METODELE ANALIZEI MATEMATICE ÎN PLANIFICAREA SOCIALISTĂ

DE

LADISLAU NÉMETI

Comunicare prezentată în şedinţa din 18 mai 1957 a Filialei Cluj a Academiei R.P.R.

1. Introducere

1. În lucrarea de faţă încercăm să rezolvăm o problemă importantă a Economiei politice cu ajutorul analizei matematice, şi anume aceea a raportului optim între cele două sectoare mari ale economiei naţionale a unei ţări socialiste. Aceste sectoare sînt: producţia mijloacelor de producţie şi producţia bunurilor de consum. Este bine cunoscută legea din teoria marxist-leninistă privind dezvoltarea acestor două sectoare, adică: ritmul de dezvoltare a sectorului I trebuie să fie mai mare decît cel al sectorului II. Această lege însă nu precizează raportul concret între aceste două sectoare.

Dacă căutăm un raport optim între cele două sectoare, trebuie să şi indicăm un criteriu cu ajutorul căruia putem să constatăm, dacă un anumit raport este optim sau nu. Acest criteriu de comparaţie îl găsim în legea pe care I. V. Stalin a numit-o ,,legea de bază a economiei socialiste". Raportul între cele două sectoare va fi deci optim dacă el asigură satisfacerea cît mai bună a nevoilor mereu crescînde ale societăţii.

Prin urmare, vom căuta stabilirea raportului de mai sus, vom căuta o planificare în mare a economiei socialiste în aşa fel, încît să fie asigurată o creştere cît mai rapidă a sectorului II, care produce direct bunurile de consum popular.

2. În cele ce urmează vrem să analizăm cu ajutorul matematicii mecanismul dezvoltării economiei naţionale. Mărirea cantităţii produselor fabricate se obţine:

a) printr-o folosire mai eficace a utilajului, şi

b) prin modernizarea şi mărirea parcului mijloacelor de muncă. Aceasta se face prin produsele finite ale sectorului I. O parte a mijloacelor de muncă produse serveşte pentru înlocuirea celor uzate, învechite. Restul se repartizează parţial la sectorul I, parţial la sectorul II, servind pentru dezvoltarea acestora.

Această din urmă repartizare este, în anumite limite, arbitrară şi ea este mijlocul principal prin care planificatorul poate să influenţeze dezvoltarea structurii economice a ţării, adică dezvoltarea raportului între cele două sectoare.

Problema noastră se formulează deci astfel: *cum trebuie ales acest raport pentru ca să fie asigurată satisfacerea maximală a nevoilor societăţii?*

2. Ecuaţiile de bază

Se vor nota în lucrarea prezentă cu:

G — cantitatea totală a mijloacelor de muncă existente în sectorul I,
U — cantitatea totală a mijloacelor de muncă existente în sectorul II,
m — cantitatea mijloacelor de muncă date în folosinţă,
g — cantitatea mijloacelor de muncă date în folosinţă în sectorul I,
u — cantitatea mijloacelor de muncă date în folosinţă în sectorul II,
a — cantitatea anuală a mijloacelor de muncă care s-au folosit pentru înlocuirea mijloacelor uzate,
a^g — cantitatea anuală a mijloacelor de muncă care s-au folosit pentru înlocuirea mijloacelor uzate în sectorul I,
a^u — cantitatea anuală a mijloacelor de muncă care s-au folosit pentru înlocuirea mijloacelor uzate în sectorul II,
p — cantitatea mijloacelor de muncă produse anual,
p^g — cantitatea mijloacelor de muncă produse anual şi date în folosinţă în sectorul I,
p^u — cantitatea mijloacelor de muncă produse anual şi date în folosinţă în sectorul II,
i — cantitatea mijloacelor de muncă importate (cele exportate cu semnul —),
i^g — cantitatea mijloacelor de muncă importate şi date în folosinţă sectorului I,
i^u — cantitatea mijloacelor de muncă importate şi date în folosinţă sectorului II,
b — cantitatea bunurilor de consum date spre consum anual,
p^b — cantitatea bunurilor de consum produse în ţară,
e — cantitatea bunurilor de consum importate (cele exportate cu semnul —).

Toate cantităţile se exprimă în valori constante: cele notate cu majuscule, în lei, cele notate cu minuscule, în lei/an.

Menţionăm că mărimea acestor cantităţi se poate stabili prin metodele statistice directe.

Este evident că:

$$\begin{aligned} m &= g + u \\ a &= a^g + a^u \\ p &= p^g + p^u \\ i &= i^g + i^u. \end{aligned} \tag{2.1}$$

De asemenea:

$$\begin{aligned} m &= p + i \\ g &= p^g + i^g \\ u &= p^u + i^u \\ b &= p^b + e. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Creşterea anuală a mijloacelor de muncă va fi exprimată prin:

$$\begin{aligned} \frac{d(G+U)}{dt} &= \dot{G} + \dot{U} = m - a = p + i - a \\ \dot{G} &= g - a^g = p^g + i^g - a^g \\ \dot{U} &= u - a^u = p^u + i^u - a^u. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Să căutăm acum relaţii între aceste mărimi diferite.

Putem să punem

$$\begin{aligned} a^g &= \alpha^g(t)\, G \\ a^u &= \alpha^u(t)\, U \\ a &= \alpha^g(t)\, G + \alpha^u(t)\, U \end{aligned} \tag{2.4}$$

unde α^g şi α^u sînt coeficienţii medii de amortisment în sectorul I, respectiv în sectorul II. Aceşti coeficienţi vor putea prezenta o uşoară fluctuaţie din an în an, îi vom considera deci ca funcţii de timp.

Mai departe vom pune

$$p = \mu(t)\, G. \tag{2.5}$$

Aici μ este coeficientul mediu de folosire a utilajului.

Motivarea acestei relaţii: în primul rînd, producţia mijloacelor de muncă este proporţională cu cantitatea mijloacelor de muncă existente — într-un moment dat — în sectorul I.

Să comparăm, de exemplu, două ţări ale căror industrii lucrează în condiţii identice, adică avînd acelaşi coeficient mediu de folosire a utilajului μ, explicat amănunţit mai jos. Prima ţară să aibă însă o industrie de n ori mai mare decît a doua; atunci şi producţia primei ţări va fi de n ori mai mare.

În afară de cantitatea mijloacelor de muncă existente, producţia depinde încă de doi factori: structura industriei (gradul de mecanizare, de automatizare, în ce măsură maşinile sînt de tip modern sau învechit, în ce măsură există între diferitele ramuri o proporţie justă etc. etc.) şi indicele de folosire a utilajului (productivitatea muncii, metode şi procedee moderne de muncă, calificarea muncitorilor, iscusinţa cu care toată industria este condusă etc. etc.). Aceşti factori i-am întrunit într-un singur coeficient μ, care în orice caz este independetn de G, şi l-am considerat în funcţie de timp.

Analog vom pune

$$p^b = \beta\,(t)\,U \tag{2.6}$$

β fiind coeficientul mediu de folosire în sectorul II,

Folosind aceste relații, ajungem la *ecuația noastră de bază*:

$$\dot{G} + \dot{U} = \mu\,(t)\,G + i\,(t) - \alpha^g\,(t)\,G - \alpha^u\,(t)\,U\,. \tag{2.7}$$

Pe lîngă aceasta mai fixăm

$$b = \beta\,(t)\,U + e\,(t)\,. \tag{2.8}$$

Menționăm că coeficienții α, μ și β au dimensiunea 1/an.

