

STUDIUL COMPARATORULUI DE LA OBSERVATORUL  
ASTRONOMIC DIN CLUJ

DE

ELVIRA BOTEZ  
(Cluj)

*Lucrare prezentată pentru obținerea titlului de candidat în științele fizico-matematice în  
ședința consiliului științific al Observatoarelor din R.P.R. din 21 august 1957, București*

INTRODUCERE

În această lucrare am întreprins un studiu asupra comparatorului (dispozitivului stereo și blink) de la Observatorul astronomic din Cluj, pentru a putea stabili eficacitatea lui în anumite domenii de cercetare.

Stereocomparatorul este o perfecționare a stereoscopului în vederea comparării clișeelor stelare, realizată de C. P u l f r i c h . La dispozitivele anterioare, compararea stereoscopică a clișeelor stelare nu a dat rezultate deoarece distanța ochiului la imaginea stereoscopică este prea mare și în consecință, posibilitatea capacitatei de distincție în profunzime este prea mică pentru a seiza efectele stereoscopice.

Stereocomparatorul este utilizat și în alte domenii în afara astronomiei, de exemplu în fotogrametrie și mai recent în științele medicale. În astronomie a fost utilizat pentru determinarea mișcărilor proprii relative, însă anumite dificultăți ale măsurărilor stereoscopice au determinat pe astronomi să utilizeze stereocomparatorul numai pentru descoperirea mișcărilor proprii mari, nu și pentru măsurarea lor exactă. Stereocomparatorul a fost înlocuit astfel cu comparatorul blink, care a fost utilizat în aceleași scopuri.

Reabilitarea stereocomparatorului în privința măsurărilor stereoscopice de mișcări proprii a fost încercată de J. R ö s c h [24] prin unele modificări și artificii, lărgind în același timp domeniul măsurărilor de acest gen.

Cu ajutorul comparatorului blink am descoperit și determinat mișcările proprii a 57 stele. În țara noastră pînă în prezent nu s-au efectuat lucrări referitoare la determinări de mișcări proprii relative. Există o singură lucrare [25] care cuprinde determinări de mișcări proprii, însă nu pe cale fotografică.

### 1. Stereocomparatorul

**§1. Vederea stereoscopică.** Utilizarea simultană a doi ochi ne furnizează date precise asupra distanțelor și datorită ei putem percepe a treia dimensiune.

Să considerăm (fig. 1) în perspectivă centrele optice ale ochilor fie  $O_1 O_2 = b$ , baza vederii. Dacă în A avem un obiect, razele vizuale se vor uni în acest punct; unghiul  $O_1 A O_2$  format de cele două raze, se numește paralaxă stereoscopică. Notînd cu  $\tilde{\omega}$  acest unghi, cu  $D$  distanța

de la A la linia  $O_1 O_2$ , avem relația aproximativă :

$$\tilde{\omega} = \frac{b}{D}. \quad (1.1)$$

Putem percepe imaginile din spațiu în trei dimensiuni, cînd punctele care se află la distanțe diferite de observator, dau imagini care cad la distanțe diferite de punctele centrale ale ochilor.

Possibilitatea de a observa diferențele mici ale paralaxelor stereoscopice se numește acuitatea vederii stereoscopice. Pe baza primelor cercetări, Helmholz [27] și alții au admis că acuitatea vederii stereoscopice este egală cu acuitatea vederii monoculare și au evaluat diferența perceptibilă cea mai mică a paralaxelor la mărimi cuprinse între

60–30''. Mai tîrziu s-a arătat că limitele valorii acestei diferențe sunt mult mai mici la unii observatori, cu exercițiu, anume de 10–7'' sau chiar 3''.

Dacă se admite că diferența limită care separă paralaxele stereoscopice este de 10'', atunci pentru baza vederii de 65 mm, se poate calcula după formula (1.1) distanța limită  $d_L$  la care începează posibilitatea vederii stereoscopice. Calculul dă

$$d_L = \frac{b}{\tilde{\omega}} = \frac{0,065}{1.48 \cdot 10^{-7}} = 1350 \text{ m.} \quad (1.2)$$

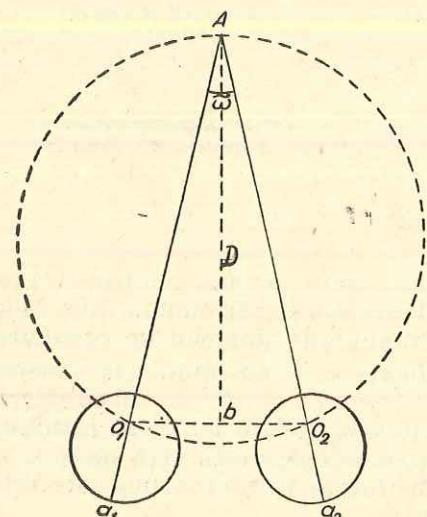


Fig. 1

Această mărime se numește raza vederii stereoscopice; punctele din spațiu care cad la distanțe ce depășesc raza vederii stereoscopice, se prezintă ca așezate în același plan.

**§2. Dispozitive.** Prin dispozitive stereoscopice se largesc posibilitatea observațiilor stereoscopice cu scopul extinderii și la obiectele care nu sunt vizibile stereoscopic cu ochiul liber. Astfel de aparate sunt telestereoscopul lui Helmholtz, microscopul binocular și telemetrul binocular inventat de Groussilier (citat de [21]). Acesta din urmă se bazează pe folosirea unei lunete duble cu distanță dintre obiective mărită, în planul lor focal fiind așezate repere care apar virtual ca proiectate în spațiu. Cu ajutorul acestora se determină atît distanțele cît și dimensiunile obiectelor. Din această categorie face parte și stereocomparatorul, care se deosebește de telemetru prin aceea că observațiile și măsurările nu se fac asupra obiectelor în natură, ci pe fotografii. În locul lunetei duble se utilizează microscopul binocular. Metodele de observație și măsurare de la telemetru se pot aplica și în astronomie.

La telemetru, distanța dintre obiective nu poate fi mărită peste o anumită limită. De această distanță depinde adîncimea spațiului în care se poate vedea stereoscopic și posibilitatea de a distinge reliefurile. La o bază de 1,5 m, adîncimea spațiului este de 8–10 km. Pentru a observa stereoscopic meteori, ne-ar trebui o bază de 20 m. Baza crește enorm dacă am voi să vedem stereoscopic în spațiul interstellar. În aceste cazuri trebuie să aplicăm metoda fotografică, studiind la stereocomparator două clișee fotografice obținute simultan sau la un interval de timp între ele.

Stereocomparatorul are aplicații la diferite probleme. Față de telemetru are avantajul că materialul se poate prelucra în laborator.

Avantajele pe care le prezintă stereocomparatorul sunt următoarele :

— Reprezentarea directă a distribuției spațiale a obiectelor distante, datorită privirii binoculare. Pe lîngă faptul că este prevăzut cu un microscop binocular al cărui cîmp cuprinde numai cîțiva milimetri și care permite măsurarea celor trei coordonate, stereocomparatorul mai este înzestrat cu un stereoscop cu oglinzi care face posibilă dintr-o dată privirea stereoscopică pe toată întinderea celor două clișee;

— Reducerea timpului pentru compararea și măsurarea obiectelor. Metoda stereoscopică este în avantaj față de celealte metode diferențiale, la care diferențele dintre poze apar ca diferențe de mărimi situate în planul clișeului. În vedere stereoscopică, aceleasi diferențe dintre poze aduc ceva cu totul nou : obiectele la care apar diferențe, ies din planul în care sunt situate celealte obiecte sau se fac perceptibile prin perturbarea efectului stereoscopic, prin fenomene de strălucire, putînd fi sezionate fără dificultate ;

— Precizia cu care se determină miciile diferențe este cel puțin egală cu precizia obținută prin metodele diferențiale obișnuite și nu depinde de forma obiectelor.

**§3. Descrierea și mînuirea aparatului.** Stereocomparatorul Zeiss de la Observatorul astronomic din Cluj (microscopul său binocular poartă numărul de ordine 1 650), are dispozitive pentru instalarea clișeelor de dimensiunile 9×12, 16×16 și 13×18 cm, precum și accesoriile necesare.

Instalația generală se vede din figura 2. Clișeele  $C_1$  și  $C_2$  ce urmează să fie comparate, sunt fixate pe un suport oblic, pe discurile respective. Ele se pot roti izolat, se pot deplasa izolat, se pot deplasa împreună în sens orizontal și vertical. De suportul oblic este fixat printr-un braț  $T$  microscopul binocular, așa încât observatorul poate privi nemîșcat prin cele două oculare  $O_1$  și  $O_2$ . Rama discului pe care se instalează clișeul ce urmează să fie studiat, este prevăzută cu o deschidere puțin mai mică decât for-

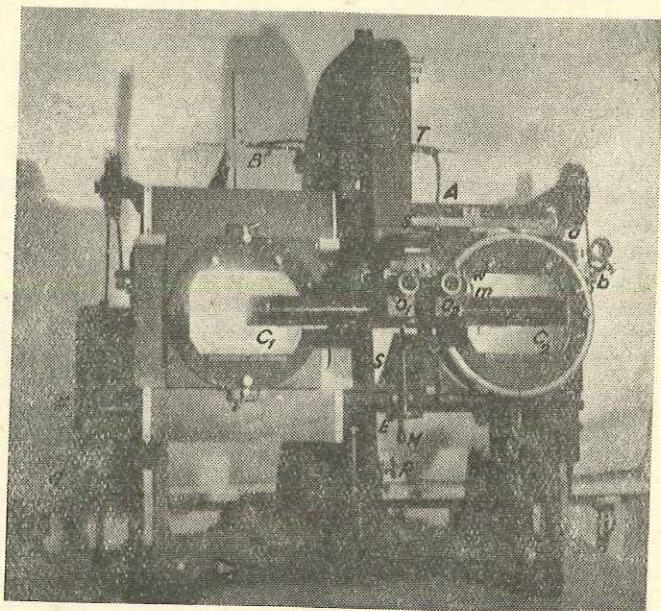


Fig. 2

matul clișeului, iar acesta este încadrat și fixat de patru bare de metal dintre care două fixe și două mobile. Pentru iluminarea clișeelor, în spatele discurilor se află cîte o sticlă mată, care primește și transmite clișeelor de studiat lumina naturală sau lumina artificială a becurilor situate în spatele discurilor și reflectate de oglinzi  $S$ .

Deplasarea clișeelor izolate se face pentru clișeul  $C_1$  cu ajutorul unui dispozitiv glisant în două sensuri perpendiculare dinspre centru în ambele sensuri cu jumătatea laturii clișeului. Discul clișeului  $C_2$  este prevăzut cu un cerc divizat la care se poate citi poziția clișeului cu ajutorul unui indicator  $J$ . Poziția laterală și de înălțime poate fi modificată cu ajutorul șuruburilor  $M$  și  $N$  de mișcare fină și citită la scările de comparație  $a$  și  $b$  prevăzute cu verniere. De asemenea acest disc mai este prevăzut cu un dispozitiv pentru ridicare și coborâre cu cîțiva milimetri în sensul normal la clișeu, pentru ca observatorul să evite diferența eventuală a grosimii clișeului  $C_1$  sau  $C_2$ .

Deplasarea simultană a celor două clișee se face cu ajutorul mînerelor  $H$  și  $V$ . Minerul  $H$  deplasează rama comună  $D$  care poartă clișeele, în sensul orizontal de-a lungul ramei  $E$  cu ajutorul unor roți dințate. Minerul  $V$  prevăzut de asemenea cu roți dințate, deplasează rama  $E$  cu tot ce se află pe ea, în sus și în jos. Greutatea întregului dispozitiv glisant este contrabalanșată de contragreutățile  $G$ . Fiecare poziție a perechii de clișee este citită la scările  $A$  și  $B$  gradate în milimetri.

Stereocomparatorul este prevăzut cu două stereoscoape, dintre care unul — un stereoscop cu oglinzi — este destinat pentru privirea stereoscopică a clișeelor în întreaga lor extensiune, iar celălalt — un microscop binocular — este destinat studiului detaliilor și măsurării propriu-zise.

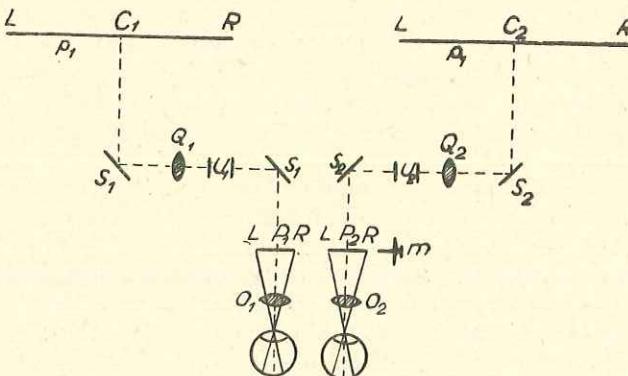


Fig. 3

Cele două dispozitive dau imagini drepte. Schema microscopului binocular reiese din figura 3.

Reglarea ocularelor în raport cu acuitatea vizuală și distanța ochilor se face prin rotirea tubului fiecarui ocular în așa fel încît să vedem cu fiecare ochi cît mai bine reperul din planul cîmpului vizual. Apoi acționînd asupra sulului  $w$  (fig. 2), distanța ocularelor se regleză astfel încît la privirea simultană în oculare să obținem o imagine stereoscopică bună a deschiderii și reperului din cîmpul vizual, fără a obține imagini dedublate.

Microscopul trebuie reglat pentru o claritate maximă a imaginii obiectului. Acest lucru se face prin acționarea asupra șurubului  $S$ . Eventuale inegalități în ceea ce privește claritatea imaginii, se înlătură prin reglarea clișeului  $C_2$ . Reglarea microscopului binocular astfel efectuată, rămîne neschimbătă pentru același observator. Pentru alt observator se regleză numai ocularele, microscopul rămînînd neschimbăt.

Dispozitivul de măsurare constă din șurubul micrometric  $m$ , (fig. 2) care deplasează reperul din ocularul  $O_2$  în sensul liniei de unire a celor două oculare. Șurubul micrometric este destinat numai pentru măsurări diferențiale, adică pentru măsurări de mici deosebiri în adîncime.

Cercetarea stereoscopică sub un singur unghi de poziție nu este suficientă cînd e vorba de mișcări ale imaginilor (paralaxe sau mișcări proprii),

căci în acest caz este vizibilă stereoscopic și măsurabilă numai componenta care se află pe direcția liniei de unire a ocularelor, în timp ce componenta perpendiculară rămîne fără efect din punctul de vedere stereoscopic, producind numai o diferență de înălțime a celor două imagini față de reperele de măsurat, diferență ce poate fi înălțurată printr-o reglare în înălțime a clișeului  $C_2$  cu ajutorul șurubului  $N$ . Dacă rotim fiecare clișeu cu  $90^\circ$ , cele două componente și-au schimbat rolurile și numai componenta a doua, orientată înainte vertical, va apărea stereoscopic.

§ 4. *Reglarea clișeelor.* Se orientează clișeele  $C_1$  și  $C_2$  în raport cu dreapta-stînga, sus și jos; se orientează clișeul  $C_2$  într-un anumit unghi de poziție cu ajutorul cercului divizat, iar clișeul  $C_1$  este adus prin rotație cu aproximativă în același unghi de poziție. Apoi clișeul  $C_1$  se aduce într-o astfel de poziție față de  $C_2$  încât imaginile unuia și aceluiași obiect să fie vizibile în planul cîmpului vizual al ambelor oculare. Pentru reglarea fină se deplasează perechea de clișee astfel ca centrul discului rotativ al clișeului  $C_1$  să fie situat în centrul cîmpului vizual alături de reperul de măsurat. Poziția clișeului  $C_2$  se reglează cu ajutorul șuruburilor de mișcare fină  $M$  și  $N$ , încât imaginea unui punct să obțină exact aceeași poziție față de reper în ocularul  $O_2$  ca în ocularul  $O_1$ . Se aduce clișeul  $C_1$  în același unghi de poziție ca  $C_2$ , obținând astfel în primă aproximativă privirea stereoscopică bună. Acționăm apoi asupra șurubului  $M$  (fig. 2), aducind imaginea la aceeași distanță aparentă ca reperul de măsurat. Reglarea fină definitivă a clișeelor se face prin rotația clișeului  $C_1$  cu ajutorul șurubului  $F$  (fig. 2), fără ca prin aceasta distanța punctului central să fie modificată. În acest scop este suficient să utilizăm o imagine situată la dreapta sau la stînga centrului de rotație și să efectuăm o reglare egală în înălțime, sau să utilizăm o imagine situată deasupra sau sub centrul de rotație, reglind exclusiv pentru o distanță aparentă bună. Deoarece diferențele de adincime sunt mult mai ușor perceptibile decât diferențele de înălțime, vom face uz de primul fel de reglare al clișeului  $C_1$  numai în cazul cînd a doua metodă nu este aplicabilă în lipsa unui al doilea punct fix, adevarat, a cărui distanță să fie cunoscută. În ambele cazuri reglarea trebuie făcută cu precizia corespunzătoare metodei stereoscopice, deci pînă la cîteva milimetru, ceea ce corespunde unui unghi de rotație de cîteva fractiuni de minut.

§ 5. *Măsurări stereoscopice.* Perceperea reliefului degurge din diferențe mici între imaginea retiniană dreaptă și cea stîngă. Luînd două clișee ale aceluiași cîmp stelar, fotografiate la două epoci îndepărtate și suprapunîndu-le stereoscopic, vom vedea imediat apărînd schimbările survenite în pozițiile stelelor, cu alte cuvinte vom putea studia mișcările lor proprii. Să considerăm (fig. 4) [22] două clișee stelare ale aceleiasi regiuni luate la epoci diferite, aşa că de exemplu patru stele  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  să nu aibă deplasări apreciabile, în timp ce steaua  $E$  s-a deplasat puțin. Prin vînd aceste clișee la stereocomparator, vom vedea cele patru stele  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  într-un plan normal la direcția privirii și  $E$  înainte sau înapoi.

Măsurarea stereoscopică propriu-zisă constă în compararea distanței, în spațiu, a punctului de măsurat cu cele ale punctelor de reper fixe. Să ne imaginăm că un reper — o linie verticală — se proiectează

deasupra imaginii drepte a unei stele și un reper asemănător, la același nivel, deasupra imaginii sale stîngi. Dacă cele două reperi au aceeași depărtare ca și imaginile, ele vor fuziona și se va vedea o linie verticală la aceeași distanță cu steaua, în coincidență stereoscopică cu ea. Dacă una dintre imaginile reperelor este mobilă, ea va putea fi adusă în coincidență stereoscopică cu steaua și în acel moment, depărtarea reperelor, cunoscută din lectura unei gradații, va fi egală cu aceea a imaginilor, pe care vrem să o măsurăm. Coincidența stereoscopică, deci egalizarea distanțelor se face cu mare precizie datorită fineței simțului perceperei reliefului și în aceasta rezidă însăși esența măsurărilor stereoscopice.

