne arithmétique correspondante, x fois multipliées — donc les pondérateurs de la moyenne harmonique consistent, à leur tour, de produits de fréquence de la moyenne arithmétique.

Sur la base de ce résultat l'inégalité (10) — démontrée par la statistique bourgeoise uniquement sur une base formelle algébrique — peut être facilement expliquée sur une base réelle — statistique (11).

Dans la conclusion, l'auteur examine les cas avantageux pour l'application pratique de la formule de la moyenne harmonique. Sur la base (13) il constate que cette formule peut être appliquée économiquement par rapport à la formule de la moyenne artihmétique, quand le volume des collectivités représentées par les nombres-rapports peu-

vent être caractérisées par des valeurs égales de caractéristique-rapportée x. Dans ce cas la moyenne harmonique passe d'une forme pondérée à une forme non-pondérée (14), tandis que la moyenne artihmétique pondérée correspondante ne se simplifie pas de ce point de vue. Cela signifie que ce qu'on nomme la „moyenne harmonique" correspond en essence à une moyenne arithmétique pondérée réelle, donc la moyenne arithmétique formellement non-pondérée, selon sa nature réelle et son contenu, est analogue avec une moyenne arithmétique pondérée, et ainsi donc, en réalité, elle doit etre considérée comme une moyenne pondérée d'une manière cachée.

La moyenne harmonique peut être appliquée dans tous les cas qui s'encadrent dans les conditions 1, 2, et 3, mais pratiquement au point de vue de l'économie de la main-d'oeuvre, son application ne peut avoir de sens que dans le cas des valeurs égales de caractéristique-rapportée.

Intreprinderea Poligrafică Cluj — 4451