În fine, observăm că din cantitățile figurînd în ecuațiile 2.7—2.8: $G, U, \dot{G}, \dot{U}, i, i^g, i^u, b, e$ se pot stabili prin metodele statistice directe, iar $\mu, \alpha^g, \alpha^u, \beta$ se pot stabili prin metodele statistice indirecte, cu ajutorul relațiilor de definiție (2.4; 2.5; 2.6).

3. Pozițiile limită ale curbelor $G(U)$

Presupunînd chiar că μ, i, α sînt funcții cunoscute de timp, ecuațiile de bază (2.7) nu determină în mod univoc decurgerea în timp a mărimilor U, G.

Această circumstanță reflectă doar faptul real că, la planificarea dezvoltării economiei naționale, produsele finale ale sectorului I (adică mijloacele de muncă produse) pot fi repartizate — într-o anumită măsură — arbitrar, între sectoarele I și II.

De aceea, prin această repartizare arbitrară $\frac{dG}{dU}$ de exemplu devine arbitrar, între anumite limite. Atunci și funcția $G(U)$ poate fi aleasă arbitrar. Ceea ce nu este arbitrar ci determinat prin ecuațiile (2.7), este decurgerea în timp a lui G și U. De acest fapt vom face uz în capitolul următor.

Să vedem acum intervalul în care poate să varieze $\frac{dG}{dU}$. Marginea superioară o realizăm dacă toate mijloacele de muncă produse sau importate sînt dirijate către sectorul I, lăsînd sectorului II numai strictul necesar pentru înlocuirea utilajului uzat. Atunci vom avea $dU = 0$.

Marginea inferioară o realizăm procedînd ca mai sus, inversînd însă sectorul I cu sectorul II. Atunci vom avea $dG = 0$.

Ca domeniu admis pentru $\frac{dG}{dU}$, găsim deci

$$\frac{dG}{dU} \geqslant 0\,. \tag{3.1}$$

4. Problema variațională

Pornind de la ecuația de bază (2.7)

$$\dot{G} + \dot{U} = \mu\,(t)\,G + i\,(t) - \alpha^g(t)\,G - \alpha^u(t)\,U$$

cu

$$\mu - \alpha^g = \varkappa$$
$$\alpha_u = \lambda$$

vom avea

$$\frac{d\,(G+U)}{dt} = \varkappa\,(t)\,G - \lambda(t)U + i(t). \tag{4.1}$$

Dacă se adoptă o relație $G = G(U)$, unde $U = U(t)$, atunci (4.1) este o ecuație diferențială ordinară de ordinul 1 pentru U, care în condițiile cunoscute poate fi integrată. Date fiind condițiile inițiale și anume

pentru $t = t_0 : U = U_0, \quad G = G_0 = G\,(U_0),$

noi punem problema:

cum trebuie ales $G(U)$ pentru ca valoarea lui U la momentul $t = t_1 = t_0 + T$, adică U_1, să fie cît mai mare?

Pentru a trata problema mai ușor, facem oarecum o inversare: considerăm pe G și pe t ca funcții de U și ne întrebăm: cum trebuie ales $G(U)$ — cu $G_0 = G\,(U_0)$ și $t_0 = t(U_0)$ — astfel ca t, corespunzînd unei valori fixe $U_1 > U_0$, să fie cît mai mic?

Problema aceasta poate fi pusă sub forma unei probleme variaționale cu condiție suplimentară.

Notînd

$$f(U, G, G', t) = \frac{1 + G'}{\varkappa(t)G - \lambda(t)U + i(t)} \tag{4.2}$$

găsim din (4.1)

$$t' = f(U, G, G', t) \tag{4.3}$$

și variația integralei

$$T = \int_{U_0}^{U_1} f\,(U, G, G', t)\,du \tag{4.4}$$

trebuie să se anuleze.

Cum se va vedea mai jos, nouă nu ne este însă suficientă ecuația (4.8) de tip Euler-Lagrange, ci avem nevoie de expresia pentru variația lui t. De aceea vom calcula aceasta pe o cale directă.

Variind ecuația (4.3), găsim

$$\delta t' = \frac{\partial f}{\partial G}\,\delta G + \frac{\partial f}{\partial G'}\delta G' + \frac{\partial f}{\partial t}\delta t,$$

adică o ecuație diferențială liniară pentru δt

$$\frac{d(\delta t)}{dt} - \frac{\partial f}{\partial t}\delta t = \frac{\partial f}{\partial G}\,\delta G + \frac{\partial f}{\partial G'}\,\delta G'. \tag{4.5}$$

Rezolvarea ei în condițiile noastre inițiale, dă

$$\delta t = \exp\left[\int_{U_0}^{U_1} \frac{\partial f}{\partial t}\,dU\right] \int_{U_0}^{U_1} \exp\left[-\int_{U_0} \frac{\partial f}{\partial t}\,dU\right]\left(\frac{\partial f}{\partial G}\,\delta G + \frac{\partial f}{\partial G'}\delta G'\right)dU. \tag{4.6}$$

Integrînd prin părţi termenul al doilea de sub integrală şi cerînd ca δG să se anuleze în extremităţile intervalului U_0, U_1), rezultă

$$\delta t = \exp\left[\int_{U_0}^{U_1}\frac{\partial f}{\partial t}dU\right]\int_{U_0}^{U_1}\exp\left[-\int\frac{\partial f}{\partial t}dU\right]\left(\frac{\partial f}{\partial G} - \frac{d}{dU}\frac{\partial f}{\partial G'} + \frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial G'}\right)\delta G dU. \qquad (4.7)$$

Ecuaţia pentru extreme ar fi deci

$$E = \frac{\partial f}{\partial G} - \frac{d}{dU}\frac{\partial f}{\partial G'} + \frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial G'} = 0. \qquad (4.8)$$

Însă, calculînd pe E, găsim

$$E = -\frac{\lambda + \varkappa}{[\varkappa G - \lambda U + i]^2} < 0 \qquad (4.9)$$

deci extremele propriu-zise nu există!

Dacă însă variaţia δG o alegem aşa încît să nu-şi schimbe semnul în intervalul (U_0, U_1) — variaţii unilaterale — atunci avem din (4.7)

$$\operatorname{sgn} \delta t = -\operatorname{sgn} \delta G \qquad (4.10)$$

unde

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} +1 \\ 0 \\ -1 \end{cases} \quad \text{dacă } x \gtreqless 0. \qquad (4.11)$$

Din acest rezultat vom putea trage concluzii importante.

5. Curba minimă şi curba optimă

Folosind relaţiile (3.1) şi (4.10) putem găsi curba în planul (G, U) care rezolvă problema noastră variaţională între două puncte fixe (G_0, U_0) şi (G_1, U_1). O vom numi *curba minimă* (fig. 1). Ea constă din două porţiuni, decurgerea lui $G(t)$ şi $U(t)$ comportînd două faze: în prima fază U rămîne constant, $U = U_0$, şi G creşte de la G_0 la G_1; în cea de a doua fază G rămîne constant, $G = G_1$ şi U creşte de la U_0 la U_1.

Demonstraţia: toate curbele admise, adică acelea care trec prin P_0 şi P_1 şi la care $\frac{dG}{dU} \geqslant 0$, pot fi generate de această curbă minimă prin variaţiuni consecutive, la care $\delta G \leqslant 0$. Prin urmare

$$\operatorname{sgn} \delta t = \operatorname{sgn} \delta G \geqslant 0. \qquad (4.10)$$

Deci valoarea lui $T = t_1 - t_0$, corespunzînd funcţiei $G(U)$, conform fig. 1 este cea mai mică dintre valorile posibile (admise) — *q. e. d.*

Cu ajutorul curbelor minime putem rezolva şi problema noastră variaţională, pusă mai sus.