Avantajul esențial al metodei stereoscopice este că punе la dispoziția observatorului o a treia dimensiune. În mod general, prin intermediul unui artificiu care exprimă prin dimensiunea profunzime un parametru atașat fiecărei stele, simpla examinare a unui clișeu stereoscopic face sensibilă la prima vedere repartitia acestui parametru pe tot cîmpul. Mai mult, dacă dispunem de o serie de reperi fixe, dar eșalonate în profunzime cu cantități cunoscute, se poate, deplasînd clișeul sub aceste reperi, să numărăm stelele pentru care parametrul este cuprins între două valori. Rapiditatea cu care se efectuiază măsurările stereoscopice este indicată pentru lucrările de statistică.

## 2. Comparatorul blink

§ 1. *Descrierea aparatului.* Comparatorul blink a fost imaginat de C. Pulfrich [20] și servește același scopuri în astronomie pe care și le propune și stereocomparatorul. Fiind un dispozitiv de tip monocular, este accesibil și acelor persoane care nu pot vedea stereoscopic.

Figura 5 reprezintă comparatorul blink de la Observatorul astronomic din Cluj. În  $O$  avem ocularul,  $C$  este cercul de poziție destinat măsurărilor de unghuri,  $S_x$  și  $S_y$  sint șuruburile micrometrice destinate măsurărilor diferențiale. Ocularul este prevăzut cu un dispozitiv de înșurubare; cîmpul său cuprinde aproximativ  $1 \text{ cm}^2$ . Citirile la cerul de poziție se fac la indicatoralele  $j$  și  $j'$  ale celor două verniere. În cîmpul vizual al ocularului apar firele reticulare dispuse perpendicular. Unul din cele două sisteme de fire este fix, celălalt mobil. În  $M$  avem motorul care este pus în legătură cu o sursă de curent și cu bobinele instalate la partea inferioară a dispozitivului blink. Cu ajutorul acestei instalații se efectuează automat eclipsarea obiectivelor. În  $R$  avem o rezistență pentru reglare, cu ajutorul căreia se pot varia schimbările de imagini de la 30 la 150 pe minut.

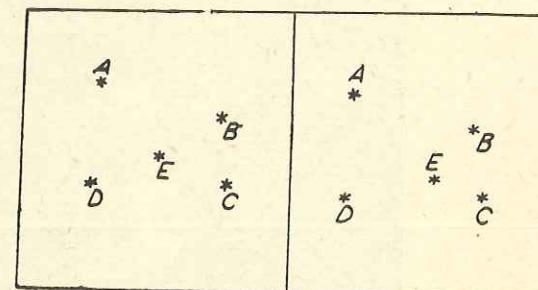


Fig. 4

Principiul aparatului constă în suprapunerea optică în cîmpul același microscop a imaginilor celor două clișee de comparat. Schema și mersul razelor de lumină reies [6] din figura 6 :  $C_1$  și  $C_2$  sunt clișeele de comparat,  $S_1$  și  $S_2$  sunt prisme cu reflexie totală,  $Q_1$  și  $Q_2$  obiectivele,  $s_1$  și  $s_2$  două prisme care alcătuiesc piesa optică centrală ; față dintre cele două prisme este semiargintată ;  $O$  este ocularul,  $B_1 B_2$  reprezintă sche-

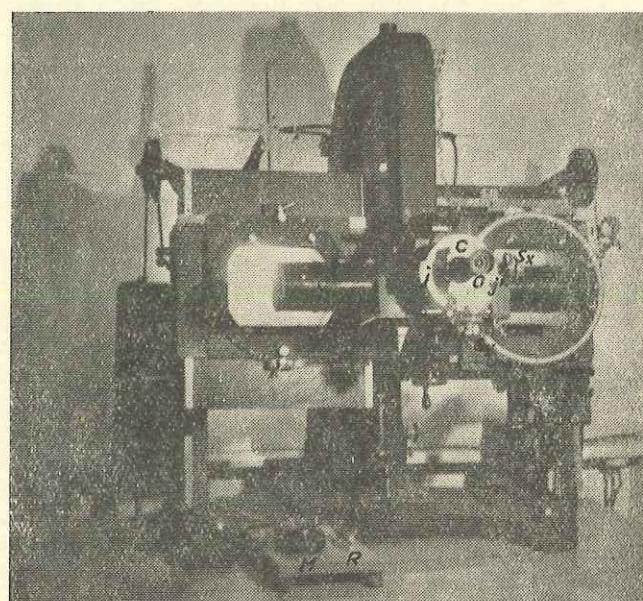


Fig. 5

matic dispozitivul de eclipsare. Datorită acestui dispozitiv se maschează alternativ unul sau celălalt obiectiv.

Fenomenul care atrage atenția observatorului asupra deplasării obiectelor din natură, asupra dispariției sau reapariției lor bruște, apare și în cazul nostru la compararea monococulară a celor două poze, atunci cînd schimbarea imaginilor de pe cele două clișee se face cu rapiditatea corespunzătoare. Diferențele existente între imagini ies mult mai bine în evidență decit la o privire simultană a celor două poze ; în acest caz ne găsim în avantaj față de fenomenele din natură, deoarece apariția și dispariția punctelor luminoase separate poate fi reprodusă ori de câte ori vrem și în orice perioadă dorim.

Studiind la comparatorul blink două clișee fotografice dacă printre stele se află în cîmp una înzestrată cu o mișcare proprie apreciabilă, cele două imagini ale sale nu coincid ; se pare că steaua tremură, ceea ce remarcăm imediat.

§ 2. *Reglarea aparatului.* Se instalează dispozitivul blink la comparator în locul microscopului binocular. Partea optică a dispozitivului, principal, este reglată de constructor. La dispozitivul studiat, am constatat o inegalitate a grosimilor ; ea a fost ameliorată [12] acționînd asupra unuia dintre obiective, care a fost adus prin încercări într-o astfel de poziție încît un pătrat de rețea de 5 mm să se suprapună perfect în ocular.

Orientarea clișeelor de studiat se realizează astfel : se instalează clișeele la comparator. Ocularul se potrivește pentru a vedea cît mai clar firele reticulare. Deplasăm apoi întregul sistem optic cu ajutorul surubului

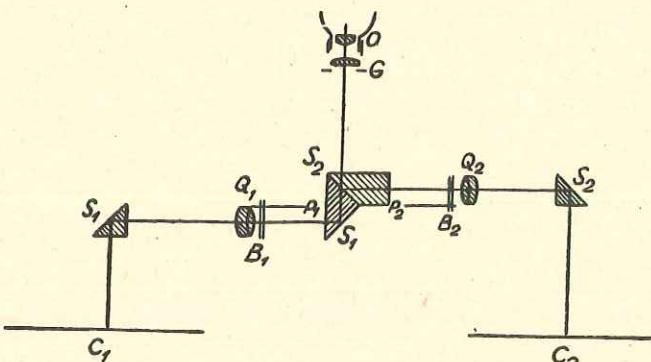


Fig. 6

$S$  pînă obținem claritatea maximă pentru clișeul  $C_1$ . Clișeul  $C_2$  nu se va afla la claritatea maximă ; obținem pentru acesta aceeași claritate, acționînd asupra dispozitivului care permite să-l deplasăm normal la planul său. Pentru a realiza coincidența optică a celor două clișee, căutăm pe clișeul  $C_1$  o stea centrală. Cu ajutorul suruburilor de mișcare fină, deplasînd în sens orizontal și vertical clișeul  $C_2$ , aducem în coincidență cele două imagini ale stelei centrale ; această coincidență poate fi apreciată riguros, manipulînd mecanismul de eclipsare. Pentru a orienta clișeelor în același unghi de poziție, facem să coincidă pe o margine a clișeelor cele două imagini ale aceleiași stele ; vizînd apoi o altă stea pe marginea opusă, rotim clișeul  $C_1$  cu ajutorul surubului de mișcare fină  $F$ , cu jumătatea diferenței dintre cele două imagini pe care le aducem apoi în coincidență cu ajutorul suruburilor de mișcare fină  $M$  și  $N$ . După cîteva manevrări analoage operînd și pe alte stele, reglajul poate fi considerat ca definitiv. La comparatorul blink considerat am constatat în decursul studierii unei perechi de clișee, o deregлare în coincidență optică a clișeelor. Această de-reglare este provocată de următoarele cauze :

— fixarea clișeelor în rame cu ajutorul barelor metalice nu se realizează perfect ;

— instabilitatea aparatului : pe de o parte, în timpul manipulării lui se produc decalaje accidentale, pe de altă parte, datorită — după unii autori [11], [17] — variațiilor de temperatură.

Prin dispozitivul de eclipsare, observatorului i se prezintă succesiv în același ocular, părți din cele două clișee. Pentru aceasta este necesară existența unei prisme, care permite trecerea unei jumătăți din radiatie și care unește razele celor două imagini. Deoarece lumina unei părți străbate stratul semitransparent, nu se poate evita întotdeauna faptul că ambele imagini arată o colorație puțin diferită. Pentru a evita acest fenomen, se aplică filtre colorate fie la ocular, fie la obiective [29].

Stereocomparatorul și comparatorul blink sunt utilizate pentru detectare și măsurare în următoarele ramuri ale astronomiei :

1° Astronomia de poziție pentru :

- descoperirea și măsurarea mișcărilor proprii [7], [23],
- descoperirea și măsurarea paralaxelor sensibile,
- determinarea înălțimii meteorilor [24],
- descoperirea micilor planete,
- măsurarea agitației atmosferice [23].

2° Fotometrie, pentru :

- descoperirea stelelor variabile,
- determinări stereoscopice de strălucire [22],
- măsurări de magnitudini [14].

3° Spectrometrie, pentru :

- determinarea vitezelor radiale ale stelelor [3], [4],
- determinarea diferențelor de viteză radială a dublelor spectroscopice,
- determinarea vitezei de rotație a planetelor [23],
- determinarea lungimilor de undă efective [23].

### 3. Studiul părții mecanice a comparatorului blink

§ 1. Determinarea valorii pasului surubului orizontal și vertical. Am instalat pentru aceasta în rama discului din dreapta aparatului, un clișeu fotografic care avea imprimat rețeaua de 5 mm. Am măsurat în pași de surub distanța dintre două linii consecutive ale rețelei. Procedeul a fost repetat la patru serii de cîte 20 pătrate situate pe aceeași linie și în ambele sensuri, atît pentru surubul orizontal cît și pentru cel vertical. Valoarea în milimetri a pasului surubului rezultă din împărțirea intervalului de 5 mm la numărul de pași cuprins în acest interval. Dăm în tabela 1 valorile individuale ale determinărilor.

Am adoptat pentru pașii suruburilor micrometrice, valorile

$$R_0 = 0,193793,$$

cu erorile medii pătratice

$$\pm 0,000011,$$

eroarea pătratică a unei determinări fiind

$$\pm 0,000102,$$

$$R_0 = 0,193630$$

$$\pm 0,000012,$$

$$\pm 0,000105.$$

O rotație completă a tamburului micrometric fiind divizată în 200 părți, am adoptat ca valoare a unei diviziuni de tambur pentru ambele suruburi micrometrice

$$r = 0,00097 \text{ mm},$$

deci o valoare foarte apropiată de aceea a unui micron.

Tabela 1

Surubul orizontal :			Surubul vertical :		
0.193883	0.193756	0.193884	0.193476	0.193723	0.193530
681	749	633	450	830	719
632	697	573	511	480	664
834	740	749	714	710	659
806	902	719	684	779	559
737	963	768	696	501	583
698	983	852	654	709	667
997	917	871	665	546	703
600	936	723	645	664	714
714	749	913	664	658	500
736	774	908	679	671	744
884	729	736	798	670	526
723	887	768	451	714	731
964	763	823	590	709	571
668	905	740	498	722	845
738	755	722	699	459	815
833	731	714	651	440	724
860	932	934	679	772	465
638	751	636	575	741	491
782	828	703	643	452	566
725	873	957	602	704	693
963	830	768	584	676	542
767	878	720	649	569	665
697	678	848	452	579	653
937	631	778	469	571	696
704	822	813	771	553	674
956	868	461	789		

§ 2. Studiul erorilor de surub și de scară. Erorile de care sunt afectate citirile cu ajutorul suruburilor micrometrice datorită imperfectiunii construcției lor, sunt următoarele :

— erori de formă :  $\Delta X(X, Y_0)$ ,  $\Delta Y(X_0, Y)$ . Acestea sunt erorile progresive și erorile periodice;

— erori de formă :  $\Delta X(X_0, Y)$ ,  $\Delta Y(X, Y_0)$ . Acestea sunt erori de neliniaritate, datorite faptului că axele suruburilor pot fi curbată;

— erori de formă :  $\Delta X(X, Y)$ ;  $\Delta Y(X, Y)$ . Acestea sunt erori datorite faptului că surubul este deformat sau răsuicit la capăt;

— erori datorite devierii de la perpendicularitate a celor două axe.

Scările comparatorului sunt și ele afectate de erori progresive. Scopul pe care l-am urmărit aici este de a reduce măsurările la suruburi ideale și scări ideale eliberate de orice erori.

Erorile periodice au fost deduse prin metoda lui Bessel [5, 2, 8]. În acest procedeu se măsoară cu diferențele părți ale aceluiași pas de surub, un interval fix de  $\frac{1}{2}$  sau  $\frac{1}{4}$  pas, plecind de la zecimalele succeseive 0, 1, 2, ..., 9 ale pasului considerat.

Fie  $u$  citirea unei fractii oarecare a pasului și  $\varphi(u)$  corecția acestei citiri cauzată de eroarea periodică. Admitem că  $\varphi(u)$  este o funcție periodică de  $u$ :

$$\varphi(u) = a \cos u + b \sin u + a_1 \cos 2u + b_1 \sin 2u + \dots$$

și vom determina pe  $a$ ,  $b$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ .

Notăm cu  $u$  și  $u'$  două citiri făcute la începutul și la sfîrșitul intervalului fix măsurat; fie  $f$  valoarea liniară exactă a acestui interval. Avem

$$f = u' + \varphi(u') - u - \varphi(u) = u' - u + a(\cos u' - \cos u) + b(\sin u' - \sin u) + a'(\cos 2u' - \cos 2u) - b'(\sin 2u' - \sin 2u).$$

Constantele fiind mici, putem înlocui în expresia de mai sus pe  $u' - u$  cu  $f$ ; se ia pentru  $f$  media valorilor obținute de-a lungul pasului considerat. Avem

$$u' - u - f = 2a \sin \frac{1}{2}f \sin\left(u + \frac{1}{2}f\right) - 2b \sin \frac{1}{2}f \cos\left(u + \frac{1}{2}f\right) + 2a_1 \sin f \sin(2u + f) - 2b_1 \sin f \cos(2u + f) + \dots$$

Cum valorile lui  $u$  cresc în progresie aritmetică de la 0 la  $2\pi$  ecuațiile normale se reduc la

$$10a \sin \frac{1}{2}f = \sum (u' - u - f) \sin\left(u + \frac{1}{2}f\right),$$

$$10b \sin \frac{1}{2}f = - \sum (u' - u - f) \cos\left(u + \frac{1}{2}f\right),$$

$$10a_1 \sin \frac{1}{2}f = \sum (u' - u - f) \sin(2u + f),$$

$$10b_1 \sin \frac{1}{2}f = - \sum (u' - u - f) \cos(2u + f).$$

Printr-o schimbare de argument se pot simplifica aceste formule, reducindu-se la un singur termen. Pentru ca expresia

$$a \cos u + b \sin u$$

să fie identică cu

$$x \cos(u - \psi)$$

este necesar și suficient ca

$$x \cos \psi = a,$$

$$x \sin \psi = b,$$

unde

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a}, \quad x = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

La efectuarea măsurărilor în vederea determinării erorilor periodice a fost utilizată o placă de sticlă pe care s-au traseat linii paralele la interval de  $\frac{1}{2}$  respectiv  $\frac{1}{4}$  pas. S-au efectuat măsurări pentru următorii pași: 9, 19, 39, 49, 59 ai ambelor suruburi \*). Dăm în tabelele 2, 2a 2b, 3, 3a și 3b măsurările și rezultatele obținute.

#### SURUBUL ORIZONTAL

Tabela 2

Lectura tambu- rului	$u' - u$						Valoarea mijlocie
	9	19	29	39	49	59	
0°	0,4610	0,4610	0,4600	0,4585	0,4600	0,4590	0,4599
36	,4655	,4515	,4575	,4535	,4575	,4570	,4571
72	,4595	,4565	,4625	,4575	,4590	,4565	,4586
108	,4640	,4590	,4600	,4590	,4600	,4595	,4603
144	,4540	,4625	,4625	,4515	,4550	,4565	,4570
180	,4605	,4545	,4600	,4580	,4560	,4550	,4573
216	,4625	,4525	,4580	,4600	,4525	,4515	,4562
252	,4530	,4600	,4605	,4605	,4575	,4545	,4577
288	,4645	,4605	,4590	,4610	,4585	,4605	,4609
324	,4590	,4585	,4585	,4575	,4540	,4565	,4573
							$f = 0,4582 =$ $= 164^{\circ}57'$

Tabela 2 a

$u' - u - f$	$(u' - u - f) \sin(u + \frac{1}{2}f)$	$(u' - u - f) \cos(u + \frac{1}{2}f)$
+0,0017	+0,0017	+0,0002
-11	-10	-5
+4	+2	-4
+21	+4	-21
-12	+8	+9
-9	+9	+1
-20	+18	-10
5	+2	-5
+25	+5	+25
-9	-6	-7
	= +0,0041	= -0,0005

$$\varphi(u) = +0,00041 \cos u + 0,00005 \sin u$$

$$\varphi(u) = 0,00041 \cos(u - 353^{\circ}1')$$

\* ) Coeficienții  $a$  și  $b$  deduși fiind mici, s-a renunțat la determinarea coeficienților  $a_1$  și  $b_1$ .