Dintre curbele minime cu punctul fix de pornire (G_0, U_0) *şi cu durata de parcurs fixă* (T), *o alegem pe aceea care dă un* U_1 *maxim. O vom numi curba optimă,* care rezolvă problema noastră de bază.

Pentru aceasta, recurgem la ecuaţia (4.1).

În prima fază avem

$$\dot{G} = \varkappa G - \lambda U_0 + i$$

şi pentru

$$t = 0 \; : G = G_0$$

$$t = \tau \quad \text{(durata primei faze)} : G = G_1$$

$$G_1 = \exp\left[\int_0^{\tau}\varkappa(s)ds\right]\left\{G_0 + \int_0^{\tau}[i(s) - U_0\lambda(s)]\exp\left[-\int_0^{s}\varkappa(z)dz\right]ds\right\}. \qquad (5.1)$$

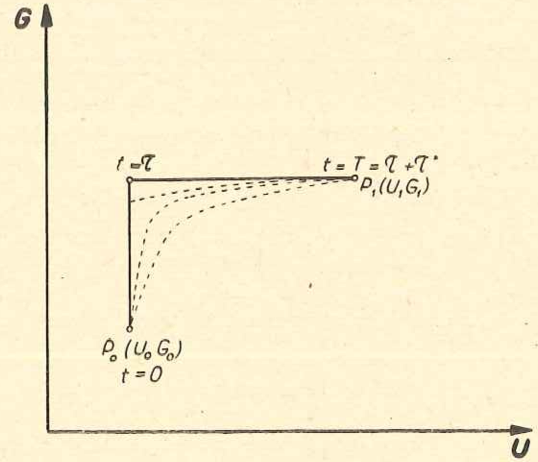

Fig. 1

În faza a doua avem

$$\dot{U} = \varkappa G_1 - \lambda U + i \qquad \text{şi pentru}$$

$$t = \tau \; : U = U_0$$

$$t = T = \tau + \tau^* : U = U_1$$

$$U_1 = \exp\left[-\int_{\tau}^{T}\lambda(s)\,ds\right]\left\{U_0 + \int_{\tau}^{T}[i(s) + G_1\varkappa(s)]\exp\left[\int_{\tau}^{s}\lambda(z)dz\right]ds\right\}. \qquad (5.2)$$

Pentru a găsi curba optimă trebuie să variem ecuaţiile (5.1) şi (5.2), U_0, G_0 şi T rămînînd constante şi făcînd ca τ să varieze. Condiţia va fi ca variaţia lui U_1 să dispară.

Adică dacă punem

$$G_1 = G_1(\tau) \qquad \text{(conf. 5.1)}$$

$$U_1 = U_1(G_1, \tau) \qquad \text{(conf. 5.2) vom avea}$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} + \frac{\partial U_1}{\partial G_1}\frac{dG_1}{d\tau} = 0 \qquad (5.3)$$

şi găsim

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} = -[\varkappa(\tau)G_1 - \lambda(\tau)U_0 + i(\tau)]\exp\left[-\int_{\tau}^{T}\lambda(s)\,ds\right]$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial G_1} = \left\{\int_{\tau}^{T}\varkappa(s)\exp\left[\int_{\tau}^{s}\lambda(z)dz\right]ds\right\}\exp\left[-\int_{\tau}^{T}\lambda(s)ds\right]$$

$$\frac{dG_1}{d\tau} = \varkappa(\tau)G_1 - \lambda(\tau)U_0 + i(\tau).$$

Deci

$$\int_{\tau}^{T} \varkappa(s) \exp\left[\int_{\tau}^{s} \lambda(z)\right] ds = 1. \tag{5.4}$$

Din relaţia aceasta fundamentală găsim pentru τ dat pe T sau invers. Observăm că, pentru τ dat, ecuaţia aceasta întotdeauna are o rădăcină T şi numai una singură.

Remarcabil este că ea nu conţine nici $i(t)$, nici valorile iniţiale ale lui G şi U.

Prin urmare, durata de parcurs a fazei a doua, $\tau^* = T - \tau$, depinde exclusiv de valorile lui $\varkappa$ şi λ în această perioadă, ea fiind independentă de valorile lui U_0 şi G_0.

Dacă presupunem $\varkappa$ şi λ constante, vom avea

$$\tau^* = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right). \tag{5.5}$$

Iar dacă coeficienţii de amortizare sînt mici faţă de coeficientul de folosire a utilajului, găsim

$$\tau^* \approx \frac{1}{\varkappa} \approx \frac{1}{\mu}. \tag{5.6}$$

Aceste formule de aproximaţie se pot folosi pentru o evaluare aproximativă a duratei necesare la faza a doua.

Folosind (5.4), relaţia (5.2) se transformă în

$$U_1 = A\,(U_0 + G_1 + I) \tag{5.7}$$

unde

$$A = \exp\left[-\int_{\tau}^{T} \lambda(z)\,dz\right] \quad \text{şi}$$

$$I = \int_{\tau}^{T} i(s) \exp\left[\int_{\tau}^{s} \lambda(z)dz\right] ds. \tag{5.8}$$

Aceşti coeficienţi nu depind de U_0, G_0, U_1, G_1. Valoarea lor rezultă din (5.8) şi (5.4).

Dacă de exemplu U_0 şi U_1 sînt date, din (5.7) rezultă valoarea lui G_1, care nu depinde deci de valoarea lui G_0. Se înţelege că trebuie să fie $G_1 > G_0$.

De aici rezultă şi o valoare minimă pentru U_1, pentru U_0 şi G_0 dat

$$U_1 \geqslant A\,(U_0 + G_0 + I). \tag{5.9}$$

O relaţie importantă, ce o vom folosi mai tîrziu, o găsim din (5.7):

$$\left(\frac{\partial G_1}{\partial U_0}\right)_{U=\text{const.}} < 0. \tag{5.10}$$

Relaţia (5.7) se transformă pentru $\lambda = 0$ şi $i = 0$, în: $U_1 - U_0 = G_1$. (5.11)

Adică, în faza a doua creşterea lui U este egală cu volumul lui G la începutul fazei. Şi această relaţie de aproximaţie poate servi pentru estimarea duratei la faza a doua.

6. Curbele optime compuse

Curbele optime rezolvă problema „planificării optime" pentru un interval de timp (T) dat, lasă însă deschisă chestiunea după durata cea mai favorabilă chiar acestui interval de timp. De fapt, nouă nu ne ajunge o metodă care să se restrîngă la căutarea şi găsirea unui singur interval optim de timp, ci avem nevoie de un procedeu care să asigure dezvoltarea cît mai rapidă a economiei naţionale „pe durată".

Să alegem un şir de puncte U_0, $U_1 > U_0$, $U_2 > U_1, \ldots$ Să alegem şi o valoare G_0. Pornind de la punctul $P_0(U_0, G_0)$, cu un anumit $t = t_0$, construim curba optimă între verticalele U_0 şi U_1. Astfel ajungem la punctul P_1 (U_1, G_1). De aici repetăm construcţia pentru intervalul U_1U_2 şi aşa mai departe. Prin acest procedeu găsim o curbă în trepte (fig. 2).