Tabela 2 b

Erorile periodice în  $0^R,0001$ 

Lectura	Corecția	Lectura	Corecția
$0^R,0$	+4	$0^R,5$	-4
0,1	+3	0,6	-3
0,2	+1	0,7	-1
0,3	-2	0,8	+2
0,4	-4	0,9	+4

## ȘURUBUL VERTICAL

Tabela 3

Lectura tamburului	$u' - u$						Valoarea mijlocie
	9	19	29	39	49	59	
0°	$0^R,4535$	$0^R,4535$	0,4540	0,4550	0,4545	0,4540	0,4541
36	,4580	,4565	,4550	,4570	,4575	,4575	,4569
72	,4560	,4580	,4540	,4560	,4550	,4555	,4558
108	,4575	,4525	,4550	,4555	,4585	,4535	,4554
144	,4670	,4525	,4550	,4545	,4570	,4550	,4568
180	,4550	,4680	,4570	,4565	,4565	,4575	,4584
216	,4600	,4600	,4590	,4605	,4595	,4600	,4598
252	,4555	,4595	,4565	,4590	,4600	,4565	,4578
288	,4535	,4620	,4565	,4560	,4565	,4550	,4564
324	,4520	,4535	,4500	,4520	,4530	,4525	$0,4523$
							$f = 0,4564 = 164^{\circ}18'$

Tabela 3 a

$u' - u - f$	$(u' - u - f) \sin(u + \frac{1}{2}f)$	$(u' - u - f) \cos(u + \frac{1}{2}f)$
-0,0023	-0,0023	-0,0003
+5	+4	-2
-6	-3	+5
-10	+2	+10
+4	-3	-3
+20	-20	-3
+34	-30	+16
+14	-6	+13
0	0	0
-41	-30	-28
	$= -0,0109$	$= +0,0005$

$$\varphi(u) = -0,00109 \cos u - 0,00005 \sin u,$$

$$\varphi(u) = +0,00109 \cos(u - 177^{\circ}9).$$

Tabela 3 b

Erorile periodice în  $0^R,0001$ 

Lectura	Corecția	Lectura	Corecția
$0^R,0$	-11	$0^R,5$	+11
0,1	-9	0,6	+9
0,2	-3	0,7	+3
0,3	+4	0,8	-4
0,4	+9	0,9	-9

Erorile periodice sunt exprimate în unități de zecimi de miimi de pas de șurub. Cum valoarea unei diviziuni a tamburului este de aproximativ  $1\mu$ , rezultă că eroarea periodică cea mai mare este de 0,2 diviziuni, deci de  $0,2\mu$ .

Erorile progresive de șurub și de scără au fost deduse prin procedeul lui Lorenzen și Zürhellen, simplificat de Eichhorn [10].

După Zürhellen, fiecare diviziune a scării trebuie măsurată cu fiecare diviziune a șurubului, procedindu-se astfel: se potrivește diviziunea  $n$  a scării cu diviziunea zero a șurubului; se deplasează scara la diviziunea  $n - 1$  și intervalul parcurs se măsoară cu șurubul. Se potrivește apoi diviziunea  $n$  a scării cu diviziunea 1 a șurubului; se deplasează scara la diviziunea  $n - 1$  și se măsoară intervalul cu șurubul. Se obțin astfel  $n$  serii de măsurări, fiecare serie conținând atâtea elemente cîte diviziuni are șurubul. În calcule vom folosi mărimile  $A_{pq}$  care reprezintă partea zecimală a citirii care se face cu diviziunea  $p$  a șurubului și diviziunea  $q$  a scării. Scara trebuie astfel aleasă ca intervalele ei să fie aproape egale cu un număr întreg de revoluții ale tamburului. La aparatul studiat, cinci rotiri ale tamburului sint cuprinse într-un milimetru, ceea ce reprezintă un interval de pe scara de comparație. Scara orizontală are 44 mm, ceea ce verticală - 18. Pentru determinarea erorilor scărilor pe toată întinderea lor, s-a aplicat procedeul de măsurare și reducere de patru ori în primul caz, de două ori în al doilea. Scopul calculului pe care l-am efectuat a fost găsirea celor mărimi pe care trebuie să le adunăm la citirile cu șurubul adevărat pentru a obține acele mărimi care ar fi rezultat dacă citirile ar fi fost făcute cu un șurub ideal. Fie  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$  aceste mărimi. La fel am dedus mărimile pe care trebuie să le adăugăm citirilor făcute la scările adevărate, pentru a obține citiri la o scără ideală, care să aibă toate linile echidistante și intervalele sale să fie cu rigurozitate multipli întregi ai unei revoluții de șurub ideal. Fie aceste mărimi  $v_0, v_1, \dots, v_n$ . Am întocmit schema de calcul și planșele 1, 2 și 3 de la sfîrșitul articolului care conțin valorile numerice ale citirilor și mărimilor care intervin în calculul ulterior. Citirile făcute cu aceeași diviziune a șurubului se află pe aceeași coloană oblică, cele făcute cu aceeași diviziune a scării de comparație, pe aceeași linie. Dacă măsurările n-au fost afectate de erori accidentale, avem

$$A_{pq} + \mu_p + v_p = C_r, \quad (3.1)$$

pentru toți  $p$  și  $q$  care satisfac condiția

$$q - p + r = n - 1, \quad (3.2)$$

$r$  fiind numărul curent al coloanei în care se găsește  $A_{pq}$  numărat de la stânga la dreapta începînd cu 1, astăzi numitul „număr de serie”. Prin formarea diferenței a două citiri de pe aceeași coloană verticală, obținem

$$A_{pq} - A_{p+s, q+s} = \mu_{p+s} - \mu_p + v_{q+s} - v_q, \quad (3.3)$$

constanta  $C_r$  reducîndu-se. Să formăm acum următoarea expresie,  $s$  fiind un număr arbitrar  $0 < s < n$ :

$$M_s = \sum_{q=0}^{n-s-1} (A_{0q} - A_{s, q+s}) + \sum_{q=n-s}^{n-1} (A_{nq} - A_{s, q-(n-s)}), \quad r = 0, 1, \dots, n-1.$$

Făcînd înlocuirile în parantezele din ecuația (3.3), rezultă

$$M_s = n\mu_s - (n-s)\mu_0 - s\mu_n, \quad (3.4)$$

relație în care  $\mu_s$ ,  $\mu_0$ ,  $\mu_n$  sunt necunoscute. Se poate stabili relația dintre pasul surubului ideal și a celui real, dacă luăm în mod arbitrar  $\mu_0 = \mu_n = 0$ . Rezultă

$$\mu_s = \frac{M_s}{n}, \quad s = 1, 2, \dots, n-1. \quad (3.5)$$

La fel pentru expresia

$$N_r = \sum_{q=1}^r (A_{0, r-q} - A_{q, r}) + \sum_{q=r+1}^{n-1} (A_{nq} - A_{n-q+r, r})$$

găsim după aceleași înlocuiri

$$N_r = (n-1)v_r - [r\mu_0 + (n-r+1)\mu_n] + \sum_{q=1}^r \mu_q + \sum_{q=r+1}^{n-1} \mu_q - \left( \sum_{q=0}^{r-1} v_q + \sum_{q=r+1}^{n-1} v_q \right)$$

și deoarece

$$\mu_0 = \mu_n = 0,$$

avem

$$N_r = n v_r + \sum_{q=1}^{n-1} \mu_q - \sum_{q=0}^{n-1} v_q, \quad (3.6)$$

unde  $\sum_{q=1}^{n-1} \mu_q$  este o constantă  $c$ , deci

$$n v_r - \sum_{q=0}^{n-1} v_q + c = N_r, \quad r = 0, 1, \dots, n-1.$$

În principiu fiind indiferent unde presupunem punctul zero al scării, putem considera o cantitate constantă  $k$  adunată la toți  $v_q$  astăzi încît

$$\sum_{q=0}^{n-1} (v_q + k) + c = 0,$$

deci

$$v_r = \frac{N_r}{n}, \quad r = 0, 1, \dots, n-1. \quad (3.7)$$

Determinarea cantităților  $\mu_s$  și  $v_r$  se reduce la determinarea cantităților  $M_s$  și  $N_r$ . Făcînd în aceste expresii notațiile

$$\sum_{q=0}^{n-s-1} A_{0q} + \sum_{q=n-s}^{n-1} A_{nq} = m_{0s}, \quad \sum_{q=0}^{n-1} A_{sq} = m_s, \quad (3.8)$$

$$\sum_{q=0}^{n-s-1} A_{0q} + \sum_{q=n-s+1}^{n-1} A_{nq} = n_{0, n-s}, \quad \sum_{q=1}^{n-1} A_{q, n-s} = n_{n-s}, \quad (3.9)$$

obținem

$$M_s = m_{0s} - m_s, \quad \mu_s = \frac{m_{0s} - m_s}{n}, \quad (3.10)$$

$$N_{n-s} = n_{0, n-s} - n_{n-s}, \quad v_{n-s} = \frac{n_{0, n-s} - n_{n-s}}{n}. \quad (3.11)$$

Vom ameliora acum cantitățile  $\mu_p$  și  $v_q$  obținute cu formulele (3.10) și (3.11). În locul relației (3.1) pe care am presupus-o inițial exactă, vom folosi relația

$$A_{pq} + \mu_p + v_p - C_{n-1+p-q} = V_{pq} - \Delta\mu_p - \Delta v_q, \quad (3.12)$$

deoarece potrivirile la scară și surub nu sunt riguroș exakte;  $V_{pq}$  sunt erorile accidentale,  $\Delta\mu_p$  și  $\Delta v_q$  sunt erorile cu care au fost determinate  $\mu_p$  și  $v_q$  în primă aproximatie.  $V_{pq}$  fiind erori accidentale, putem scrie pentru valori mari ale lui  $n$ :

$$\sum_{p=0}^n V_{pq} = \sum_{q=0}^{n-1} V_{pq} = 0.$$

Putem presupune că și  $\Delta\mu_p$  și  $\Delta v_q$  au caracterul de erori accidentale, deci

$$\sum_{p=0}^n \Delta\mu_p = \sum_{q=0}^{n-1} \Delta v_q = 0.$$

Însumînd ecuația (3.12) pe linii și coloane, obținem

$$\sum_{p=0}^n (A_{pq} + \mu_p + v_p - C_{n-1+p-q}) = -(n-1) \Delta v_q, \quad (3.13)$$

$$\sum_{q=0}^{n-1} (A_{pq} + \mu_p + v_p - C_{n-1+p-q}) = -n \Delta\mu_p, \quad (3.14)$$

de unde rezultă  $\Delta\mu_p$  și  $\Delta\nu_q$ . Pentru aceasta trebuie să cunoaștem valorile constantelor de serie. Formula lor se deosebește după cum seria este situată în jumătatea stângă ( $p \leq q$ ) sau în jumătatea dreaptă ( $p > q$ ) a schemei de calcul.

$$C_r = \frac{1}{r+1} \left[ \sum_{p=0}^r A_{p,n-1+p-r} + \mu_p + \nu_{n-1+p-r} \right], \quad p \leq q, \quad (3.15)$$

$$C_r = \frac{1}{2n-r} \left[ \sum_{p=0}^r A_{p,n-1+p-r} + \mu_p + \nu_{n-1+p-r} \right], \quad p > q. \quad (3.16)$$

Rezultă imediat

$$\begin{aligned} C_0 &= \nu_{n-1}, \quad \text{căci } \mu_0 = 0 = A_{0,n-1}, \\ C_{2n-1} &= \nu_0, \quad \text{căci } \mu_n = 0 = A_{n,0}. \end{aligned}$$

Constantele de serie pot fi calculate din formulele (3.15), (3.16). Pentru aceasta să observăm că

$$M_r = \sum_{p=0}^r \mu_p, \quad M_r = \sum_{p=r+1-n}^n \mu_p$$

și

$$N_r = \sum_{p=0}^r \nu_{n-1+p-r} = \sum_{p=n-1-r}^r \nu_p, \quad N_r = \sum_{p=r+1-n}^n \nu_{n-1+p-r} = \sum_{p=0}^{2n-r-1} \nu_p$$

se formează însuțind erorile provizorii ale șurubului, respectiv ale scării.

Aveam

$$\begin{aligned} M_0^* &= \mu_0, & N_0^* &= \nu_{n-1}, \\ M_1^* &= \mu_0 + \mu_1, & N_1^* &= \nu_{n-1} + \nu_{n-2}, \\ M_2^* &= \mu_0 + \mu_1 + \mu_2, & N_2^* &= \nu_{n-1} + \nu_{n-2} + \nu_{n-3}, \\ &\dots & &\dots \\ M_{n-1}^* &= \mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_{n-1}, & N_{n-1}^* &= \nu_{n-1} + \nu_{n-2} + \dots + \nu_1, \\ M_n^* &= \mu_1 + \dots + \mu_{n-2} + \mu_{n-1}, & N_n^* &= \nu_{n-1} + \nu_{n-2} + \dots + \nu_0, \\ M_{n+1}^* &= \mu_2 + \dots + \mu_{n-2} + \mu_{n-1}, & N_{n+1}^* &= \nu_{n-2} + \dots + \nu_0, \\ &\dots & &\dots \\ M_{2n-2}^* &= \mu_{n-1}, & N_{2n-2}^* &= \nu_1 + \nu_0, \\ M_{2n-1}^* &= 0 & N_{2n-1}^* &= \nu_0. \end{aligned}$$

Constantele de serie se calculează după formulele

$$C_T = \frac{1}{r+1} \left[ \sum_{p=0}^r A_{p,n-1+p-r} + M_r^* + N_r^* \right], \quad \text{pentru } p \leq q,$$

$$C_r = \frac{1}{2n-r} \left[ \sum_{p=r+1-n}^n A_{p,n-1+p-r} + M_r^* + N_r^* \right], \quad \text{pentru } p > q.$$

Să calculăm expresiile de la (3.12). Avem

$$m_p = \sum_{q=0}^{n-1} (A_{pq} + \mu_p + \nu_q) = m_p + n\mu_p + \sum_{q=0}^{n-1} \nu_q = m_{0p} + N_n,$$

deoarece

$$\begin{aligned} M_p &= n\mu_p \text{ și } m_p + M_p = m_{0p} \\ \nu_q &= \sum_{p=0}^n (A_{pq} + \mu_p + \nu_q) = A_{0q} + A_{nq} + n_q + \sum_{p=0}^n \mu_p + (n+1)\nu_q = \\ &= n_{0q} + A_{0q} + A_{nq} + \nu_q + M_n, \end{aligned}$$

întrucît

$$\begin{aligned} N_q &= n\nu_q, \quad n_q = n_{0q} - N_q \text{ și } \sum_{p=0}^n \mu_p = M_n, \\ \mathfrak{M}_p &= \sum_{q=0}^{n-1} C_{n-q+p-1} = \sum_{q=p}^{n-1+p} C_q = C_p + C_{p+1} + \dots + C_{n+p-1}, \\ \mathfrak{N}_{n-q} &= \sum_{q=0}^n C_{q+p-1} = \sum_{q=p-1}^{n+p-1} C_q = C_{p-1} + C_p + \dots + C_{n+p-1}. \end{aligned}$$

Observăm imediat că

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_{n-(p+1)} &= \sum_{q=p}^{n+p} C_q = C_p + C_{p+1} + C_{n+p} = \mathfrak{M}_p + C_{n+p}, \\ \mathfrak{M}_n &= \mathfrak{N}_{n-p} - C_{p-1}. \end{aligned}$$

Corecțiile erorilor șurubului și scării se obțin din

$$\Delta\mu_p = \frac{1}{n} (\mathfrak{M}_p - m_p), \quad (3.17)$$

$$\Delta\nu_q = \frac{1}{n+1} (\mathfrak{N}_q - \nu_q). \quad (3.18)$$

iar erorile ameliorate din

$$\mu'_p = \mu_p + \Delta\mu_p, \quad \nu'_q = \nu_q + \Delta\nu_q.$$

Erorile ameliorate ale șurubului se află în ultima linie a schemei de calcul, erorile ameliorate ale scării, în ultima coloană a acestei scheme. Planșele 1, 2 și 3 de la sfîrșitul lucrării dau rezultatele măsurărilor și calculelor efectuate pentru determinarea erorilor progresive ale șuruburilor micrometrice și ale scărilor comparatorului. Am alcătuit mediile din cele patru serii de determinări pentru erorile progresive ale șurubului orizontal, respectiv pentru cele două serii de determinări

pentru erorile progresive ale șurubului vertical. Am întocmit două grafice (fig. 7) luând în abscisă mijlocul intervalului măsurat, în ordonată, eroarea. Din aceste grafice am alcătuit prin interpolare tabela 4, care conține erorile progresive ale șuruburilor micrometrice și tabela 5 care conține erorile progresive ale scărilor; acestea sunt erorile progresive care figurează în ultima coloană a planșelor 1, 2 și 3, dar aici sunt exprimate în milimetri.

*Erori de forma*:  $\Delta X(X_0, Y)$ ,  $\Delta(X, Y_0)$ . Pentru determinarea erorilor de neliniaritate ale axelor șuruburilor micrometrice, am efectuat cîte o serie de măsurări cu șuruburile în ambele sensuri ale deplasării

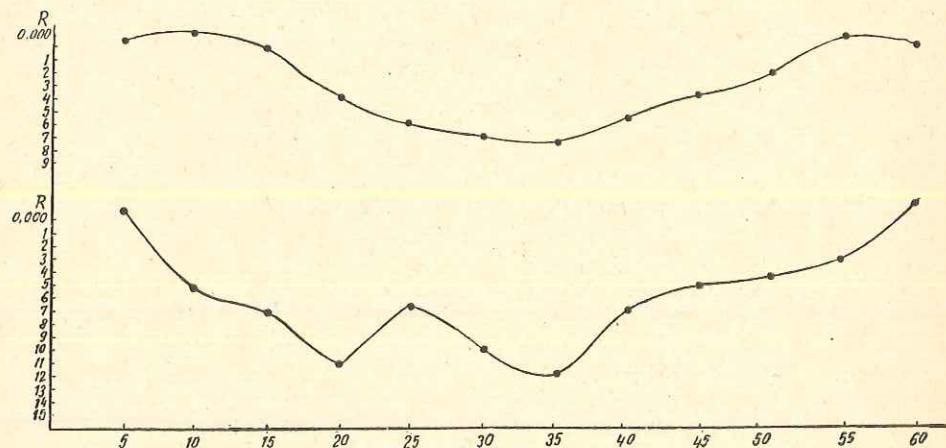


Fig. 7

micrometrului. Ca dreaptă de referință am utilizat o linie trasată fin pe o placă de sticlă, de aceeași grosime cu firele reticulare. Am efectuat reglarea la mijlocul cîmpului, în apropierea firului fix. Între două măsurări micrometrul a fost deplasat cu cinci pași de șurub. Pentru reducere am alcătuit abaterile de la o dreaptă presupusă ca trecînd prin punctele extreme ale axei șurubului. Am făcut o reprezentare grafică luînd în abscisă citirea tamburului, în ordonată, abaterea. Abaterile trebuie să se așeze de aceeași parte a dreptei amintite în cazul cînd axa șurubului este curbată. În graficul nostru, abaterile s-au așezat de ambele părți ale acestei drepte. Cum valorile abaterilor sunt foarte mici, le-am considerat erori de măsurare, trăgînd concluzia că axele șuruburilor nu sunt curbăte.

*Erori de forma*:  $\Delta X(X, Y)$ ,  $\Delta Y(X, Y)$ , deci dependente de ambele coordonate, sunt foarte nesigure și greu de sezisat; nu am intreprins studiul lor.

§ 3. Determinarea unghiului dintre firele micrometrice. Pentru această determinare am utilizat metoda indicată de acad. G. Demetrescu [9].

Tabela 4

Erorile progresive ale șurubului orizontal		Erorile progresive ale șurubului vertical	
de la	$0R,0$ + $0R,001$	de la	$0R,0$ $0R,000$
la	12,1 0,000	la	3,1 -0,001
	13,8 -0,001		3,7 -0,002
	15,1 -0,002		4,3 -0,003
	16,1 -0,003		4,9 -0,004
	17,1 -0,004		5,5 -0,005
	18,3 -0,005		6,1 -0,006
	20,0 -0,006		7,0 -0,007
	22,8 -0,007		8,5 -0,008
	27,8 -0,008		11,7 -0,009
	31,5 -0,009		13,4 -0,010
	33,0 -0,008		14,5 -0,011
	35,5 -0,007		15,4 -0,012
	37,6 -0,006		16,5 -0,013
	40,5 -0,005		18,3 -0,012
	44,2 -0,004		19,1 -0,011
	47,0 -0,003		20,0 -0,0010
	47,8 -0,002		21,2 -0,009
	49,1 -0,001		24,3 -0,010
	50,2 0,000		25,9 -0,011
	51,8 +0,001		27,1 -0,012
	55,8 0,000		28,3 -0,013
	60,0		30,0

Să considerăm (fig. 8) origina unui sistem de axe rectangulare în planul firelor micrometrului,  $O$ ; fie  $V_0$ ,  $U_0$ , citirile celor două șuruburi cînd firele mobile trec prin origine,  $v$  și  $u$  punctele acestor fire care se suprapun atunci. Să luăm ca axă  $o\eta$  firul vertical, ca axă  $o\xi$  normală la acest fir, sensurile pozitive ale axelor fiind dirigate după cape-

Tabela 5

Erorile progresive ale scării orizontale				Erorile progresive ale scării verticale			
#de la	0	de la	23	+0,004	de la	0	+0,001
la	1	+		+0,001	la	1	-0,003
	2			-0,002	25	-0,003	
	3			-0,002	26	-0,002	
	4			-0,001	27	0,000	
	5			-0,003	28	+0,002	
	6			+0,001	29	0,000	
	7			-0,010	30	-0,002	
	8			-0,001	31	+0,001	
	9			-0,002	32	-0,003	
	10			+0,005	33	-0,001	
	11			-0,003	34	0,000	
	12			-0,003	35	-0,003	
	13			-0,003	36	-0,002	
	14			-0,001	37	-0,002	
	15			-0,001	38	+0,003	
	16			-0,003	39	-0,001	
	17			+0,001	40	+0,001	
	18			+0,001	41	-0,002	
	19			-0,002	42	0,000	
	20			+0,003	43	0,000	
	21			+0,003	44		
	22			0,000			
	23						

tele suruburilor. Fie  $OV$ ,  $OU$  direcțiile de translație imprimate de suruburi firelor mobile,  $\alpha$  și  $\beta$  unghiurile acestor direcții cu firele corespunzătoare,  $\varepsilon$  unghiul dintre firul orizontal și axa  $O\xi$  sau  $90^\circ - \varepsilon$  unghiul dintre cele două fire. Deplasând firele mobile pînă vor trece amindouă

printron-un punct  $A$ , punctele  $v$  și  $u$  ajung în  $v'$  și  $u'$ . Notînd cu  $V$ ,  $U$ , citirile corespunzătoare ale celor două suruburi și luînd ca unitate de lungime pasul surubului orizontal, avem :

$$\xi = (V - V_0) \cos(\varepsilon + \alpha),$$

$$\eta = (1 + k)(U - U_0) \cos \beta + (V - V_0) \cos(\varepsilon + \alpha) \operatorname{tg} \varepsilon -$$

$$- (1 + k)(U - U_0) \sin \beta \operatorname{tg} \varepsilon,$$

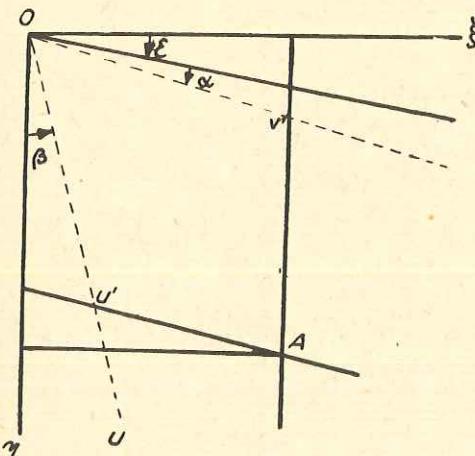


Fig. 8

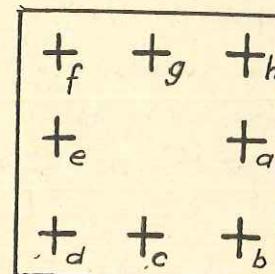


Fig. 9

$1 + k$  fiind raportul dintre pasul surubului orizontal și al celui vertical. Considerînd  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\varepsilon$  cantități mici de ordinul întâi și neglijînd termenii de ordinul doi, găsim

$$\xi = V - V_0,$$

$$\eta = (1 + k)(U - U_0) + (V - V_0)\varepsilon,$$

sau

$$V - V_0 = \xi,$$

$$U - U_0 = (\eta - \xi\varepsilon)(1 - k) = (1 - k) - \xi\varepsilon \quad (3.19)$$

Pentru determinarea cantităților  $k$  și  $\varepsilon$  am instalat la comparator o rețea de 5 mm, pe care am notat opt intersecții cu literele :  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $h$  (fig. 9) și pe care le-am considerat ca repere. Placa poate ocupa în planul ei patru poziții diferite cu  $90^\circ$  între ele.  $\alpha$  și  $\beta$  fiind două litere oarecare dintre  $a$ ,  $b$ , ...,  $h$ , să considerăm pe placă dreapta care unește reperele  $\alpha$ ,  $\beta$  și să îmsemnăm cu  $v_i$ ,  $u_i$ , diferențele în sensul  $\beta - \alpha$  ale lecturilor celor două suruburi,  $i = 1, 2, 3, 4$ , indicînd poziția plăcii. Notăm cu  $X_i$ ,  $Y_i$  componentele segmentului orientat  $\alpha\beta$  după axele  $O\xi$ ,  $O\eta$ . Fie  $\varphi_1$ ,  $90^\circ + \varphi_2$ ,  $180^\circ + \varphi_3$ ,  $270^\circ + \varphi_4$ , unghiurile directiei  $ea$

cu sensul pozitiv al axei  $O\xi$  în cele patru poziții ale plăcii. Fie  $M + \theta$  unghiul direcției  $\alpha\beta$  cu  $\vec{ea}$ ,  $M$  fiind valoarea teoretică pe care o atrăbuim acestui unghi,  $\theta$  excesul valorii adevărate față de cea teoretică. Referindu-ne la relațiile (3.19), avem

$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{Y_1 - X_1}{X_1} (1 - k) = \left[ \frac{Y_1}{X_1} - \varepsilon \right] (1 - k),$$

$$\frac{u_1}{v_1} = [\operatorname{tg}(M + \theta + \varphi_1) - \varepsilon] (1 - k)$$

și deoarece neglijăm termenii de ordinul doi,

$$\frac{u_1}{v_1} = (1 - k) \operatorname{tg} M + \frac{\theta + \varphi_1}{\cos^2 M} - \varepsilon.$$

Obținem expresii analoage pentru  $\frac{u_3}{v_3}, \frac{v_2}{u_2}, \frac{v_4}{u_4}, \frac{v_1}{u_1}, \frac{v_3}{u_3}, \frac{u_2}{v_2}$  și  $\frac{u_4}{v_4}$ .

Însumarea lor ne dă

$$\psi - 2k \sin 2M - 2\varepsilon \cos 2M = A \cos^2 M, \quad \psi - 2k \sin 2M - 2\varepsilon \cos 2M = -B \sin^2 M, \quad (3.20)$$

unde

$$\psi = (\varphi_1 + \varphi_2) - (\varphi_3 + \varphi_4),$$

$$A = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_3}{v_3} + \frac{v_2}{u_2} + \frac{v_4}{u_4}, \quad B = \frac{v_1}{u_1} + \frac{v_3}{u_3} + \frac{u_2}{v_2} + \frac{u_4}{v_4}.$$

În calculul de reducere se utilizează prima formulă (3.20) dacă  $|\operatorname{tg} M| < 1$  și cea de a doua dacă  $|\operatorname{tg} M| > 1$ . Pentru a serie efectiv ecuațiile de care avem nevoie, considerăm segmentele  $ea, ad, fb, db, fh, hb, gc, fd, fa, eb, he, gb, fc, hc, gd, hd$ , celelalte segmente ca de exemplu  $bc, ab, ca$  etc. fiind neglijabile. Substituim notațiile  $A_a^b, B_a^b$ , notațiilor generale  $A, B$ . Avem ecuațiile :

$$\psi - 2\varepsilon = \frac{1}{3} [A_d^b + A_e^a + A_f^h] = m_1 \text{ pondere } 3,0,$$

$$\psi + 2\varepsilon = -\frac{1}{3} [B_h^b + B_g^e + B_f^d] = m_2, \quad ,, \quad 3,0,$$

$$\psi - 1,6k - 1,2\varepsilon = 0,4 [A_f^a + A_e^b] = m_3, \quad ,, \quad 2,5,$$

$$\psi + 1,6k - 1,2\varepsilon = 0,4 [A_a^d + A_h^e] = m_4, \quad ,, \quad 2,5,$$

$$\psi - 1,6k + 1,2\varepsilon = -0,4 [B_g^b + B_f^e] = m_5, \quad ,, \quad 2,5,$$

$$\psi + 1,6k + 1,2\varepsilon = -0,4 [B_h^e + B_g^d] = m_6, \quad ,, \quad 2,5,$$

$$\psi - 2k = 0,5 A_f^b = m_7, \quad ,, \quad 2,0,$$

$$\psi + 2k = 0,5 A_h^d = m_8, \quad ,, \quad 2,0.$$

Ponderea atribuită fiecărei ecuații este egală cu produsul dintre numărul segmentelor care participă la formarea sa și pătratul lungimii cunoscute a acestor segmente. Metoda celor mai mici pătrate aplicată acestor ecuații, ne dă următoarele ecuații normale :

$$\psi = 0,15 (m_1 + m_2) + 0,125 (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) + 0,1 (m_7 + m_8),$$

$$k = \frac{1}{10,4} (-m_1 + m_2 - m_3 + m_4 - m_5 + m_6),$$

$$\varepsilon = \frac{1}{12,8} [2(-m_1 + m_2) - m_3 - m_4 + m_5 + m_6].$$

Măsurările ne-au dat valorile pentru citirile  $V, U$ , ale suruburilor micrometrice cuprinse în tabela 6.

Tabela 6

	Poziția I		Poziția II		Poziția III		Poziția IV	
	V	U	V	U	V	U	V	U
a	4,2970	30,6500	29,9950	4,8250	55,4900	30,4025	29,7950	30,4025
b	4,3125	56,1025	4,3500	4,8470	55,4995	4,8895	55,5100	55,8630
c	29,8880	56,0800	4,3625	30,3775	29,9125	4,9000	55,5195	30,3815
d	55,4335	56,0695	4,3800	55,9350	4,3185	4,9135	55,5300	4,7830
e	55,4120	30,5875	30,0250	55,9200	4,3260	30,4250	29,7750	4,7950
	55,3885	34,8950	55,5450	55,8875	4,3400	56,0300	4,2295	4,8100
g	29,8750	4,9200	55,5300	30,3275	29,9255	56,0125	4,2400	30,3900
h	4,2795	4,9320	55,5205	4,8000	55,5035	55,9875	4,2510	55,8800

De aici am determinat valorile mărimilor  $m$  și ale constantelor  $\psi, k$  și  $\varepsilon$

$$m_1 = -0,000768, \quad m_5 = +0,002621,$$

$$m_2 = +0,000869, \quad m_6 = -0,002080,$$

$$m_3 = +0,001630, \quad m_7 = +0,002641,$$

$$m_4 = -0,002666, \quad m_8 = -0,002883,$$

$$\psi = -0,000071, \quad k = -0,001397 = -0,00027 \text{ mm},$$

$$\varepsilon = +0,000379 = +1'3.$$

Unghurile dintre fire și direcțiile lor de translație s-au determinat direct, aducind succesiv în coincidență firul micrometric fix cu o direcție dată, apoi pe cel mobil. Diferența dintre cele două lecturi la cercul de poziție  $C$ , este egală cu unghiul  $\alpha$ , respectiv  $\beta$ . Am adoptat pentru aceste unghiiuri valorile

$$\alpha = +17'3, \quad \beta = -16'3.$$

care reprezintă respectiv mediile valorilor obținute din opt măsurări.

#### 4. Determinarea mișcărilor proprii cu comparatorul blink

Metoda constă în următoarele :

§1. Orientarea și măsurarea clișeelor. Se instalează la comparator două clișee ale aceleiași regiuni luate la un interval de timp mai mare, clișeul A (vechi) în dreapta, clișeul B (recent) în stînga. După ce acestea se orientează, se studiază regiunea cu ajutorul unei hărți întocmită dinainte și se alcătuiește o listă cu stelele care la această cercetare prezintă deplasări. De asemenea se notează și stelele care apar ca nemîșcate. Se verifică apoi dacă suprapunerea clișeelor este satisfăcătoare și se trece la măsurări. Măsurăm diferențele valorilor  $x$  respectiv  $y$  pentru stelele cu mișcări proprii cît și pentru un număr de stele de reper, alese dintre stelele care nu prezintă deplasări și care ne vor da scara și orientarea clișeelor unul față de celălalt. Pentru fiecare stea cu mișcare proprie și pentru fiecare stea de reper, măsurăm valoarea lui  $x$  pe clișeele A și B (fie  $a_1, b_1$  lecturile respective) și valoarea lui  $y$  pe clișeele A și B (fie  $a'_1, b'_1$  lecturile respective). Pentru a măsura clișelee și în altă poziție, se rotesc clișelee față de prima poziție cu  $90^\circ$  sau cu  $180^\circ$ . Fie  $a_2, b_2$  respectiv  $a'_2, b'_2$ , citirile corespunzătoare unui punct pe care o notăm cu 1. Alcătuim diferențele :  $b_1 - a_1, b'_1 - a'_1, a_2 - b_2, a'_2 - b'_2$ . Pentru a trece de la aceste cantități la  $\Delta x$  și  $\Delta y$ , adică la deplasările după axele de coordonate ale clișeului A, este necesar să cunoaștem constantele clișeului B față de clișeul A. Pentru determinarea lor este necesară cunoașterea coordonatelor rectangulare ale stelelor față de centrul clișeului. Acestea se pot determina și la comparatorul blink în cazul cînd pe clișeu este imprimată rețeaua de 5 mm. Acestea sint coordonatele măsurate și le notăm cu  $x, y$ .

§2. Determinarea constantei clișeului B față de clișeul A. Această determinare se face cu ajutorul stelelor de reper a căror mișcare o punem nulă. Neglijind termenii de ordinul doi care se datoresc în general diferență în  $x$  cîte o ecuație de forma

$$k_x + p_x x + r_x y + b_1 - a_1 = 0 \quad (4.1)$$

pentru poziția 1, și

$$k'_x + p'_x x + r'_x y + a_2 - b_2 = 0 \quad (4.1')$$

pentru poziția 2.

Analog, pentru diferență în  $y$ , avem

$$k_y + p_y y - r_y x + b'_1 - a'_1 = 0 \quad (4.2)$$

$$k'_y + p'_y y - r'_y x + a'_2 - b'_2 = 0 \quad (4.2')$$

pentru poziția 1, respectiv 2.

Cele trei constante care intervin în aceste ecuații, sunt :

— constantă relativă de zero,  $k$ ;

— constantă relativă de scără,  $p$ , care acționează în  $x$  proporțional cu  $x$  și în  $y$  proporțional cu  $y$ ;

— constantă relativă de orientare,  $r$ , care acționează în  $x$  proporțional cu  $y$  și în  $y$  proporțional cu  $-x$ .

Ele se determină din cîte  $n$  ecuații de forma : (4.1), (4.1'), (4.2), (4.2') scrise pentru fiecare stea de reper. Acestea considerate ca ecuații de condiție, vor fi tratate prin metoda celor mai mici pătrate. Vom avea în total patru sisteme de cîte  $n$  ecuații de condiție. Ecuațiile normale vor determina cele 12 constante. Cantitățile  $\Delta x$  și  $\Delta y$  pentru stelele cu mișcări proprii se deduc din ecuațiile :

$$k_x + p_x x + r_x y + b_1 - a_1 = \Delta x' \quad (4.3)$$

$$k_y + p_y y - r_y x + b'_1 - a'_1 = \Delta y', \quad (4.3')$$

pentru poziția 1, și

$$k'_x + p'_x x + r'_x y + a_2 - b_2 = \Delta x'' \quad (4.4)$$

$$k_y + p'_y y - r'_y x + a'_2 - b'_2 = \Delta y'' \quad (4.4')$$

pentru poziția 2 și luînd mediile valorilor  $\Delta x$ ,  $\Delta x''$ , respectiv  $\Delta y'$ ,  $\Delta y''$ . Cantitățile  $\Delta x$  și  $\Delta y$  astfel obținute, reprezintă deplasările după axele  $x$  și  $y$  ale rețelei clișeului A ; ele trebuie corectate de constantele clișeului A, cu alte cuvinte să facem trecerea de la variațiile constanțelor măsurate la acelea ale coordonatelor teoretice.