Pentru ca această procedură să fie posibilă, trebuie să avem

$$U_n > A\,(U_{n-1} + G_n + I). \tag{6.1}$$

Această condiţie trebuie să fie verificată de către şirul $U_0U_1\ldots$

Curba rezultată, în trepte, o numim *„curba optimă compusă"*; ea asigură în cursul dezvoltării economiei naţionale atingerea în timpul cel mai scurt posibil a stadiilor $U_1U_2, \ldots$etc.

Luînd alte valori ale lui $U_1U_2\ldots$ (punctul P_0 rămînînd fix şi relaţia (6.1) respectată), ajungem la o altă curbă optimă compusă.

Din mulţimea acestor curbe căutăm „optima optimarum", adică acea curbă ce asigură lui U creşterea cea mai vertiginoasă „pe durată", fără ca să dăm deocamdată o definiţie mai precisă pentru acest criteriu; curba rezultată o vom numi *„curba optimă pe durată"*.

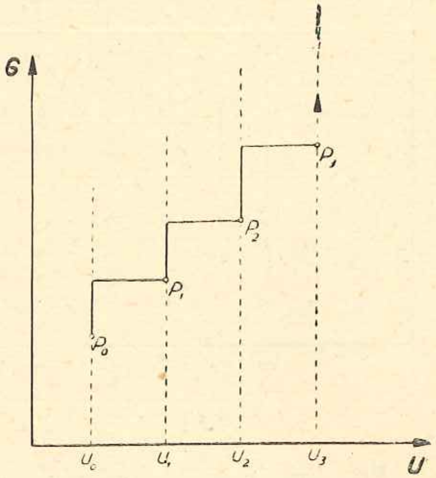

Fig. 2

Să arătăm întîi că pentru orice curbă optimă compusă dată, cu punctele determinante U_0, (G_0), U_1, $U_2, \ldots$ date, putem construi o altă curbă optimă compusă, cu punctele determinante $U_0(G_0)$ U_1' $U_2' \ldots$, care are următoarea proprietate: notînd timpul necesar de a ajunge la valorile $U_1'U_2' \ldots$, în cazul dezvoltării de-a lungul primei curbe, cu $T_1T_2\ldots$, iar în cazul dezvoltării de-a lungul curbei a doua cu $T_1'\,T_2'\ldots$, vom avea

$$T_i' < T_i \qquad (i = 1, 2, \ldots) \tag{6.2}$$

Construim curba a doua în felul următor: luăm $U_i' = U_{ni}$, $i = 1, 2, \ldots$, unde n este un număr natural mai mare decît 1 (pe fig. 3 s-a luat $n = 2$).

Notăm P_i, respectiv P'_i punctele terminale ale fiecărei curbe optime parțiale. Adică P_i, de exemplu are coordonatele $(U_i G_i)$. Atunci P'_i și P_{ni} se află pe aceeași verticală.

Din (5.10) urmează că P'_i se situează deasupra punctului P_{ni}, fiindcă $G'_i > G_{ni}$.

De aici și din faptul că curba a doua reprezintă curba optimă între verticalele U'_i și U'_{i+1}, rezultă că timpul de parcurgere între punctele P'_i și P'_{i+1} este mai mic decît acela dintre punctele P_{ni} și $P_{n(i+1)}$. De aici urmează imediat (6.2).

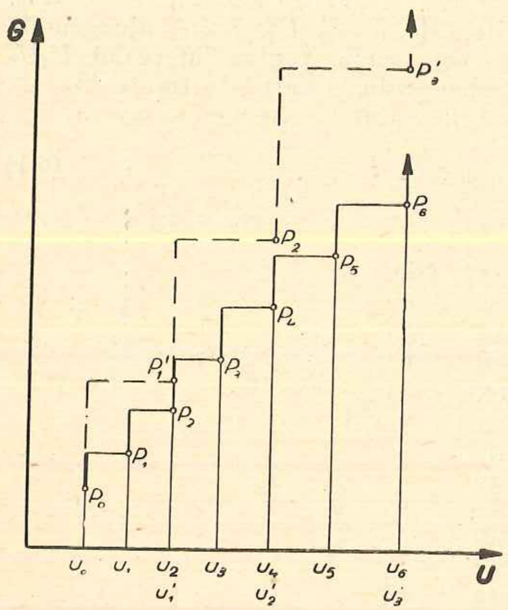

Fig. 3

Prin urmare, curba a doua asigură lui U o creștere mai vertiginoasă decît prima.

Nu trebuie să ascundem faptul că raționamentul de mai sus comportă un mic defect. Și anume, dacă de fapt (6.2) este în vigoare, atunci momentul de timp aparținînd punctului P'_i este anterior momentului de timp aparținînd punctului P_{ni}. Atunci însă aplicarea nemijlocită a relației (5.10) nu este admisibilă, fiindcă coeficienții A și I (5.7) ce se referă la prima curbă nu sînt în mod necesar identici cu cei ce se referă la curba a doua, ei aparținînd altor intervale de timp $\tau \ldots T$. Acești coeficienți sînt sigur identici numai atunci cînd $\varkappa$, λ și i sînt independenți de timp.

Prin urmare și demonstrația noastră este strict valabilă numai pentru acest caz. Practic însă, variația acestor mărimi ($\varkappa$, λ și i) cu timpul este destul de lentă. Pentru ca afirmația noastră de mai sus ($G'_i > G_{ni}$) să-și piardă valabilitatea, ar fi necesară o creștere a lui λ și o descreștere a lui i în timp, mult mai pronunțată decît cele întîlnite în practică.

Putem deci afirma că, în orice caz practic, curba a doua asigură lui U o creștere mai vertiginoasă decît prima. Nu există deci o „curbă optimă pe durată".

Teoria noastră dă însă următoarele indicații pentru alegerea curbei optime compuse, cît mai avantajoase: *pentru a asigura o creștere cît mai vertiginoasă a lui U, trebuie să ajungem la valori cît mai mari ale lui G. Acest lucru îl realizăm prin alegerea unor valori cît mai mari pentru durata primei faze din curbele optime* (unde crește numai G), *iar durata fazei a doua* (unde crește numai U) *se calculează cu ajutorul ecuației* (5.4).

7. Marginile practice

1. Condiția (3.1) care stabilește intervalul admis pentru $\frac{dG}{dU}$, dă marginile teoretice pentru această mărime. Practic însă acestea nu se realizează, nu pot fi atinse din felurite motive de ordin economic.

Notînd

$$\frac{dG}{dU} = N, \tag{7.1}$$

marginile practice nu vor da pentru N niște valori constante, ci acesta va fi o funcție de timp. În orice caz la marginea superioară valorile lui N vor fi cît mai mari, iar la marginea inferioară acestea vor fi cît mai mici.

Folosind (7.1), transcriem ecuația de bază

$$\dot{G} + \dot{U} = \varkappa G - \alpha^u U + i$$

$$\dot{G} = \frac{N}{1+N}(\varkappa G - \alpha^u U + i) \tag{7.2}$$

$$\dot{U} = \frac{1}{1+N}(\varkappa G - \alpha^u U + i)$$

unde N, $\varkappa$, α^u, i sînt funcții date de timp. Curba optimă practică va avea înfățișarea din fig. 4, marginea superioară pentru N fiind finită și cea inferioară fiind mai mare decît zero. Durata fazei 1 trebuie să fie, conform celor spuse în capitolul precedent, cît mai mare, urmează însă să se calculeze durata fazei 2.

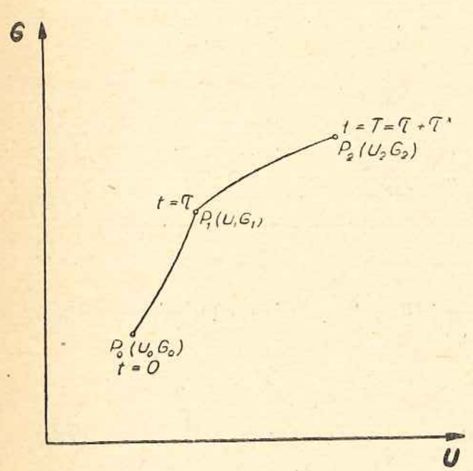

Fig. 4

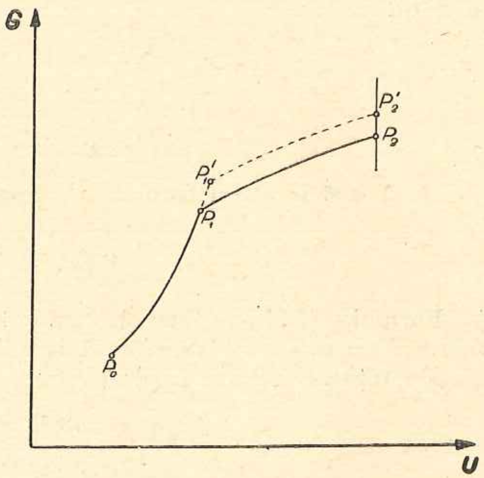

Fig. 5

Pentru a simplifica calculul, vom executa aceasta pentru cazul $N, \varkappa, \alpha^u, i$ const., discutînd cazul cînd acestea variază în timp în capitolul următor.

Faza a doua începe la momentul $t = \tau$ şi valorile mărimilor la acest moment le vom prevedea cu indicele 1. Ea se termină la momentul $T = = \tau + \tau^*$ şi valorile mărimilor la acel moment le vom prevedea cu indicele 2.

Din integrarea (7.2) găsim :

$$U_2 = - \exp\left[- \frac{\alpha^u - \varkappa N}{1+N}(T-\tau)\right]\frac{\varkappa G_1 - \alpha^u U_1 + i}{\alpha^u - \varkappa N} + \frac{\varkappa(G_1 - NU_1) + i}{\alpha^u - \varkappa N}. \tag{7.3}$$

Făcîndu-l pe U_2 să varieze şi lăsîndu-l pe T constant, adică G_1, U_1 (şi τ) variază ; δU_2 se anulează (fig. 5).

Adică

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau} + \frac{\partial U_2}{\partial U_1}\frac{dU_1}{d\tau} + \frac{\partial U_2}{\partial G_1}\frac{dG_1}{d\tau} = 0 \tag{7.4}$$

cu (7.2)

$$\frac{dU_1}{d\tau} + \frac{dG_1}{d\tau} = \varkappa G_1 - \alpha^u U_1 + i.$$

De aici rezultă, după un calcul nu prea lung

$$\exp\left[\frac{\frac{\alpha^u}{\varkappa} - N}{1+N}\varkappa\tau^*\right] = \frac{1 + \frac{\alpha^u}{\varkappa}}{1+N}. \tag{7.5}$$

Cu notaţia

$$\frac{\frac{\alpha^u}{\varkappa} - N}{1+N} = \varepsilon \qquad \text{găsim}$$

$$\exp\left[\varepsilon\varkappa\tau^*\right] = 1 + \varepsilon. \tag{7.6}$$

Dacă $\varepsilon \ll 1$, avem formula de aproximaţie

$$\varkappa\tau^* = 1 - \frac{\varepsilon}{2}. \tag{7.7}$$

Formula (7.6) conţine şi cazul marginilor teoretice. De fapt, dacă punem $N = 0$, ea se transformă în (5.5) !

De reţinut, că din (7.5) reiese

$$\frac{\partial \tau^*}{\partial N} > 0. \tag{7.8}$$

Acest lucru este de altfel evident, fiindcă valoarea lui τ^* din (5.5) — corespunzînd limitei teoretice — este cea minimă posibilă. Acelaşi lucru este valabil şi pentru cazul factorilor — μ, N etc. — variabili.

Pentru stabilirea aproximativă, anticipat, a valorii lui τ^* se pot folosi formulele (5.5), (5.6), (7.6) sau (7.7).

Pentru stabilirea precisă a lui τ^* trebuie să folosim N, $\varkappa$, α^u, i ca funcţii de timp. Trebuie să luăm în considerare însă că aceste funcţii sînt date empiric, cu ajutorul datelor statistice sau cele de plan, anuale. De

aceea, este firesc să folosim calculul cu diferenţe finite ; acest lucru îl facem în punctul următor.

2. Ca date statistice primare considerăm (vezi pct. 2)

$$G_n \; U_n \; P_n^g \; P_n^u \; i_n^g \; i_n^u \; a_n^g \; a_n^u,$$

unde indicele inferior se referă la anul (respectiv la începutul anului) în care mărimea respectivă are valoarea dată.

Acestea trebuie să verifice relaţiile de bază

$$\begin{aligned} G_{n+1} &= G_n + p_n^g + i_n^g - a_n^g \\ U_{n+1} &= U_n + p_n^u + i_n^u - a_n^u. \end{aligned} \tag{7.9}$$

Din cele primare, deducem datele statistice secundare

$$\begin{aligned} p_n &= p_n^g + p_n^u \\ i_n &= i_n^g + i_n^u \\ \mu_n &= \frac{p_n}{G_n} \\ \alpha_n^g &= \frac{a_n^g}{G_n} \\ \alpha_n^u &= \frac{a_n^u}{U_n} \\ \varkappa_n &= \mu_n - \alpha_n^g \\ N_n &= \frac{G_{n+1} - G_n}{U_{n+1} - U} \end{aligned} \tag{7.10}$$

şi folosind notaţia

$$P_n = \varkappa_n G_n - \alpha_n^u U_n + i_n, \tag{7.11}$$

transcriem ecuaţiile de bază

$$G_{n+1} = G_n + \frac{N_n}{1 + N_n} P_n$$

$$U_{n+1} = U_n + \frac{1}{1 + N_n} P_n. \tag{7.12}$$

Să construim acum o curbă optimă. Presupunem că faza 1 s-a realizat cu un N oarecare, bineînţeles cît mai mare. S-a hotărît că faza 2 începe cu anul k. De aici începînd, se realizează un N cît mai mic. Urmează să se stabilească durata fazei 2, adică τ^*.

În acest scop, variem curba de dezvoltare începînd de la anul k. Variaţia o executăm în felul următor (fig. 6) : în anul k ducem pe G şi pe U mai departe, ca şi în faza 1. Abia cu anul $k + 1$ începem faza 2 la curba variată.[1] Astfel alegem pentru anul $k : N'_k \sim N_{n-1}$, iar pentru cei următori

$$N'_{k+r} = N_{k+r-1} \qquad r = 1, 2, \ldots \tag{7.13}$$

---

[1] Valorile referitoare la dezvoltarea variată le deosebim prin virgulă (').

Valorile lui μ, α şi i nu le facem să varieze, adică de exemplu $\mu'_m = \mu_m$. Cu aceste date putem calcula, din an în an, pe baza ecuaţiilor (7.12), pe lîngă fiecare U_m realizat şi pe corespunzătorul U'_m, variat.