§ 3. Determinarea constantei clișeului A. Notînd cu  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ , variațiile coordonatelor teoretice, cu  $a, b'$  constantele de scără, cu  $b, a'$  constantele de inclinare, avem

$$\begin{aligned} \Delta X &= \Delta x + a \Delta x + b \Delta y, \\ \Delta Y &= \Delta y + a' \Delta x + b' \Delta y. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Pentru determinarea constantei  $a, a', b, b'$  se utilizează un număr de stele de reper, pentru care scriem relații de forma :

$$\begin{aligned} X &= x + ax + by + c, \\ Y &= y + a'x + b'y + c', \end{aligned} \quad (4.6)$$

adică coordonatele lor teoretice  $X, Y$  sunt funcții liniare de coordonatele măsurate. Cantitățile  $X, Y$  se determină cu ajutorul coordonatelor ecuatoriale ale stelelor de reper. În transformarea coordonatelor sferice în coordonate rectangulare utilizăm formulele [15] :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\delta_0 + y) &= \operatorname{tg} \delta \sec(\alpha - \alpha_0), \\ X &= \operatorname{tg}(\alpha - \alpha_0) \cos(\delta_0 + y) : \cos y \sin 1', \\ Y &= y + \Delta Y. \end{aligned} \quad (4.7)$$

În aceste formule  $\alpha_0, \delta_0$  reprezintă coordonatele ecuatoriale ale centrului clișeului,  $\alpha, \delta$  sint coordonatele ecuatoriale ale stelei de reper,  $X, Y$  sint coordonatele rectangulare teoretice ale acesteia. Prima relație

determină pe  $\delta_0 + y$ , deci pe  $y$  căci  $\delta_0$  este cunoscut. Tabelele I și II din [15] servesc la calculul lui  $\Delta Y$  și  $\log \cos y \sin 1'$ . Întrucât argumentul  $Y$  care figurează în tabela I este necunoscut la început, se consideră în primă aproximare în locul lui  $Y$  argumentul  $y$ . Nu este necesar să facem o a doua aproximare cu argumentul corectat.

Cunoscind coordonatele teoretice ale stelelor de reper cît și pe cele măsurate, pentru determinarea constantelor  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , vom rezolva un sistem de  $n$  ecuații de forma

$$X_i - x_i = ax_i + by_i + c, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

sau trecind pe  $x_i$  în membrul al doilea și notând noul său coeficient tot cu  $a$  (mai mare ca cel anterior cu o unitate), avem

$$X_i = ax_i + by_i + c, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

Să formăm acum expresia

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{a}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n y_i + c$$

pe care să o scădem din fiecare ecuație (4.8). Avem

$$\begin{aligned} X_1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i &= a \left( x_1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) + b \left( y_1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right), \\ X_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i &= a \left( x_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) + b \left( y_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right), \\ &\dots \\ X_n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i &= a \left( x_n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) + b \left( y_n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Procedînd astfel, eliminăm pe  $c$  și problema se reduce la determinarea cantităților  $a$  și  $b$ , singurele de care avem nevoie în formulele (4.5). Din cele  $n$  ecuații de condiție deducem două ecuații normale care ne dă valorile lui  $a$  și  $b$ .

Analog procedăm pentru determinarea constantelor  $a'$  și  $b'$ . Ecuațiile de condiție sunt în acest caz:

$$\begin{aligned} Y_1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i &= a' \left( x_1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) + b' \left( y_1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right), \\ Y_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i &= a' \left( x_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) + b' \left( y_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right), \\ &\dots \\ Y_n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i &= a' \left( x_n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) + b' \left( y_n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Cu aceasta, ecuațiile (4.5) devin

$$\Delta X = a \Delta x + b \Delta y, \quad \Delta Y = a' \Delta x + b' \Delta y, \quad (4.5')$$

unde  $a$  și  $b'$  conțin de astă dată nu numai constantele de scară, ci și factorul de transformare din unitate liniară în unitate unghiulară. În acest mod obținem trecerea directă de la variațiile coordonatelor măsurate în milimetri, la variațiile coordonatelor teoretice măsurate în minute de arc. Pentru a trece de la  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ , la  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta \delta$  avem următoarele dezvoltări în serie [28]:

$$x - x_0 = X \sec \delta_0 + XY \sec \delta_0 \tan \delta_0 - \frac{1}{3} X^3 \sec 3\delta_0 + XY^2 \sec \delta_0 \tan^2 \delta_0 + \dots,$$

$$\delta - \delta_0 = Y - \frac{1}{2} X^2 \tan \delta_0 - \frac{1}{2} X^2 Y \sec \delta_0 - \frac{1}{3} Y^3 + \dots,$$

unde  $x_0$ ,  $\delta_0$  sunt coordonatele centrului eliseului,  $x$ ,  $\delta$  coordonatele unei stele. Din aceste ecuații obținem prin diferențiere

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \Delta X \sec \delta_0 + X \Delta Y \sec \delta_0 \tan \delta_0 + Y \Delta X \sec \delta_0 \tan \delta_0 - X^2 \Delta X \sec^2 \delta_0 + \\ &+ Y^2 \Delta X \sec \delta_0 \tan^2 \delta_0 + 2XY \Delta Y \sec \delta_0 \tan^2 \delta_0 + \dots, \end{aligned}$$

$$\Delta \delta = \Delta Y - X \Delta X \tan \delta_0 - X^2 \Delta Y \sec^2 \delta_0 - XY \Delta X \sec^2 \delta_0 - Y^2 \Delta Y + \dots,$$

unde am exclus termenii de ordinul  $(\Delta X^2)$  și  $(X^3 \Delta X)$ . Să vedem ce termeni putem neglija din expresiile de mai sus. Dintre termenii de forma  $(X^2 \Delta X)$ , acela care poate atinge cea mai mare valoare este

$$2XY \Delta Y \sec \delta \tan^2 \delta_0$$

În cazul nostru avem

$$|X| < 46', |Y| < 32', \quad \delta < 25^\circ, \quad \sec \delta_0 \tan^2 \delta_0 < 0,3 \quad |\Delta Y| < 0,3,$$

deci

$$|2XY \Delta Y \sec \delta_0 \tan^2 \delta_0| < 0',000023 = 0'',0014.$$

Pentru un interval de 20 ani se comite, neglijînd acest termen, o eroare în mișcarea proprie anuală care atinge  $0'',0007$ . Cum acesta este cazul limită și cantitatea amintită este mult mai mică decît eroarea în determinarea mișcărilor proprii, termenii de ordinul de mărime  $(X^2 \Delta X)$  pot fi neglijati. Nu același lucru se întâmplă cu termenii de ordinul  $(X \Delta X)$ , pe care îi vom lua în considerare. Avem astfel :

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \Delta X \sec \delta_0 + X \Delta Y \sec \delta_0 \tan \delta_0 + Y \Delta X \sec \delta_0 \tan \delta_0, \\ \Delta \delta &= \Delta Y - X \Delta X \tan \delta_0. \end{aligned}$$

Pentru deducerea deplasării totale precum și a unghiului de poziție, trebuie calculată cantitatea  $\mu_\alpha \cos \delta$ . Ea se deduce ușor utilizînd egalitatea aproximativă

$$\delta = \delta_0 + Y.$$

Obținem

$$\Delta\alpha \cos \delta = \Delta X + X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0.$$

Dat fiind valoarea mică a termenilor deduși mai sus, se pot lua în locul variațiilor coordonatelor ideale, cantitățile fără corecții. Avem

$$\begin{aligned} a\Delta x + b\Delta y + X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0 + Y \Delta X \operatorname{tg} \delta_0 &= A, \\ a\Delta x + b\Delta y + X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0 &= B, \\ a'\Delta x + b'\Delta y - X \Delta X \operatorname{tg} \delta_0 &= C \end{aligned} \quad (4.11)$$

cu ajutorul cărora deducem cantitățile  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\alpha \cos \delta$ ,  $\mu_\delta$ :

$$\begin{aligned} \mu_\alpha^s &= \frac{0,04 \sec \delta_0 A}{T}, \\ (\mu_\alpha \cos \delta)'' &= \frac{0,6 B}{T}, \\ \mu_\delta'' &= \frac{0,6 C}{T}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$T$  fiind diferența de epocă.

§ 4. Trecerea la mișcările proprii absolute. Cantitățile  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\delta$  sunt componentele mișcării proprii relative ale stelei. Pentru trecerea la mișcarea proprie absolută, se poate aplica una din următoarele trei metode [1]:

— utilizarea directă a mișcărilor proprii meridiene. Dacă pe clișeu se află o stea a cărei mișcare proprie este determinată la cercul meridian prin metoda absolută, atunci diferența între această mișcare proprie și cea măsurată pe clișeu relativ la stelele de reper, ne dă corecția necesară;

— utilizarea paralaxelor seculare ale stelelor obținute din mișcările proprii mijlocii. Cunoscând paralaxa seculară, se poate găsi variația paralactică pentru un punct oarecare de pe sferă cerească

$$\bar{p}_x = \left( \frac{\bar{h}}{\rho} \right) \sin \lambda \sin \chi,$$

$$\bar{p}_y = \left( \frac{\bar{h}}{\rho} \right) \sin \lambda \cos \chi,$$

unde  $\lambda$  este distanța la apexul solar,  $\chi$  este unghiul paralactic în triunghiul apex-pol-stea,  $\frac{\bar{h}}{\rho}$  paralaxa seculară mijlocie. Pentru obținerea mișcărilor proprii absolute ale stelelor, trebuie să aplicăm corecțiile  $\bar{p}_x$  și  $\bar{p}_y$  mișcărilor proprii relative. Mărimile  $\lambda$  și  $\chi$  se iau pentru centrul clișeului. Ele se calculează din triunghiul amintit deja;

— utilizarea nebuloaselor extragalactice. Introducind distanțele mari ale acestora, ele se pot considera ca nemisurate pe sferă cerească. Măsurând pe perechi de clișee poziția nebuloasei relativ la stelele de reper, obținem mărimea corecției pe care trebuie să o atribuim — de semn schimbător — tuturor mișcărilor proprii relative.

Mișcarea proprie totală  $\mu$  și direcția ei  $\varphi$  se deduc din [19]:

$$\begin{aligned} \mu \sin \varphi &= \mu_\alpha \cos \delta, \\ \mu \cos \varphi &= \mu_\delta. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Aici  $\varphi$  reprezintă unghiul de poziție al direcției mișcării proprii, considerat de la direcția cercului de declinație al polului nord spre vest, de la  $0^\circ$  la  $360^\circ$  (fig. 9). Din formulele (4.13) rezultă

$$\begin{aligned} \mu^2 &= (\mu_\alpha \cos \delta)^2 + \mu_\delta^2, \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\mu_\alpha \cos \delta}{\mu_\delta}. \end{aligned}$$

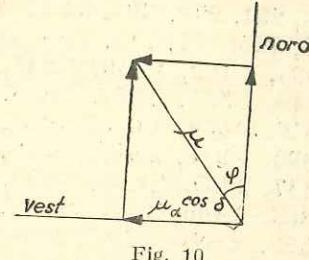


Fig. 10

### 5. Studiul mișcărilor proprii a 31 stele din regiunea Pleiade

§ 1. Materialul. Pentru a cunoaște precizia măsurărilor pe care o dă comparatorul blink considerat, ne-am propus să facem măsurări de mișcări proprii într-o regiune foarte bine studiată din acest punct de vedere, pentru ca apoi dintr-un studiu comparativ, să tragem concluzii în privința problemei propuse. În acest scop am studiat o pereche de clișee fotografice din regiunea Pleiade, cu dimensiunile  $13 \times 18$  cm, luate cu ecuatorialul fotografic al Observatorului din București; acest instrument are un obiectiv Merz cu deschiderea de 38 cm și distanța focală 570 cm.

În această regiune mișcările proprii sunt foarte bine studiate [30]. Perechea de clișee<sup>1)</sup> a regiunii Pleiade studiată de noi conține zona centrală a acestei regiuni, coordonatele centrului fiind  $\alpha_{1950} = 3^h 43^m 54^s$ ,  $\delta_{1950} = 24^\circ 1'$ . Intervalul dintre poze este de aproximativ 22 ani, datele observațiilor fiind: 16 noiembrie 1933 și 15 octombrie 1955. Ambele clișee fiind efectuate în scopuri de fotometrie, nu aveau imprimată rețea de 5 mm. Clișeul vechi are o expunere de 9 minute, cel recent de 14 minute. Există deosebiri între imaginile stelelor de pe cele două clișee care își au desigur originea în sensibilitatea diferită a emulsiei și în revelatorul utilizat.

Clișeul A a fost aplicat pe o placă pe care era fotografiată rețea de 5 mm, pentru a putea fi orientat după firile micrometrului. La întoc-

<sup>1)</sup> Primul clișeu a fost efectuat de prof. C. Popovici, al doilea de S. Vlaiu de la Observatorul din București.

mirea hărții regiunii de studiat, ne-a servit [30]. După cercetarea preliminară a clișeelor, am alcătuit o listă cu următoarele categorii de stele, pentru care dăm numărul lor din [30]

— stele cu mișcări proprii : 180, 193, 213, 228, 233, 234, 239, 253, 263, 281, 294, 303, 309, 322, 338, 343, 404, 412, 430, 457, 489, 546, 570, 609, 706, 717, 745, 746, 750, 761, 784, 903, 874, 938, 1 032, 1 070, 1 075, 1 083, 1 122, 1 149, 1 241, 1 242, 1 247, 1 259, 1 309, 1 325, 1 337, 1 346, 1 349, 1 351, 1 357, 1 428, 1 498, 1 514, 1 521, 1 522, 1 526, 1 538, 1 597, 1 640, 1 666, 1 676, 1 683, 1 719, 1 726, 1 762, 1 783, 1 809, 1 855, 1 857, 1 890, 1 912, 1 925, 1 949, 1 955, 1 970, 1 987, 2 027, 2 068, 2 087, 2 102, 2 147, 2 173, 2 179, 2 182, 2 204, 2 229, 2 253, 2 284, 2 296, 2 311, 2 341, 2 366, 2 400, 2 401, 2 427, 2 435, 2 439, 2 443, 2 482, 2 484, 2 499, 2 517, 2 553, 2 581, 2 643, 2 644, 2 690, 2 693;

— stele susceptibile de a avea mișcări proprii : 298, 299, 522, 697, 1 613, 1 906, 2 263, 2 462;

— stele care nu prezintă deplasări : 344, 476, 530, 531, 652, 708, 804, 956, 1 028, 1 084, 1 117, 1 284, 1 338, 1 362, 1 375, 1 380, 1 397, 1 431, 1 797, 1 856, 1 876, 2 195, 2 220, 2 289, 2 488. Au fost omise din această listă stelele mai strălucitoare : 447, 468, 563, 785, 980, 1 432, 2 079, 2 168, 2 181, 2 425, 2 500. Au fost omise de asemenea stelele slabe ale căror imagini pe clișeu recent nu erau bine definite.

Cercetarea preliminară s-a făcut și la stereocomparator, însă numai în anumite zone ale clișeelor, unde cîmpul era mai bogat. Confruntarea cu [30] ne-a arătat unele deosebiri. Din această cauză am determinat mișcările proprii pentru stelele care prezintau deplasări la cercetarea preliminară a clișeelor și care figurau ca avînd mișcări proprii sensibile în catalog; numărul lor este de 31, cu magnitudinile fotografice cuprinse între  $10^m 77 - 12^m 46$ . Instabilitatea aparatului nu ne-a permis să facem măsurări pentru un număr mai mare de stele. Stelele de reper au fost alese dintre stelele care nu prezintau deplasări și care figurau în catalog ca avînd mișcări proprii foarte mici în interval de 1 000 ani, deci practic nule pentru intervalul de 22 ani. Au fost alese 8 stele, distribuite simetric pe clișeu, cîte două în fiecare cadran.

§ 2. *Măsurările și reducerile*. Am efectuat măsurările diferențiale în  $x$  și  $y$  pentru stelele de reper și pentru stelele cu mișcări proprii, pe care le-am exprimat în sutimi de milimetru. Am determinat coordonatele rectangulare ale stelelor referitor la centrul retelei. Ele sunt exprimate în milimetri și zecimi de milimetru. La efectuarea măsurărilor se produc erori în privința bisectării imaginilor stelare. Aceste erori în cazul nostru ating valoarea maximă de  $4-5 \mu$ .

Pentru determinarea constantelor clișeului  $B$  față de clișeul  $A$ , am utilizat datele stelelor de reper care figurează în tabela 7 și anume : coloana 1 indică numărul stelei din [30], coloana 2 — magnitudinea fotografică, coloanele 3 și 4 — coordonatele măsurate, coloanele 5 și 6 — diferența în  $x$  în cele două poziții ale clișeelor, coloanele 7 și 8 — diferența în  $y$ , exprimate în  $0,01 \text{ mm}$ .

Am scris apoi pentru aceste stele ecuațiile de la (4.1), (4.1'), (4.2), (4.2'), neglijînd termenii de ordinul doi, deoarece determinarea lor cere

Tabela 7

Nr. stelei	$m$	$x$	$y$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b'_1 - a'_1$	$a'_2 - b'_2$
1 431	6 <sup>m</sup> ,79	+13,4	+15,9	-0,29	0,00	+0,17	+0,54
1 876	6,97	+37,2	+22,0	-0,58	-0,28	+1,21	+0,17
531	8,85	-42,6	+13,0	-0,05	-0,77	+0,17	+0,33
1 028	7,35	-11,0	+12,3	+0,39	-0,61	+1,38	+2,04
530	9,31	-43,0	-44,9	-0,15	+0,61	-0,06	+1,05
1 117	10,95	-6,6	-36,0	+0,19	-0,17	-0,66	+0,77
1 380	6,94	+10,4	-34,3	-1,16	-0,28	+0,99	+1,54
1 797	10,66	+32,7	-51,4	-0,49	+0,11	+1,49	+0,22

un număr mare de stele de reper. A van Manne [16] a utilizat, pentru determinarea mișcărilor proprii din rouriile  $h$  și  $\chi$  din Perseu, 210 stele de reper, însă eroarea este de același ordin de mărime cu constantele determinate. S r ö m g r e n [26]<sup>1)</sup> arată că „asocierea termenilor de ordinul doi în rezolvare cere mult lucru în plus, care trebuie să fie considerat ca fără scop”.

Am obținut următoarele valori ale constantelor clișeului  $B$  față de clișeul  $A$  în cele două poziții și ale erorilor lor probabile :

$$\begin{aligned} k_x &= -0,02 & +0,05, & k_y = -0,68 & \pm 0,06, \\ p_x &= +0,0025 \pm 0,0019, & p_y &= -0,0009 \pm 0,0035, \\ r_x &= -0,0095 \pm 0,0032, & r_y &= +0,0118 \pm 0,0036, \\ k'_x &= +0,23 & \pm 0,06, & k'_y &= -0,80 & \pm 0,07, \\ p'_x &= -0,0008 \pm 0,0034, & p'_y &= +0,0015 \pm 0,0038, \\ r'_x &= +0,0087 \pm 0,0038, & r'_y &= -0,0066 \pm 0,0032 \end{aligned}$$

Valorile constantelor înlocuite pentru fiecare din cele 31 stele în ecuațiile (4.3), (4.3'), (4.4), (4.4'), ne-au dat pe  $\Delta x'$ ,  $\Delta y'$ ,  $\Delta x''$ ,  $\Delta y''$ , iar mediile lor ne-au dat pe  $\Delta x$  respectiv  $\Delta y$ . Tabela 8 contine următoarele date pentru cele 31 stele : în coloana 1 — numărul stelei din [30], în coloanele 2 și 3 — coordonatele măsurate, în coloanele 4—7 — cantitățile  $b_1 - a_1$ ,  $a_2 - b_2$ ,  $b'_1 - a'_1$ ,  $a'_2 - b'_2$ , iar în coloanele 8 și 9 — cantitățile  $\Delta x$  și  $\Delta y$ .