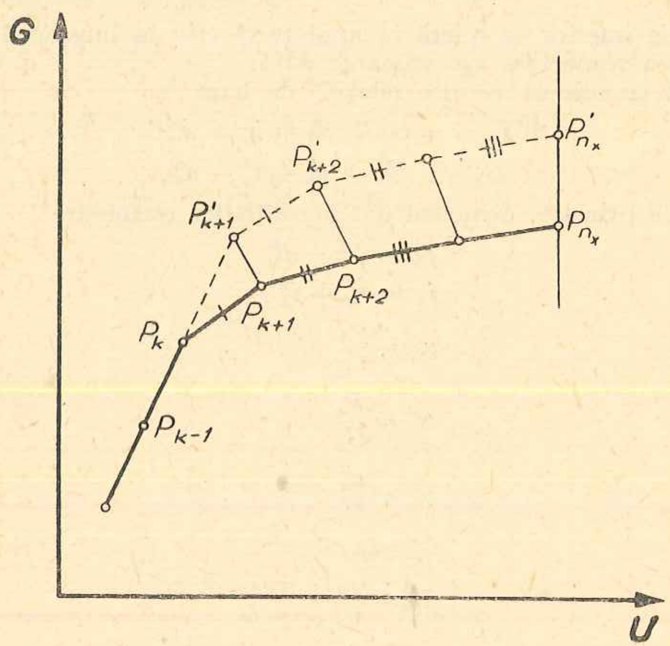

Fig. 6

La început vom avea

$$U'_m < U_m \qquad (m = k,\ k+1, \ldots)$$

însă de la un anumit an n începînd, vom găsi :

$$U'_n > U_n.$$

Atunci cu anul $n-1$ ar trebui să se termine faza 2 şi să se înceapă cu anul n faza 1 a perioadei următoare.

Adică notînd cu n_x ultimul an al fazei 2, acesta se calculează din condiţia

$$U'_n \lesseqgtr U_n \longrightarrow n \lesseqgtr n_x. \qquad (7.14)$$

3. Pentru ilustrarea celor expuse la punctul precedent, am calculat un exemplu numeric redat în tabelul alăturat.

Menţionăm că în partea I a tabelului („mărimile primare") sînt trecute nişte cifre arbitrare, închipuite. Am căutat totuşi la alegerea lor, nefiind în posesia unor cifre reale, ca ele să fie cel puţin verosimile. Se înţelege că ele verifică relaţiile (7.9).

TABEL

Calculul duratei fazei a doua

Faza		I. Mărimile primare										II. Mărimile secundare					III. Mărimile variate			
	n	G	U	p^g	p^u	p	i^g	i^u	i	a^g	a^u	μ	α^g	K	α^u	N	N'	G'	U'	p'
I	1	6,70	3,40	1,55	0,45	2,00	0,20	0	0,20	0,34	0,17	0,30	0,05	0,25	0,05	5,40	—	—	—	—
	2	8,15	3,67	2,08	0,52	2,60	0,20	0	0,20	0,42	0,19	0,32	0,05	0,27	0,05	5,55	—	—	—	—
	3	10,00	4,00	2,40	0,60	3,00	0,20	0	0,20	0,50	0,20	0,30	0,05	0,25	0,05	5,25	—	—	—	—
	4	12,10	4,40	3,07	0,68	3,75	0,20	0	0,20	0,61	0,22	0,31	0,05	0,26	0,05	4,75	—	—	—	—
	5	14,76	4,86	3,55	0,73	4,28	0,20	0	0,20	0,74	0,24	0,29	0,05	0,24	0,05	6,75	—	—	—	—
II	6	18,07	5,35	2,53	2,54	5,07	0,10	0,10	0,20	0,90	0,27	0,28	0,05	0,23	0,05	0,74	6,00	18,07	5,35	4,08
	7	19,80	7,72	1,66	4,28	5,94	0	0,20	0,20	0,99	0,39	0,30	0,05	0,25	0,05	0,164	0,74	21,57	5,93	5,30
	8	20,47	11,81	1,59	4,76	6,35	0	0,20	0,20	1,02	0,59	0,31	0,05	0,26	0,05	0,108	0,164	23,82	8,98	5,95
	9	20,94	16,18	1,57	4,71	6,28	0	0,20	0,20	1,05	0,81	0,30	0,05	0,25	0,05	0,127	0,108	24,66	14,10	6,01
	10	21,46	20,29	1,55	4,90	6,45	0	0,20	0,20	1,07	1,01	0,30	0,05	0,25	0,05	0,117	0,127	25,25	19,54	5,54
I	11	21,94	24,38	[(1,64)	(4,93)	6,57	(0)	(0,20)	0,20	1,10	1,22	0,29	0,05	0,24	0,05	—	(0,117)	25,86	24,37]	—
	12																			

Cifrele din partea a II-a a tabelului („mărimile secundare") sînt calculate cu ajutorul formulelor (7.10).

„Mărimile variate" din partea a III-a a tabelului reprezintă variația descrisă în capitolul precedent. Valorile N' s-au stabilit conform prescripțiilor date mai sus, G' și U' au fost calculate pe baza relației (7.12) iar P' conform (7.11).

După cum reiese din succesiunea valorilor pentru p^g, p^u, respectiv G^g, G^u, respectiv N, faza 1 — al cărei început bine înțeles nu este fixat în tabel — se termină în anul 5, și cu anul 6 începe faza a doua. De aceea, calculele în partea a III-a a tabelului încep tot cu acest an.

Vedem că U' întrece valoarea lui U cu anul 12, de aceea cu anul 11 trebuie să terminăm faza 2 și să începem noua fază 1.

Din acest motiv cifrele puse în paranteză trebuiesc preschimbate în sensul fazei noi.

După tabel, durata fazei 2 este de 5 ani. Pentru comparație am calculat τ^* și după formulele de aproximație anterioare.

Luăm, în acest scop, următoarele valori medii

$$\mu = 0{,}24 \qquad \alpha^g = \alpha^u = 0{,}04 \qquad N = 0{,}2.$$

Atunci rezultă

$$\begin{aligned} (5.6):&\quad \tau^* = 5\\ (5.5):&\quad \tau^* = 4{,}5\\ (7.6):&\quad \tau^* = 5\,. \end{aligned}$$

Observăm că pentru μ și α am ales valori mai mici decît mediile lor după tabel. Aici am luat în considerare faptul că în cazul tabelului s-a calculat cu diferențe finite, iar formulele de aproximație de mai sus se referă la variații infinitesimale. Se vede în orice caz că formulele (5.6) și (7.6) se pot folosi bine pentru prima apreciere a duratei fazei a doua la curbele optime.

De asemenea putem să verificăm și formula (5.11). Creșterea lui U în faza a doua este : 24,38 — 5,35 = 19,03, iar valoarea lui G la începutul acestei faze este 18,07, ceea ce înseamnă o aproximație destul de bună.

8. Primatul sectorului I

Pentru a evita anumite confuzii, trebuie să atragem atenția asupra unui fapt important. În cercetările noastre am considerat mărimile μ (și β), ce exprimă gradul de folosire a utilajului existent, ca niște funcții date (statistic). Acestea, bineînțeles că nu au valori date dinainte, ci ele oglindesc rezultatul sforțărilor celor ce muncesc, deci aceste funcții putem să le facem să varieze într-o anumită măsură.

Evident, este de dorit ca μ și β să fie cît mai mari, utilajul existent să fie folosit la maximum.

Sînt însă cazuri cînd μ și β nu pot fi mărite concomitent sau nu pot fi mărite în aceeași măsură, ci mărimea uneia implică frînarea creșterii celeilalte. De exemplu : un stoc limitat de anumite materii prime, care este necesitat de ambele sectoare, un fond limitat de forțe de muncă etc.

Atunci se pune problema : cărui sector trebuie să-i acordăm preferință : să intensificăm producția în sectorul I (adică să mărim pe μ) sau să intensificăm producția în sectorul II (adică să mărim pe β)? Pe care sector trebuie să punem un accent mai mare?

S-ar putea crede că aceasta depinde de faza de dezvoltare în care ne găsim; adică în prima fază a curbei optime ar avea prioritate sectorul I, iar în faza a doua — sectorul II.

Să cercetăm deci următoarea problemă: fie dată o curbă de dezvoltare oarecare $G = G(U)$. Ecuațiile de bază sînt

$$\begin{aligned} \dot G + \dot U &= \varkappa(t)G - \lambda(t)\,U + i(t)\\ b &= \beta(t)U + e(t). \end{aligned} \tag{8.1}$$

Să se prezinte o situație, în care $\varkappa$ și β sînt legați prin relația

$$\frac{d\varkappa}{d\beta} < 0 \qquad \text{în intervalul } t_0 \ldots t_1. \tag{8.2}$$

Să cercetăm variația dezvoltării în intervalul de timp $t_0 \ldots T$, dacă variem pe $\varkappa$ (și pe β, bineînțeles). Și anume vom calcula variația δT, la condiția suplimentară

$$\delta b = 0. \tag{8.3}$$

În intervalul $t_0 \ldots T$ vom alege

$$\delta\varkappa > 0 \quad \text{și} \quad \delta\beta < 0. \tag{8.4}$$

Din (8.3) și (8.1) rezultă

$$\delta U = -\frac{b}{\beta^2}\,\delta\beta\,.$$

Prima ecuație (8.1) o scriem formal

$$T = \int_{U_0}^{U_1} \frac{1 + \dfrac{dG}{dU}}{\varkappa G - \lambda U + i}\, dU\,. \tag{8.5}$$

De aici găsim

$$\delta T = -\int_{U_0}^{U_1} \frac{1 + \dfrac{dG}{dU}}{(\varkappa G - \lambda U + i)^2}\, G\,\delta\varkappa\,.\,dU - \left(\frac{1 + \dfrac{dG}{dU}}{\varkappa G - \lambda U + i}\,\frac{b}{\beta^2}\,\delta\beta\right)_{\substack{t = T\\ U = U_1\\ \text{etc.}}} \tag{8.6}$$

Să cercetăm acum semnul lui δT, pentru diferite valori ale lui T.

Dacă $T - t_0$ este suficient de mic, valoarea integralei din membrul II devine oricît de mică. Semnul lui δT este determinat atunci prin semnul termenului al doilea : avînd $\delta\beta > 0$, găsim $\delta T > 0$.

Pe de altă parte, dacă T crește, membrul II va deveni negativ. De fapt, dacă $T > t_1$, atunci $\delta\beta = 0$ și valoarea integralei fiind pozitivă, găsim $\delta T < 0$.

Există deci un $t' \leqslant t_1$ pentru care

$$\delta T < 0, \qquad \text{dacă } T > t'. \tag{8.7}$$

Cu alte cuvinte, alegînd T suficient de mare — planificare „pe durată" — ajungem la acelaşi b (aceeaşi bogăţie de bunuri de consum) într-un timp mai scurt atunci, dacă alegem $\delta\varkappa > 0$.

Această teoremă exprimă primatul sectorului I în privinţa „intensificării producţiei".

9. Alte criterii de comparaţie

S-ar putea obiecţiona alegerea criteriului nostru de pornire, adică de a atinge un U cît mai mare la sfîrşitul unei perioade date T.

a) S-ar putea cere o curbă de dezvoltare care să asigure cel mai mare U în fiecare moment. Ori, este uşor de văzut că o astfel de curbă nu există. De fapt, să presupunem că ar exista o astfel de curbă. Fie P un punct al acestei curbe (t, G, U). Să presupunem că în punctul $P: \dfrac{dG}{dU} > 0$; putem să alegem un astfel de punct, fiindcă curbele unde $G = \text{const.}$ în intregul interval, desigur nu sînt cele optime.

Pornim din punctul P cu o altă curbă, care însă are $\dfrac{dG}{dU} = 0$. Atunci vom avea în vecinătatea lui P, la prima curbă

$$dU = -\,dG + (\mu G + i - \alpha^g G - \alpha^u U)\,dt. \qquad (9.1)$$

iar la curba a doua $(dG = 0)$

$$d^*U = (\mu G + i - \alpha^g G - \alpha^u U)\,dt\,. \qquad (9.2)$$

Deci $d^*U > dU$, contrar ipotezei făcute.

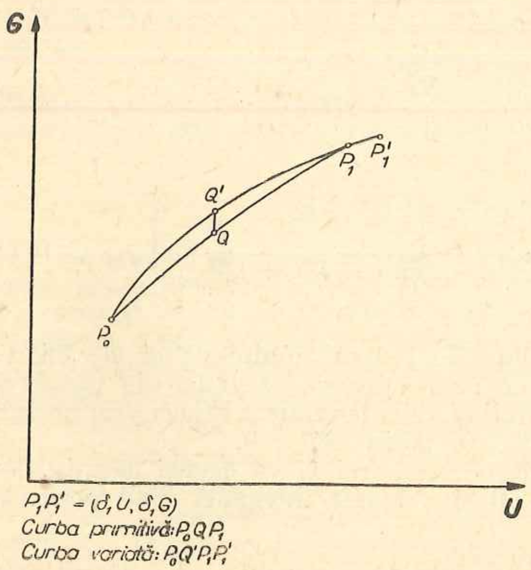

Fig. 7

b) S-ar putea cere şi alt criteriu; în loc să fie U un maxim, cantitatea totală a bunurilor de consum, repartizate în decursul întregei perioade T, să fie maximă.

Executăm calculul pentru $\varkappa$, λ, i, β constant. Cantitatea bunurilor de consum produse în perioada T este proporţională cu

$$B = \int_0^{\tau} U dt. \qquad (9.4)$$

Avem din ecuaţia de bază (3.1)

$$T = \int_{U_0}^{U_1} \frac{1 + G'}{\varkappa G - \lambda U + i}\, dU \quad \text{şi}$$

$$B = \int_{U_0}^{U_1} \frac{1 + G'}{\varkappa G - \lambda U + i}\, U dU.$$

Cerem ca T să fie minim pentru B constant. Curba variată va fi conform fig. 7.

Calculăm variaţia lui T şi B:

$$\delta T = -\int_{U_0}^{U_1} \frac{\varkappa}{(\varkappa G - \lambda U + i)^2}\, \delta G . dU + \frac{\delta_1 G + \delta_1 U}{\varkappa G_1 - \lambda U_1 + i}$$

$$\delta B = -\int_{U_0}^{U_1} \frac{\varkappa U}{(\varkappa G - \lambda U + i)^2}\, \delta G . dU + U_1 \frac{\delta_1 G + \delta_1 U}{\varkappa G_1 - \lambda U + i} = 0.$$

De aici găsim

$$\frac{\delta_1 G + \delta_1 U}{\varkappa G_1 - \lambda U_1 + i} = \frac{1}{U_1} \int_{U_0}^{U_1} \frac{\varkappa U}{(\varkappa G - \lambda U + i)^2}\, \delta G . dU.$$

Deci

$$\delta T = -\int_{U_0}^{U_1} \frac{\varkappa}{(\varkappa G - \lambda U + i)^2} \left(1 - \frac{U}{U_1}\right) \delta G . dU.$$

Deoarece $U \leqslant U_1$, avem pentru un δG care nu-şi schimbă semnul

$$\operatorname{sgn} \delta T = -\operatorname{sgn} \delta G,$$

adică aceeaşi relaţie găsită la condiţia veche $U = \text{const}$. Astfel şi curba rezolvantă este o curbă optimă, de tip cunoscut.