Am calculat după cum indică N e c h v i l e [18] eroarea medie între măsurările efectuate în cele două poziții ale clișeelor ; pentru intervalul considerat ea este  $\pm \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = \pm 0'',012$ , ceea ce revine la o eroare

medie în mișcarea proprie anuală de  $\pm 0'',005$ .

Pentru determinarea constantelor clișeului  $A$ , am considerat 6 dintre stelele de reper utilizate anterior ; stelele 1 117 și 1 797 avînd magnitudini mai mari de 9,5 nu figurează în catalogul Yale [31]; ele au fost înlocuite cu stelele 652 și 1 284. Pentru acestea am calculat  $X$ ,  $Y$  plecind de la  $\alpha$  și  $\delta$  corectate de mișcările proprii, pe care le-am exprimat în minute de arc. Coordonatele  $x$ ,  $y$  au fost măsurate la mașina Zeiss de măsurat

<sup>1)</sup> p. 20.

Tabela 8

Nr. stelei	x	y	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b'_1 - a'_1$	$a'_2 - b'_2$	$\Delta x$	$\Delta y$
180	-75,0	-9,9	-2,10	-3,04	+1,96	+3,57	-2,53	+2,32
213	-70,9	+11,5	-1,94	-2,28	+2,51	+3,62	-2,07	+2,51
234	-69,1	+1,0	-1,06	-1,32	+2,31	+3,48	-1,14	+2,33
281	-65,0	+11,2	-1,32	-2,26	+1,35	+3,09	-1,74	+1,65
294	-63,8	+27,6	-1,95	-3,31	+2,45	+4,15	-2,59	+2,73
309	-62,1	+14,2	-1,36	-2,42	+1,66	+2,57	-1,84	+1,54
404	-52,6	+38,8	-1,43	-1,92	+2,60	+4,04	-1,63	+2,82
412	-52,5	+32,9	-3,82	-5,18	+3,77	+5,29	-4,45	+3,55
457	-49,7	-56,5	-1,37	-1,09	+2,64	+3,52	-1,14	+2,45
546	-41,2	+35,8	-1,71	-2,26	+3,69	+4,02	-1,93	+3,23
609	-37,5	+4,7	-1,49	-2,42	+2,91	+4,14	-1,88	+2,88
784	-25,6	+29,8	-1,49	-1,64	+2,92	+3,94	-1,49	+2,77
903	-18,5	-6,5	-2,76	-3,40	+5,42	+5,63	-2,99	+4,78
1 070	-8,8	-27,6	-1,75	-1,97	+2,59	+2,36	-1,75	+4,78
1 075	-8,1	+0,1	+1,77	+1,23	+1,18	+1,79	+1,60	+1,75
1 083	-7,7	-17,9	-0,94	-0,83	+3,63	+4,16	-0,78	+0,77
1 149	-4,4	+18,4	-0,60	-0,95	+3,22	+2,93	-0,68	+3,17
1 241	+1,7	+31,6	-1,32	-1,81	+2,84	+2,57	-1,47	+2,35
1 346	+8,8	-32,7	-3,48	-3,31	+4,22	+3,67	-3,27	+1,96
1 349	+9,0	-22,8	-2,21	-2,30	+3,18	+2,93	-2,13	+3,17
1 521	+17,9	-13,6	-0,57	-1,01	+4,10	+3,70	-0,66	+3,11
1 640	+24,6	-40,5	+1,42	+1,52	+3,52	+2,82	+1,61	+2,35
1 666	+25,2	-3,6	-1,56	-1,36	+2,59	+1,90	-1,33	+1,44
1 683	+26,5	-50,5	-2,17	-1,01	+2,18	+1,60	-1,43	+1,36
2 182	+53,9	-52,3	-1,33	-0,66	+4,88	+3,55	-0,82	+3,32
2 401	+65,1	-9,8	-1,54	-1,89	+4,88	+4,47	-1,55	+3,76
2 435	+67,2	+12,1	-1,42	-1,24	+3,39	+1,95	-1,17	+1,76
2 439	+67,7	-35,1	+0,78	+1,76	+3,06	+2,40	+1,44	+1,80
2 443	+68,1	-40,0	+2,03	+3,22	+1,15	-0,10	+2,80	-0,40
2 499	+71,1	-17,7	-2,52	-1,75	+2,60	+1,82	-1,96	+1,28
2 554	+75,0	+9,1	-1,58	-2,01	+3,59	+2,47	-1,63	+2,14

clisee a Observatorului din București, pentru a obține o precizie suficientă. Constantele  $a$ ,  $b$ ,  $a'$ ,  $b'$ , le-am dedus scriind pentru aceste stele ecuațiile de la (4.9), (4.10). Avem următoarele ecuații de condiție :

$$\begin{aligned}
 & +45,5190a + 27,2247b = +26,4809 & +15,7013, \\
 & +21,7601a + 21,0772b = +12,4440 & +12,1811, \\
 & -34,3835a + 18,1162b = -19,8762 & +10,5612, \\
 & -2,6618a + 17,4222b = -1,4771 & +10,1160, \\
 & -34,6014a - 39,8937b = -20,1214 & -23,0729, \\
 & -26,3586a - 5,4779b = -15,3815 & -3,1174, \\
 & +18,8502a - 29,1220b = +10,9153 & -16,9274, \\
 & +12,0763a - 9,3371b = +7,0186 & -5,4435,
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

unde pentru determinarea constantelor  $a'$  și  $b'$  se înlocuiesc  $a$ ,  $b$  cu  $a'$ ,  $b'$ , iar termenii din membrul doi, cu coloana din dreapta de la (5.1). Tratarea prin metoda celor mai mici pătrate ne-a furnizat cîte două ecuații normale, din care am dedus următoarele valori ale constantelor  $a$ ,  $b$ ,  $a'$ ,  $b'$ , și ale erorilor lor probabile :

$$a = +0,579205 \pm 0,000710,$$

$$b = +0,000953 \pm 0,000766,$$

$$a' = -0,002191 \pm 0,000402,$$

$$b' = +0,578656 \pm 0,000433.$$

Am introdus constantele  $a$ ,  $b$ ,  $a'$ ,  $b'$  în formulele (4.5). Am obținut  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  exprimate în  $0'01$ , deoarece  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  sunt exprimate în  $0,01$  mm. Am calculat termenii  $X\Delta Y \operatorname{tg} \delta_0$ ,  $-X\Delta X \operatorname{tg} \delta_0$ , pe care i-am introdus în formulele (4.11) și am obținut cantitățile  $B$  și  $C$ . În tabela 9 sunt date următoarele date pentru cele 31 stele : în coloana 1 – numărul stelei, în coloanele 2,3 – coordonatele ecuatoriale pentru 1950,0 ; în coloanele 4 și 5 – componentele mișcării proprii după paralel și meridian  $\mu_\alpha \cos \delta$  și  $\mu_\delta$  obținute de noi și înmulțite cu 1 000 ; în coloanele 6 și 7 – aceleasi mărimi luate din [30], iar în coloanele 8 și 9 – diferențele determinărilor noastre față de [30].

Tabela 9

Nr. stelei	$\alpha_{1950,0}$	$\delta_{1950,0}$	$\mu_\alpha \cos \delta$ 0''.001	$\mu_\delta$ 0''.001	$(\mu_\alpha \cos \delta)_H$ 0''.001	$(\mu_\delta)_H$ 0''.001	$(\mu_\alpha \cos \delta)_H - (\mu_\alpha \cos \delta)$ 0''.001	$(\mu_\delta)_H - (\mu_\delta)$ 0''.001
180	3 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> 52 <sup>s</sup> 0	+23°43'18"	+41''	+36''	-27''2	+33''3	-14''	+3''
213		58,9	55 59	-33	+39	-22,1	+37,0	-11
234	38	3,2	48 51	-18	+37	-8,9	+31,3	-9
281		13,4	55 51	-28	+26	-17,4	+20,3	+6
294		16,2	24 5 16	-42	+43	-36,5	+33,3	-5
309		20,0	23 57 24	-30	+24	-20,0	+16,7	+10
404		42,2	24 11 42	-26	+44	-15,2	+28,9	-11
412		44,7	5 0	-71	+62	-58,5	+54,3	+15
457		53,2	23 16 18	-18	+39	-13,7	+35,9	-4
546	39	12,7	24 10 11	-31	+51	-32,2	+31,5	+3
609		23,1	23 21 56	-30	+45	-30,4	+40,3	+20
784		52,5	24 6 47	-24	+44	-20,8	+42,5	-5
903	40	11,6	23 44 53	-48	+76	-51,9	+66,3	+4
1 070		36,1	33 2	-28	+28	-31,1	+16,0	+10
1 075		37,3	49,37	+25	+12	+29,5	+3,8	+8
1 083		38,7	39 2	-13	+50	-12,1	+46,5	-1
1 149		47,2	24 0 5	-11	+37	-17,3	+27,8	+6
1 241	41	2,4	4 24	-23	+31	-19,6	+36,7	+9
1 346		20,4	23 30 29	-52	+50	-12,1	+46,5	-1
1 349		20,9	36 13	-34	+36	-22,8	+43,9	+4
1 521		43,4	41 36	-10	+49	-14,4	+46,3	-8
1 640	42	0,0	23 12	+26	+37	+15,0	+39,6	+3
1 666		2,6	47 26	-21	+23	-25,7	+24,5	-2
1 683		5,5	20,55	-23	+22	-22,5	+21,2	0
2 182	43	14,1	18 20	-13	+53	-22,4	+50,2	+3
2 401		43,8	43 54	-24	+60	-19,3	+46,2	-5
2 435		48,6	56 34	-18	+28	-23,2	+42,8	+14
2 439		49,4	28 33	+23	+28	+12,7	+33,7	-15
2 443		50,0	26 25	+44	-6	+30,0	+3,3	-6
2 499	44	0,4	38 54	-31	+21	-22,8	+27,7	-8
2 554		8,8	54 38	-25	+34	-18,1	+28,8	+7

Diferențele ating cea mai mare valoare în  $\mu_\alpha \cos \delta$  (14'') pentru stelele 180 și 2 443 ; aceste stele sunt situate la marginea cliseului. Diferența maximă în  $\mu_\delta$  este 20'' pentru steaua 546 pentru care  $y = +35,8$  mm. Nu se poate stabili o legătură între aceste diferențe și pozițiile corespunzătoare pe cliseu ale stelelor.

Pentru a ne da seama de eroarea pe care am făcut-o în determinările de mai sus, am considerat diferențele din ultimele două coloane ale

tabelei 9 ca abateri față de valorile mișcărilor proprii din [30] și am calculat eroarea pătratică medie. Am obținut

$$\pm 0'',0078 \text{ în } \mu \cos \delta \text{ și } \pm 0'',0084 \text{ în } \mu \delta.$$

Pentru a găsi natura acestor erori, am întocmit două grafice luând în abscaș eroarea în  $\mu \cos \delta$  respectiv în  $\mu \delta$  și în ordonată numărul stelelor pentru care se întâlnește eroarea respectivă. Punctele s-au așezat după curba lui Gauss, deci erorile sunt de natură accidentală.

#### 6. Determinarea mișcărilor proprii a 25 stele în constelația Aquila

§ 1. *Materialul* utilizat l-au constituit două perechi de clișee fotografice \*) din constelația Aquila, având aceeași ascensie și diferind în declinație cu 20 minute de arc. Clișeele au dimensiunile  $13 \times 18$  cm și au fost efectuate cu ajutorul ecuatorialului fotografic al Observatorului din București. Clișeele vechi au fost efectuate pentru studiul variabilei PP Aquilae și au imprimată rețeaua de 5 mm. Prima pereche de clișee (I) are coordonatele :

$$\alpha_{1950,0} = 19^{\text{h}}50^{\text{m}}20^{\text{s}}, \quad \delta_{1950,0} = +12^{\circ}.$$

Clișeul A a fost obținut la 3 august 1933 și are expuneri de 9 și 3 minute, iar clișeul B la 13 august 1956 și are o expunere de 12 minute. Unghiiurile orare sunt de  $-49^{\text{m}}$  respectiv  $-1^{\text{h}}19^{\text{m}}$ . Perechea a două de clișee (II) are coordonatele :

$$\alpha_{1950,0} = 19^{\text{h}}50^{\text{m}}20^{\text{s}}, \quad \delta_{1950,0} = +12^{\circ}20'$$

și unghiiurile orare de  $+53^{\text{m}}$  respectiv  $+58^{\text{m}}$ .

Din cauza sensibilității diferite a clișeeelor, la obținerea clișeeelor recente s-a făcut o expunere mai lungă, pentru ca imaginile stelare să fie pe cît posibil de aceleași dimensiuni. Au fost comparate imaginile de pe clișeele recente cu cele cu expunerea de 9 minute de pe clișeele vechi.

Pentru determinarea mișcărilor proprii am aplicat procedeul descris mai sus. Pentru determinarea constantelor clișeului B față de clișeul A, am utilizat și stele care nu figurează în catalogul BD și care sunt definite prin poziția lor pe clișeul fotografic. De asemenea stelele cù mișcări proprii care nu figurează în catalogul BD, sunt definite tot prin coordonatele  $x$  și  $y$ . Numărul redus al stelelor care figurează în catalogul AG nu ne-a permis determinarea coordonatelor ecuatoriale ale stelelor amintite. Am utilizat pentru fiecare pereche de clișee cîte 16 stele de comparație, cîte patru în fiecare cadran. Am determinat mișcările proprii pentru 25 stele; dintre acestea, 13 sunt comune ambelor clișee, 9 sunt determinate de pe prima pereche de clișee, 3 de pe a doua.

§ 2. *Măsurările și reducerile*. Măsurările diferențiale au fost efectuate la comparatorul blink pentru ambele perechi de clișee și în cîte două poziții diferind cu  $180^{\circ}$  între ele. Deoarece clișeele recente nu aveau imprimată rețeaua de 5 mm, am efectuat măsurarea coordonatelor  $x$  și  $y$  la mașina Zeiss de măsurat clișee. Tabela 10, analog cu tabela 7, conține datele stelelor de reper.

\*) Clișeele vechi au fost efectuate de prof. C. Popovici, cele recente de L. Nogacevski-Rusu de la Observatorul din București.

Tabela 10

Nr. BD	$x$	$y$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b'_1 - a'_1$	$a'_2 - b'_2$
I	+ 4,3	+ 56,3	- 0,13	+ 0,24	- 0,04	+ 0,24
	+ 6,3	+ 20,4	+ 0,24	+ 0,10	- 0,08	+ 0,15
	+ 30,4	+ 26,3	- 0,15	- 0,15	- 0,24	+ 0,29
	+ 33,9	+ 48,2	0,00	+ 0,15	+ 0,16	- 0,15
	- 27,2	+ 18,9	+ 0,73	+ 0,34	- 0,75	+ 0,44
	- 61,0	+ 18,8	+ 0,37	+ 0,78	+ 0,38	+ 0,97
	- 15,3	+ 27,3	+ 0,38	+ 0,15	- 0,25	- 0,63
	- 25,6	+ 24,5	+ 0,49	+ 0,39	- 0,18	+ 0,34
	- 51,8	- 46,7	+ 0,54	+ 0,10	+ 0,19	+ 0,53
	- 40,6	- 47,0	+ 1,05	+ 0,15	- 0,14	+ 0,39
	- 58,6	- 44,9	+ 1,01	+ 0,44	- 0,17	+ 0,29
	- 44,3	- 0,4	+ 1,15	+ 0,34	- 0,44	+ 0,53
	+ 50,8	- 38,3	- 0,74	- 1,12	- 0,04	- 0,53
	+ 58,6	- 46,9	- 1,67	- 0,19	+ 0,08	+ 0,49
	+ 14,3	- 24,6	- 0,64	- 0,73	+ 0,20	+ 0,24
	+ 68,4	- 25,8	- 0,87	- 0,10	- 0,14	+ 0,05
	+ 9,0	+ 17,6	- 0,23	- 0,27	- 0,42	+ 0,10
	+ 31,9	+ 17,5	+ 0,15	- 0,78	+ 0,30	+ 0,05
II	+ 72,0	+ 4,7	- 0,82	+ 1,39	- 0,42	- 1,02
	+ 38,5	+ 9,5	+ 0,37	- 1,31	+ 0,60	- 0,53
	- 48,6	+ 7,1	+ 0,18	+ 0,24	+ 0,60	+ 0,29
	- 47,1	+ 1,0	+ 1,25	+ 0,49	- 0,99	- 0,39
	- 18,2	+ 43,7	+ 1,40	+ 0,73	- 0,37	- 1,26
	- 13,7	+ 13,1	+ 0,62	+ 0,34	- 0,20	+ 0,63
	- 22,5	- 19,9	+ 0,59	+ 0,29	- 0,58	- 0,24
	- 39,5	- 39,1	+ 0,63	+ 0,29	- 0,66	- 0,05
	- 21,0	- 44,2	+ 0,67	0,00	- 0,75	- 0,05
	- 57,4	- 20,1	+ 1,09	+ 0,15	+ 0,16	- 0,97
	+ 24,4	- 38,1	- 0,86	- 0,73	+ 0,08	- 0,68
	+ 24,0	- 49,1	- 0,30	- 0,63	- 0,31	+ 0,34
	+ 67,7	- 56,1	- 0,02	- 0,82	+ 0,44	+ 0,39
	+ 11,0	- 18,3	- 0,10	+ 0,15	+ 0,10	- 1,02

Pentru perechea I am determinat constantele și erorile lor probabile :

$$\begin{aligned} k_x &= -0,06 \pm 0,06, & k_y &= +0,09 \pm 0,06, \\ p_x &= +0,0159 \pm 0,0016, & p_y &= +0,0011 \pm 0,0015, \\ r_x &= -0,0034 \pm 0,0018, & r_y &= +0,0007 \pm 0,0013, \\ k'_x &= -0,04 \pm 0,05, & k'_y &= -0,21 \pm 0,07, \\ p'_x &= +0,0072 \pm 0,0012, & p'_y &= +0,0012 \pm 0,0020, \\ r'_x &= -0,0049 \pm 0,0015, & r'_y &= -0,0045 \pm 0,0017. \end{aligned}$$

Analog pentru perechea II, avem :

$$\begin{aligned} k_x &= -0,35 \pm 0,09, & k_y &= +0,13 \pm 0,08, \\ p_x &= +0,0115 \pm 0,0022, & p_y &= -0,0017 \pm 0,0030, \\ r_x &= -0,0048 \pm 0,0026, & r_y &= -0,0041 \pm 0,0021, \\ k'_x &= +0,18 \pm 0,06, & k'_y &= +0,37 \pm 0,11, \\ p'_x &= +0,0126 \pm 0,0015, & p'_y &= +0,0058 \pm 0,0036, \\ r'_x &= -0,0018 \pm 0,0021, & r'_y &= +0,0008 \pm 0,0031. \end{aligned}$$

Am înlocuit valorile constantelor pentru stelele cu mișcări proprii în ecuațiile (4.3), (4.3'), (4.4), (4.4') și făcind mediile, am obținut cantitățile  $\Delta x$  și  $\Delta y$ . Dăm în tabela 11 următoarele date pentru cele 25 stele: în coloana 1 — numărul stelei dat de noi, în coloana 2 — numărul BD, în coloanele 3 și 4 — coordonatele  $x$  și  $y$ , în coloanele 5 și 7 — diferențele în  $x$ , în coloanele 6 și 8 — diferențele în  $y$ , în coloanele 9 și 10 — cantitățile  $\Delta x$  și  $\Delta y$ .