Pentru calculul duratei celei de a doua faze, repetînd variaţia arătată în capitolul 5, găsim (în locul lui 5.5)

$$\exp[-\lambda\tau^*] - 1 + \frac{\varkappa}{\varkappa + \lambda} \lambda\tau^* = 0 \quad \text{sau} \qquad (9.5)$$

$$\frac{1 - \exp[-\lambda\tau^*]}{\lambda\tau^*} = \frac{\varkappa}{\varkappa + \lambda}\,.$$

Pentru $\lambda\tau^* \ll 1$ aflăm

$$(\varkappa + \lambda)\tau^* = 2, \qquad (9.6)$$

adică dublul valorii din (5.6).

10. Curbele optime în nomenclatura clasică

În lucrarea de faţă s-au folosit oarecum alte noţiuni decît în Economia politică marxist-leninistă. În loc de a lucra cu valori în sensul acesteia, s-a lucrat cu cantităţile fizice ale produselor.

Motivele care au determinat adoptarea acestei metode au fost pur practice, se poate însă arăta uşor că pe baza noţiunilor din Economia politică marxistă se ajunge la aceleaşi rezultate.

Notăm cu

C^g — fondurile de producţie circulante şi fondul de amortisment (capitalul constant) din sectorul I,

C^u — fondurile de producţie circulante şi fondul de amortisment (capitalul constant) din sectorul II,
V — fondul de salarii (capitalul variabil) din sectorul I,
P — venitul net (plusvaloarea) din sectorul I.

Se ştie că la reproducţia lărgită

$$V + P - C^u$$

serveşte pentru mărirea fondurilor de producţie fixe şi circulante. Adică o cotă-parte va apare în noul ciclu ca mărirea lui C^g şi C^u, restul servind pentru mărirea fondurilor fixe.

Putem deci scrie

$$\frac{d(C^g + C^u)}{dn} = a\,(V + P - C^u) \qquad a < 1 \tag{10.1}$$

unde n este numărul de cicluri. Dacă cantităţile folosite sînt cele anuale, atunci n exprimă timpul (în ani).

Introducînd

$s = \frac{C^g}{V}$ structura organică a fondurilor în sectorul I şi

$r = \frac{P}{V}$ rata venitului net în sectorul I

şi folosind coeficientul global

$$k = a\frac{1+r}{s},$$

găsim

$$\frac{d(C^g + C^u)}{dn} = kC^g - aC^u, \tag{10.2}$$

ceea ce corespunde exact cu ecuaţia de bază (3.1) !

Deci şi rezultatele (curba optimă, dezvoltare în trepte) vor fi aceleaşi.

Pentru durata fazei a doua găsim (cu k şi a constante)

$$\tau^* = \frac{1}{a}\ln\left(1 + \frac{s}{1+r}\right). \tag{10.3}$$

Ca exemplu numeric, să luăm

$$s = 5, \quad r = 1, \quad a = 0{,}3\,;$$

găsim

$$\tau^* = 4{,}2$$

ceea ce corespunde în mod satisfăcător cu exemplele numerice de la punctul 7.3.

Incheiere

Prin cercetările prezentate am găsit o metodă indicînd principiile unei politici de investiţii, care poate să asigure unele condiţii importante pentru o creştere cît mai rapidă a economiei naţionale a unei ţări socialiste.

La folosirea acestei metode este necesar să se cerceteze influenţa unor factori care pot îngrădi domeniul ei de aplicabilitate, de asemenea să se analizeze mai amănunţit — din punct de vedere al Economiei politice — unele noţiuni folosite în lucrarea prezentă.

Avem intenţia de a efectua aceste analize într-o lucrare ulterioară, în care vom prezenta totodată rezultatele comunicate aici într-o formă mai accesibilă nematematicienilor.

Academia R.P.R. — Filiala Cluj
Institutul de calcul

Методы математического анализа в социалистическом планировании

(Краткое содержание)

Исследуется оптимальное распределение средств труда между двумя большими секторами народного хозяйства социалистической страны: сектором I (производящий средств производства) и сектором II (производящий средств потребления). При этом метод считается оптимальным, если он обеспечивает возможно быстрый рост сектора II, который в свою очередь предназначен для удовлетворения потребностей населения.

Исследование ведётся с помощью вариационного исчисления. Указывается, что решение задачи для некоторого известного периода времени задано так называемыми оптимальными кривыми, имеющие две фазы: в первой фазе преимущественно развивается сектор I, а во второй — сектор II. Указывается метод вычисления длительности второй фазы. Методом „сложных оптимальных кривых" показано, что, относительно длительности первой фазы, существует указание на то, что она должна быть насколько возможно большей.

Дан и один численный пример. Наконец, показано, что, воспользовавшись обычными понятиями марксистской экономией, приходим к таким же результатам.

Les méthodes de l'analyse mathématique dans la planification socialiste

(Résumé)

On étudie la répartition optima des moyens de travail produits, entre les deux grands secteurs de l'économie nationale d'un pays socialiste : le I^{er} secteur (produisant des moyens de production) et le II^{e} secteur (produisant des denrées destinées à la consommation). On estime que la méthode d répartition optima est la méthode qui assure un accroissement aussi rapide que possible du II^{e} secteur, lequel est destiné à satisfaire les nécessités de la population.

L'étude se fait à l'aide du calcul variationnel. On indique comme solution du problème, pour une période donnée, les dites ,,courbes optima'', qui ont deux phases : pendant la première phase se développe en particulier le I^{er} secteur, tandis que dans la seconde phase se développe le II^{e}secteur. On montre, au moyen de la méthode des ,,courbes optima composées'', qu'il est indiqué que la durée de la première phase soit aussi longue que possible.

On calcule aussi un exemple numérique. On montre enfin qu'au moyen des notions usuelles de l'economie politique marxiste, on aboutit aux mêmes résultats.

ERATA

Pag.	*Rîndul*	*În loc de*	*Se va citi*
211	11 de sus	$k < n$	$k \leqslant n$
221	19 ,, ,,	e^{a}	e^{ax}
223	5 ,, ,,	$x < x_0$	$x > x_0$
224	3 de jos	$R\ (\gamma)$	$R\ (\beta)$
258	12 ,, ,,	figura 30	figura 27
259	,, ,,	$\gamma + \pi > \sigma$	$\gamma + \pi > \delta$
263	10 de sus	$\frac{B(1+b^2)}{A(1+a^2)}$	$-\frac{B(1+b^2)}{A(1+a^2)}$
270	15 de jos	dz	dx
315	8 ,, ,,	față de ea,	fața de $\mathcal{F}_n$, ea
347	1 ,, ,,	k	$r+1$
347	1 ,, ,,	i	j
347	1 ,, ,,	$\sum_{r=0}^{n-r-1}$	$\sum_{j=0}^{n-r-1}$
347	1 ,, ,,	$f^{(j)}(b)$	$f^{(r)}(b)$

Studii și cercetări de matematică, nr. 3-4, 1957 I. P. Cluj 4227/1959

Intreprinderea Poligrafică — Cluj 1327/1958.