Tabela 11

Nr. stelei	Nr. BD	$x$	$y$	$b_1 - a_1$	$b'_1 - a'_1$	$a_2 - b_2$	$a'_2 - b'_2$	$\Delta x$	$\Delta y$
I 1	11°4004	-66,4	-38,5	+ 3,33	- 3,52	+ 1,99	- 2,86	+ 2,33	- 3,52
2	11°4003	-66,2	-31,1	+ 2,34	- 2,76	+ 1,54	- 2,43	+ 1,25	- 2,84
3	11°4006	-54,9	-30,0	+ 0,05	- 2,12	- 0,49	- 1,41	- 0,83	- 1,96
4	11°4010	-50,4	+ 8,1	+ 1,06	- 2,28	+ 0,53	- 1,89	+ 0,13	- 2,24
5		-43,4	-20,9	+ 1,69	+ 1,87	+ 1,20	+ 2,57	+ 0,98	+ 2,06
6	11°4012	-43,3	-29,7	+ 1,53	- 1,06	+ 1,28	- 0,78	+ 0,98	- 1,10
7	12°4113	-20,1	+ 31,7	+ 0,97	+ 1,06	+ 0,87	+ 1,46	+ 0,51	+ 1,20
8	11°4019	-16,0	-45,9	-21,10	-20,17	-22,80	-20,08	-22,00	-20,34
9	11°4023	-12,2	+ 19,2	+ 1,07	- 1,71	+ 1,60	- 1,55	+ 1,47	- 1,59
10		-9,6	-39,0	- 2,08	- 4,22	- 2,26	- 3,64	- 2,17	- 4,06
11	11°4024	-3,0	+ 16,1	+ 1,45	- 2,37	+ 1,94	- 2,43	+ 1,55	- 2,45
12	11°4025	-0,1	+ 10,4	+ 0,50	- 0,86	+ 0,58	- 0,53	+ 0,44	- 0,75
13		+ 3,9	+ 59,0	- 3,10	- 7,38	- 2,76	- 7,13	- 3,19	- 7,24
14		+ 4,5	-29,2	+ 3,01	- 3,17	+ 2,91	- 3,24	+ 3,09	- 3,29
15		+ 5,6	-35,0	+ 1,28	- 6,28	+ 1,02	- 5,72	+ 1,31	- 6,09
16	12°4120	+14,8	+ 34,4	- 0,85	- 0,82	- 1,17	- 0,65	- 1,03	- 0,73
17	11°4035	+25,2	-47,8	+ 0,45	- 0,86	+ 0,52	- 0,68	+ 0,88	- 0,84
18		+ 30,5	+ 18,8	- 1,41	+ 0,99	- 0,73	+ 1,35	- 0,84	+ 1,19
19	11°4038	+42,3	- 9,6	+ 0,63	- 1,57	+ 0,78	- 1,54	+ 1,19	- 1,55
20		+47,7	- 8,6	- 2,10	- 0,45	- 1,53	- 0,29	- 1,28	- 0,35
21	11°4041	+50,5	+ 20,3	+ 0,62	+ 1,79	+ 0,88	+ 1,46	+ 1,20	+ 1,68
22	11°4048	+62,5	-11,1	+ 0,07	- 1,06	+ 0,86	- 1,30	+ 1,18	- 1,20
II 4		-45,6	-30,7	+ 0,97	- 2,09	+ 0,49	- 1,81	+ 0,14	- 1,63
5		-38,5	-59,7	+ 1,36	+ 1,96	+ 0,89	+ 2,20	+ 0,75	+ 2,39
7		-15,5	- 7,0	+ 0,97	+ 1,26	+ 0,58	+ 0,78	+ 0,51	+ 1,33
9		- 7,5	-19,6	+ 1,90	- 1,77	+ 1,55	- 2,03	+ 1,59	- 1,65
11		+ 1,6	-22,7	+ 1,83	- 2,21	+ 1,16	- 2,53	+ 1,53	- 2,14
12		+ 4,6	-28,3	+ 0,64	- 1,10	+ 0,49	- 1,06	+ 0,61	- 0,87
16		+19,5	- 4,3	- 1,28	- 0,75	- 1,60	- 1,04	- 1,31	- 0,67
18		+35,2	-19,9	- 1,06	+ 1,07	- 1,55	+ 0,78	- 0,93	+ 1,08
19		+47,1	-48,4	+ 0,59	- 1,71	+ 0,49	- 1,57	+ 1,29	- 1,58
20		+52,5	-47,2	- 1,55	- 0,24	- 1,94	- 0,40	- 1,06	- 0,27
21		+55,2	-18,3	+ 1,06	+ 1,75	+ 0,68	+ 1,16	+ 1,49	+ 1,57
22		+67,2	-49,7	+ 0,62	- 1,25	+ 0,18	- 1,46	+ 1,27	- 1,34
23	12°4094	-77,3	+ 41,7	+ 2,06	- 2,50	+ 1,55	- 2,94	+ 0,63	- 2,17
24	12°4124	+27,9	+ 32,2	+ 0,40	+ 0,23	- 0,29	- 0,39	+ 0,18	+ 0,20
25	12°4133	+54,4	+ 30,9	+ 0,58	- 1,76	- 0,24	- 2,47	+ 0,62	- 1,91

Constantele clișeelor A I și A II le-am determinat cu ajutorul a cîte 8 stele de reper, ale căror coordonate au fost luate din catalogul Yale. Pentru clișeul A I am utilizat stelele: AG 7 506, 7 523, 7 524, 7 527, 7 531, 7 547, 7 553 G, 7 536, iar pentru clișeul A II: 7 524, 7 527,

7 531, 7 547, 7 553 G, 7 502, 7 540, 7 548. Dăm mai jos ecuațiile de condiție pentru determinarea constantelor  $a$  și  $b$ ; pentru determinarea constantelor  $a'$  și  $b'$ , se înlocuiesc în aceste ecuații  $a$ ,  $b$  cu  $a'$ ,  $b'$  și termenul liber cu coloana indicată din dreapta sistemelor de mai jos:

## Clișeul A I

$$\begin{aligned} 7 536 & + 12,0476 a + 36,5629 b = + 7,1070 + 21,0976, \\ 7 531 & - 2,9155 a + 12,5543 b = - 1,8041 + 7,3293, \\ 7 527 & - 5,8517 a + 18,2424 b = - 3,4527 + 10,6635, \\ 7 524 & - 15,0137 a + 21,3178 b = - 8,7422 + 12,5315, \\ 7 506 & - 69,0212 a - 28,9875 b = - 40,5578 - 16,1240, \\ 7 523 & - 18,4948 a - 43,5652 b = - 11,3334 - 24,9822, \\ 7 547 & + 39,5318 a - 7,3092 b = + 24,4061 - 44,6344, \\ 7 553 G & + 59,7173 a - 8,8157 b = + 34,3074 - 5,7409 \end{aligned}$$

## Clișeul A II:

$$\begin{aligned} 7 540 & + 13,4430 a + 40,0468 b = + 7,7661 + 23,1345, \\ 7 548 & + 39,9477 a + 38,6360 b = + 23,1004 + 22,1548, \\ 7 502 & - 91,7428 a + 50,2654 b = - 53,1927 + 29,7670, \\ 7 524 & - 22,4471 a - 11,4599 b = - 13,3551 - 6,5095, \\ 7 527 & - 13,2152 a - 14,6075 b = - 8,0656 - 8,3775, \\ 7 531 & - 10,2997 a - 20,3130 b = - 6,4170 - 11,7117, \\ 7 547 & + 32,0594 a - 40,4576 b = + 20,4682 - 23,6754, \\ 7 553 G & + 52,2543 a - 42,1102 b = + 29,6957 - 24,7819. \end{aligned}$$

Am dedus pentru constantele clișeelor A I și A II și pentru erorile lor probabile, valorile:

## Clișeul A I:

$$\begin{aligned} a & = + 0,587645 \pm 0,004055, & b & = + 0,003835 \pm 0,005830, \\ a' & = - 0,010292 \pm 0,000358, & b' & = + 0,578614 \pm 0,000443. \end{aligned}$$

## Clișeul A II:

$$\begin{aligned} a & = + 0,581867 \pm 0,005190, & b & = - 0,002492 \pm 0,006366, \\ b & = - 0,006626 \pm 0,000151, & b' & = + 0,580030 \pm 0,000185. \end{aligned}$$

§ 3. *Rezultate.* După aplicarea procedeului de reducere, am obținut componentele mișcării proprii relative pentru cele 25 stele. Din catalogul Yale am extras mișcările proprii a 12 stele care se află pe cele două clișee. Am făcut diferențele între determinările noastre și mișcările proprii date de catalog. Diferențe sînt în ambele sensuri. Din această cauză nu am aplicat corecția pentru trecerea la mișcarea proprie absolută — aceasta fiind foarte mică — ci am utilizat aceste diferențe pentru calculul erorii pătratice mijlocii. A rezultat că eroarea de determinare în mișcarea proprie anuală este de  $+ 0'',004$ .

Tabela 12 conține: în coloana 1 — numărul stelei dat de noi, în coloana 2 — numărul BD, în coloanele 3—6 — componentele mișcărilor proprii determinate de noi (cu perechea I de clișee, respectiv II), în coloanele 7 și 8 — componentele mișcărilor proprii care figurează în catalogul

Yale; în coloanele 9 și 10 — diferențele determinărilor noastre față de componentele mișcărilor proprii din catalogul Yale (unitate  $0'',001$ ) :

Tabela 12

Nr. stelei	Nr. BD	$(\mu_\alpha)_I$	$(\mu_\delta)_I$	$(\mu_\alpha)_{II}$	$(\mu_\delta)_{II}$	$(\mu_\alpha)_Y$	$(\mu_\delta)_Y$	$(\mu_\delta)_Y$ $- \mu_\alpha$	$(\mu_\delta)_Y$ $- \mu_\delta$
1	11°4004	+0'',036	-0'',054						
2	4003	+0,019	-0,043			+0'',020	-0'',038	+1	+5
3	4006	-0,013	-0,030						
4	4010	+0,002	-0,034	+0,002	-0,025				
5		+0,015	+0,031	+0,012	+0,026				
6	4012	+0,015	-0,017						
7	12 4113	+0,008	+0,018	+0,008	+0,020				
8	11 4019	-0,347	-0,313			-0,338	-0,319	+9	+6
9	4023	+0,023	-0,023	+0,025	-0,025	+0,025	-0,025	+1	-1
10		-0,034	-0,061						
11	4024	+0,024	-0,038	+0,024	-0,032	+0,021	-0,040	-3	-5
12	4025	+0,007	-0,011	+0,009	-0,013	+0,006	-0,010	-2	+2
13		-0,051	-0,109	-0,048	-0,111				
14		+0,048	-0,051						
15		+0,020	-0,092						
16	12 4120	-0,017	-0,011	-0,020	-0,010	-0,015	-0,008	+4	+3
17	11 4035	+0,014	-0,013			+0,009	-0,010	-5	+3
18		-0,013	+0,018	-0,014	+0,016				
19	4038	+0,018	-0,024	+0,020	-0,024	+0,016	-0,020	-3	+4
20		-0,020	-0,005	-0,017	-0,004				
21	4041	+0,021	+0,026	+0,021	+0,023				
22	4048	+0,018	-0,018	+0,020	-0,020	+0,014	-0,015	-5	+4
23	12 4094					+0,010	-0,033	+1	0
24	4124					+0,003	+0,011	-0,033	
25	4133					+0,010	-0,029	+0,001	-1
						+0,008	-0,029	-2	0

Steaua 13 care se află pe ambele clișee are o mișcare proprie remarcabilă :

$$\mu_\alpha = -0''050, \quad \mu_\delta = -0''110$$

## CONCLUZII

În această lucrare am făcut studiul comparatorului de la Observatorul din Cluj, determinând constantele comparatorului blink pe care l-am utilizat la măsurări. Din acest studiu reiese că erorile suruburilor micrometrice sunt în general mici și nu depășesc eroarea ce se comite într-o măsurare. Erorile progresive de scară sunt de asemenea mici ; eroarea maximă este de ordinul de mărime al erorii ce se produce la aducerea vernierului în dreptul unei gradații.

Comparatorul blink studiat nu îndeplinește o condiție esențială : cele două clișee să fie fixate pe un suport absolut rigid, permitînd conservarea indefinitely a poziției clișeelor o dată suprapuse, condiție importantă deoarece în acest dispozitiv este vizibilă numai o parte redusă a clișeelor

SCHEMA DE CALCUL

												C <sub>10</sub>												11 C <sub>10</sub>																																																																																																																	
												C <sub>8</sub>			C <sub>9</sub>			10 C <sub>9</sub>			A <sub>00</sub>			A <sub>10</sub>			A <sub>20</sub>			A <sub>30</sub>			A <sub>40</sub>			A <sub>50</sub>			A <sub>60</sub>			A <sub>70</sub>			A <sub>80</sub>			A <sub>90</sub>			A <sub>10,0</sub>			A <sub>11,1</sub>			C <sub>21</sub>			n <sub>0</sub>			n <sub>00</sub>			N <sub>0</sub>			v <sub>0</sub>			N <sub>10</sub> <sup>*</sup>			N <sub>21</sub> <sup>*</sup>			n <sub>0</sub>			N <sub>0</sub>			12 Δv <sub>0</sub>			Δv <sub>0</sub>			v <sub>0</sub>																																															
C <sub>1</sub>			2 C <sub>1</sub>			3 C <sub>2</sub>			A <sub>06</sub>			A <sub>16</sub>			A <sub>26</sub>			A <sub>36</sub>			A <sub>46</sub>			A <sub>56</sub>			A <sub>66</sub>			A <sub>76</sub>			A <sub>86</sub>			A <sub>96</sub>			A <sub>10,5</sub>			A <sub>11,5</sub>			5 C <sub>17</sub>			C <sub>18</sub>			n <sub>1</sub>			n <sub>10</sub>			N <sub>1</sub>			v <sub>1</sub>			N <sub>9</sub> <sup>*</sup>			N <sub>20</sub> <sup>*</sup>			n <sub>1</sub>			N <sub>1</sub>			12 Δv <sub>1</sub>			Δv <sub>1</sub>			v <sub>1</sub>																																																								
C <sub>0</sub>			A <sub>07</sub>			A <sub>17</sub>			A <sub>27</sub>			A <sub>37</sub>			A <sub>47</sub>			A <sub>57</sub>			A <sub>67</sub>			A <sub>77</sub>			A <sub>87</sub>			A <sub>97</sub>			A <sub>10,7</sub>			A <sub>11,7</sub>			7 C <sub>15</sub>			C <sub>16</sub>			n <sub>2</sub>			n <sub>20</sub>			N <sub>2</sub>			v <sub>2</sub>			N <sub>8</sub> <sup>*</sup>			N <sub>19</sub> <sup>*</sup>			n <sub>2</sub>			N <sub>2</sub>			12 Δv <sub>2</sub>			Δv <sub>2</sub>			v <sub>2</sub>																																																														
A <sub>09</sub>			A <sub>19</sub>			A <sub>29</sub>			A <sub>39</sub>			A <sub>49</sub>			A <sub>59</sub>			A <sub>69</sub>			A <sub>79</sub>			A <sub>89</sub>			A <sub>99</sub>			A <sub>10,9</sub>			A <sub>11,9</sub>			9 C <sub>13</sub>			C <sub>14</sub>			n <sub>3</sub>			n <sub>30</sub>			N <sub>3</sub>			v <sub>3</sub>			N <sub>7</sub> <sup>*</sup>			N <sub>18</sub> <sup>*</sup>			n <sub>3</sub>			N <sub>3</sub>			12 Δv <sub>3</sub>			Δv <sub>3</sub>			v <sub>3</sub>																																																																	
A <sub>1,10</sub>			A <sub>2,10</sub>			A <sub>3,10</sub>			A <sub>4,10</sub>			A <sub>5,10</sub>			A <sub>6,10</sub>			A <sub>7,10</sub>			A <sub>8,10</sub>			A <sub>9,10</sub>			A <sub>10,10</sub>			A <sub>11,10</sub>			10 C <sub>12</sub>			C <sub>13</sub>			n <sub>7</sub>			n <sub>70</sub>			N <sub>7</sub>			v <sub>7</sub>			N <sub>3</sub> <sup>*</sup>			N <sub>14</sub>			n <sub>7</sub>			N <sub>7</sub>			12 Δv <sub>7</sub>			Δv <sub>7</sub>			v <sub>7</sub>																																																																				
m <sub>1</sub>			m <sub>2</sub>			m <sub>3</sub>			m <sub>4</sub>			m <sub>5</sub>			m <sub>6</sub>			m <sub>7</sub>			m <sub>8</sub>			m <sub>9</sub>			m <sub>10</sub>			11 C <sub>11</sub>			n <sub>8</sub>			n <sub>80</sub>			N <sub>8</sub>			v <sub>8</sub>			N <sub>2</sub> <sup>*</sup>			N <sub>13</sub> <sup>*</sup>			n <sub>8</sub>			N <sub>8</sub>			12 Δv <sub>8</sub>			Δv <sub>8</sub>			v <sub>8</sub>																																																																										
M <sub>1</sub>			M <sub>2</sub>			M <sub>3</sub>			M <sub>4</sub>			M <sub>5</sub>			M <sub>6</sub>			M <sub>7</sub>			M <sub>8</sub>			M <sub>9</sub>			M <sub>10</sub>			M <sub>11</sub>			n <sub>9</sub>			n <sub>90</sub>			N <sub>9</sub>			v <sub>9</sub>			N <sub>1</sub> <sup>*</sup>			N <sub>12</sub> <sup>*</sup>			n <sub>9</sub>			N <sub>9</sub>			12 Δv <sub>9</sub>			Δv <sub>9</sub>			v <sub>9</sub>																																																																										
M <sub>0</sub>			M <sub>1</sub> <sup>*</sup>			M <sub>2</sub> <sup>*</sup>			M <sub>3</sub> <sup>*</sup>			M <sub>4</sub> <sup>*</sup>			M <sub>5</sub> <sup>*</sup>			M <sub>6</sub> <sup>*</sup>			M <sub>7</sub> <sup>*</sup>			M <sub>8</sub> <sup>*</sup>			M <sub>9</sub> <sup>*</sup>			M <sub>10</sub> <sup>*</sup>			M <sub>11</sub> <sup>*</sup>			M <sub>12</sub> <sup>*</sup>			M <sub>13</sub> <sup>*</sup>			M <sub>14</sub> <sup>*</sup>			M <sub>15</sub> <sup>*</sup>			M <sub>16</sub> <sup>*</sup>			M <sub>17</sub> <sup>*</sup>			M <sub>18</sub> <sup>*</sup>			M <sub>19</sub> <sup>*</sup>			M <sub>20</sub> <sup>*</sup>			K			n <sub>10</sub>			N <sub>10</sub>			v <sub>10</sub>			N <sub>0</sub> <sup>*</sup>			N <sub>11</sub> <sup>*</sup>			n <sub>10</sub>			N <sub>10</sub>			12 Δv <sub>10</sub>			Δv <sub>10</sub>			v <sub>10</sub>																																												
11 Δμ <sub>0</sub>			11 Δμ <sub>1</sub>			11 Δμ <sub>2</sub>			11 Δμ <sub>3</sub>			11 Δμ <sub>4</sub>			11 Δμ <sub>5</sub>			11 Δμ <sub>6</sub>			11 Δμ <sub>7</sub>			11 μΔ <sub>8</sub>			11 Δμ <sub>9</sub>			11 Δμ <sub>10</sub>			11 Δμ <sub>11</sub>			Δμ <sub>0</sub>			Δμ <sub>1</sub>			Δμ <sub>2</sub>			Δμ <sub>3</sub>			Δμ <sub>4</sub>			Δμ <sub>5</sub>			Δμ <sub>6</sub>			Δμ <sub>7</sub>			Δμ <sub>8</sub>			Δμ <sub>9</sub>			Δμ <sub>10</sub>			Δμ <sub>11</sub>			μ <sub>0</sub>			μ <sub>1</sub> '			μ <sub>2</sub> '			μ <sub>3</sub> '			μ <sub>4</sub> '			μ <sub>5</sub> '			μ <sub>6</sub> '			μ <sub>7</sub> '			μ <sub>8</sub> '			μ <sub>9</sub> '			μ <sub>10</sub> '			μ <sub>11</sub> '			v <sub>0</sub>			v <sub>1</sub> '			v <sub>2</sub> '			v <sub>3</sub> '			v <sub>4</sub> '			v <sub>5</sub> '			v <sub>6</sub> '			v <sub>7</sub> '			v <sub>8</sub> '			v <sub>9</sub> '		

## **Şurubul orizontal**

Scara 0-11

PLANSA 1

Scara 11 – 22

**Surubul orizontal**  
**Scara 22-33**

PLANŞA 2

1 241																		
1 243 13 655																		
1 239 11 188 12 485 1 250 1 200 1 315 1 305 1 325 1 300 1 320 1295 1 315 1 300 1 280																		
1 259	9 910	1 400	1 425	1 385	1 415	1 455	1 450	1 500	1 425	1 415	1 450	1 425	1 500	2 741	32			
1 257	8 816	1 375	1 350	1 400	1 395	1 425	1 450	1 425	1 430	1 450	1 415	1 400	1 525	4 067	1 371			
1 263	7 543	1 350	1 315	1 385	1 400	1 355	1 375	1 400	1 370	1 350	1 350	1 325	1 320	5 322	1 356			
1 260	6 313	1 175	1 265	1 200	1 285	1 300	1 300	1 295	1 270	1 280	1 255	1 230	1 300	6 378	1 331			
1 271	5 040	1 175	1 200	1 150	1 200	1 185	1 200	1 215	1 220	1 200	1 205	1 200	1 075	7 632	1 278			
1 202	3 813	1 225	1 270	1 300	1 315	1 295	1 305	1 325	1 385	1 295	1 305	1 295	1 000	8 680	1 240			
9 851	2 404	1 400	1 395	1 415	1 425	1 435	1 450	1 430	1 415	1 400	1 395	1 350	1 335	9 797	1 240			
	1 150	1 185	1 200	1 225	1 265	1 250	1 285	1 250	1 300	1 255	1 235	1 400	11 262	1 225				
	1 350	1 425	1 450	1 435	1 450	1 485	1 425	1 420	1 400	1 400	1 500	12 751	1 251					
														13 750	1 275			
14 010	14 310	14 620	14 720	14 780	14 980	14 800	14 725	14 625	14 465	1 250								
14 100	14 350	14 285	14 060	13 960	14 085	14 055	14 205	14 305	14 555									
+90	+40	-335	-660	-820	-895	-745	-520	-320	+90	0								
0	+8	+4	-30	-60	-75	-81	-68	-47	-29	+8	-370	-378	-382	-352	-292	-217	-136	
0	+8	+12	-18	-78	-153	-234	-302	-349	-378	-370	12 935							
12 230	13 730	13 980	13 915	13 960	13 590	13 715	13 685	13 835	13 935	14 185	12 881							
22 329	13 728	13 801	13 781	13 746	13 723	13 738	13 757	13 849	13 962	14 090	-54							
+99	-2	-179	-134	+56	+133	+23	+72	+14	+27	-95	-5							
+9	0	-16	-12	+5	+12	+2	+7	+1	+2	-9	-5							
+9	+8	-12	-42	-55	-63	-79	-61	-46	-27	-1								

**Scara 33-44**

1 287																		
1 273 14 157																		
1 292 12 731 1 400 1 385 1 365 1 400 1 385 1 405 1 390 1 300 1 350 1 380 1 360																		
1 289	11 631	1 225	1 250	1 250	1 300	1 350	1 385	1 365	1 320	1 300	1 280	1 300	1 250					
1 310	10 314	1 425	1 405	1 400	1 450	1 450	1 445	1 480	1 515	1 460	1 450	1 450	1 500	2 585	9 949			
1 319	9 172	1 400	1 395	1 380	1 400	1 455	1 460	1 445	1 500	1 480	1 450	1 425	1 400	3 997	1 293			
1 330	7 911	1 375	1 350	1 360	1 400	1 395	1 415	1 400	1 450	1 360	1 380	1 400	1 475	5 137	1 332			
1 350	6 650	1 150	1 200	1 190	1 200	1 195	1 250	1 225	1 285	1 185	1 200	1 100	1 060	6 436	1 284			
1 357	5 398	1 350	1 355	1 345	1 350	1 400	1 400	1 415	1 450	1 400	1 340	1 265	1 225	7 588	1 287			
1 369	4 070	1 300	1 315	1 300	1 280	1 300	1 325	1 350	1 335	1 300	1 300	1 250	1 200	8 847	1 265			
9 992	2 737	1 475	1 450	1 425	1 450	1 445	1 435	1 500	1 485	1 400	1 365	1 315	1 300	10 128	1 264			
	1 400	1 335	1 345	1 350	1 400	1 450	1 435	1 400	1 300	1 350	1 300	1 350	11 411	1 266				
	1 350	1 340	1 380	1 385	1 400	1 385	1 330	1 300	1 315	1 400	12 870	1 268						
														14 242	1 287			
14 790	14 700	14 960	15 160	15 370	15 405	15 425	14 865	14 795	14 480	1 295								
14 900	14 850	14 675	14 575	14 450	14 360	14 460	14 460	14 535	14 560									
+110	+150	-285	-585	-920	-1 045	-955	-425	-260	+80									
0	+10	+14	-26	-53	-84	-95	-87	-39	-24	+7	0							
0	+10	+24	-2	-55	-139	-234	-321	-360	-384	-377	-377	-387	-401	-375	-322	-236	-143	-56
13 124	14 524	14 474	14 299	14 199	14 074	13 986	14 084	14 084	14 159	14 184	12 784							
23 168	14 471	14 389	14 300	14 216	14 150	14 096	14 073	14 068	14 108	14 128	22 790							
+44	-53	-85	+1	+17	+76	+110	-11	-16	-51	-56	+6							
+4	-5	-8	0	+2	+7	+10	-1	-1	-5	-5	+1							
+4	+5	+4	-26	-51	-77	-85	-88	-40	-29	+2	+1							

12 955	13 305	+ 350	+ 32	-370	+ 32	14 217	14 122	- 95	- 8	+ 24								
12 425	13 205	+ 780	+ 71	-402	+103	15 356	15 333	- 23	- 2	+ 69								
14 345	12 805	-1 540	-140	-473	-37	15 195	15 205	+ 10	+ 1	-139								
14 140	12 680	-1 460	-133	-333	-170	15 077	15 088	+ 11	+ 1	-132								
13 625	12 735	- 890	- 81	-200	-251	14 954	15 016	+ 62	+ 5									

Scara 7-18

și suprapunerea o dată realizată este adeseori distrusă prin simple deplasări necesare examinării pe toată întinderea lor. Cauzele care duc la distrugerea coincidenței optice a clișeelor, pot fi înălțurate prin :

- înlocuirea actualelor șuruburi de la barele care fixează clișeele, prin șuruburi care să le fixeze sub presiune ;
- efectuarea măsurărilor în continuare sau în decursul aceleiași ședințe, prin evitarea variațiilor de temperatură. Aparatul este eficace în cazul cînd avem de efectuat măsurări puține ;
- acționînd șuruburile care deplasează dispozitivul glisant cu multă precauție.

Am făcut un studiu comparativ de mișcări proprii în Pleiade, stabilind precizia cu care se pot determina mișcările proprii relative ( $0'',008$ ) ; de asemenea am determinat mișcările proprii a 25 stele în regiunea Aquila, 13 dintre acestea ne mai fiind determinate (din confruntarea cu cataloagele existente) ; dintre acestea, una prezintă o mișcare proprie remarcabilă.

Față de rezultatele obținute, putem concluînd că stereocomparatorul de la Observatorul astronomic din Cluj, poate fi utilizat pentru :

- descoperirea stelelor cu mișcări proprii ;
- descoperirea stelelor cu paralaxe sensibile și măsurarea acestora — fără utilizarea altor artificii — căci în acest caz direcțiile cantităților care se măsoară sunt cunoscute și sunt aceleasi pentru stelele cu paralaxe sensibile de pe clișeu ;
- descoperirea stelelor variabile.

Comparatorul blink poate fi utilizat la :

- determinări de mișcări proprii ;
- determinări de poziții fotografice ale planetelor mici și ale altor obiecte, utilizînd metoda de reducere a lui F. Kaiser [13] în care se cere cunoașterea distanței între două puncte și a distanței de la un punct la o dreaptă, dacă toate punctele de măsurat sunt cuprinse în cîmpul ocularului.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПАРАТОРА КЛУЖСКОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

### РЕЗЮМЕ

Работа содержит исследование компаратора Клужской обсерватории с приложением к определению собственных движений.

В разделе 1 указывается предел стереоскопического зрения, а, следовательно, и причина построения стереоприборов. Описывается стереокомпаратор Клужской обсерватории и метод работы с ним.

В разделе 2 описывается блинк-компаратор (устройство моно-кулярного типа) и указывается его принцип работы.

В разделе 3 проводится исследование постоянных блинк-компаратора. Определяются: значение шагов микрометрических винтов, периодические и прогрессивные ошибки микрометрических винтов,

прогрессивные ошибки шкал сравнения, угол между микрометрическими нитями, углы между микрометрическими нитями и направлениями их трансляционного сдвига.

В разделе 4 описывается метод открытия и определения собственных движений фотографическим путем.

В разделе 5 определяются компоненты относительных собственных движений для 31 звезды из Плеяд на основании пары снимков, полученных один за другим через 22 года при помощи экваториала Бухарестской обсерватории ( $D=38$  см,  $F=570$  см). Полученные значения были сравнены со значениями из [30] и на основании их разности была вычислена средняя квадратичная ошибка, равная  $\pm 0''008$  в годовом собственном движении.

В разделе 6 определяются компоненты собственных движений для 25 звезд из Орла при помощи двух пар снимков областей, отличающихся на  $20'$  по склонению, и полученных одно после другого через 20 лет.

Из сопоставления с существующими каталогами следует, что для 13 из этих звезд не были определены собственные движения. Звезда 13 (обозначение автора) обладает собственным движением, заслуживающим внимания:  $\mu_\alpha = -0''05$ ,  $\mu_\delta = -0''011$ .

В заключение показывается, что стереокомпаратор может быть использован для открытия собственных движений, заметных параллаксов и переменных звезд, а блинк-компаратор — для определения относительных собственных движений и фотографических положений малых планет.

## ÉTUDE DU COMPARATEUR DE L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE CLUJ

### RÉSUMÉ

L'auteur présente une étude du comparateur de l'Observatoire de Cluj, avec une application à la détermination des mouvements propres.

Dans la première section, on indique la limite de la vision stéréoscopique et, par conséquent, la cause de la construction des dispositifs stéréoscopiques. On décrit le stéréocomparateur de l'Observatoire de Cluj, ainsi que la méthode de travail.

Dans la section 2, est donnée la description du comparateur «blink» — dispositif du type monoculaire —, ainsi que son principe de fonctionnement.

L'objet de la section 3 est l'étude des constantes du comparateur «blink». On y détermine : la valeur des pas des vis micrométriques, les erreurs périodiques et progressives des vis micrométriques, les erreurs progressives des échelles de comparaison, l'angle entre les fils micrométriques, les angles entre les fils micrométriques et leurs directions de translation.

La section 4 donne la méthode pour découvrir et déterminer les mouvements propres au moyen de la photographie.

Dans la section 5, l'auteur montre comment on a déterminé les composantes des mouvements propres relatifs de 31 étoiles dans les Pléiades, au moyen d'une paire de clichés pris, à 22 ans d'intervalle, avec l'équatorial photographique de l'Observatoire de Bucarest ( $D=38$  cm,  $F=570$  cm). Les différences résultées de la comparaison entre les valeurs obtenues et les valeurs fournies par [30] ont permis de calculer l'erreur quadratique moyenne de  $\pm 0''.008$  dans leur mouvement propre annuel.

Dans la section 6, on a déterminé les composantes des mouvements propres de 25 étoiles de l'Aigle, en utilisant deux paires de clichés de la région à  $20'$  de déclinaison les uns des autres, et pris à 23 ans d'intervalle. En les confrontant avec les catalogues existants, l'auteur a constaté que les mouvements propres de 13 de ces étoiles n'ont été déterminés. L'étoile 13 (notation de l'auteur) présente un mouvement propre remarquable :  $\mu_\alpha = -0''.05$ ;  $\mu_\delta = -0''.011$ .

Pour conclure, l'auteur montre que l'on peut utiliser le stéréo-comparateur pour découvrir les mouvements propres, les parallaxes sensibles et les étoiles variables, et le comparateur «blink» pour déterminer les mouvements propres relatifs et les positions photographiques des petites planètes.

### BIBLIOGRAPHIE

- АЛБИЦКИЙ, ВЯЗАНИЦЫН, ДЕЙЧ, ЗЕЛЦЕР, КРАТ, МАРКОВ, МЕЙКЛЯР, МЕЛЬНИКОВ НИКОНОВ, ШАЙН, ШАРОНОВ, *Курс астрофизики и звездной астрономии*, I, Москва, 1951.
- ARMEANCA I., *Untersuchungen der Schraube des Positions mikrometers der Universitäts-Sternwarte zu Cluj-Timișoara*. Bulletin de la Société des sciences de Cluj, IX, 467—474 (1943).
- BAKER E.A., *The Variables in the Selected Areas at 75° and 60° North Declination*. Publications of the Royal Observatory, Edinburgh, I, 1, 1—10 (1939).
- BART BOK, SIDNEY MC CUSKEY, *First List of Objectiv-Prism Radial Velocities*. Annal of the Astronomical Observatory of Harvard College, 105, 327—355 (1937).
- BIGOURDAN G., *Instruction sur l'usage de l'équatorial et sur la réduction des observations*. Annales de l'Observatoire de Paris, 1—208 (1885).
- BOSLER J., *L'emploi du blink-microscope pour l'étude des mouvements propres des étoiles de la carte du ciel*. Bulletin astronomique, II, 33—44 (1922).
- CLAVIER J., *Nouvelle méthode des mesures différentielles de mouvements propres par double reproduction des deux clichés à comparer sur le même contretype*. Bulletin astronomique, XI, 2—15 (1938).
- DEMETRESCU G., *Etude de la vis principale du micromètre de l'équatorial photographique de l'Observatoire de Bucarest*. Bulletin de l'Observatoire de Bucarest, 1—8 b.
- *Etude du micromètre du cercle méridien de l'Observatoire de Bucarest*. Bulletin de la section scientifique de l'Académie Roumaine, XIX, 1—3, 1—11.
- EICHNORN H., *Ein verkürztes Verfahren zur exakten Bestimmung von Schrauben- oder Skalenfehlern*. Mitteilungen der Universitäts-Sternwarte Wien, 7, 46—66 (1954).
- FURUHJELM R., *Recherches sur les mouvements propres des étoiles dans la zone photographique de Helsinki*. Acta Societatis Fennicae, XLVIII, 5—187 (1916).
- GODARD H., *Détermination de mouvements propres au blink-microscope*. Journal des observateurs, IX, 153—157 (1926).
- KAISER F., *Über die Interpolationsmethode bei photographischen Himmelsaufnahmen*. Astronomische Nachrichten, 210, 377—384 (1920).

14. KIENLE H., *Photographische Photometrie. Handbuch der Experimentalphysik*, **26**, 647–794 (1937).
15. LAGARDE I., *Formules et tables pour faciliter l'emploi des catalogues photographiques en coordonnées rectilignes*. Journal des observateurs, **XI**, 17–36 (1928).
16. MANNEN A. VAN, *The proper motions of 1418 stars in the near the cluster h and χ Persei*. Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht, **V**, 21 (1911).
17. NECHVILE V., *Sur la précision des mesures au blink-microscope, avec quelques remarques sur sa construction*. Journal des observateurs, **VII**, 73–78 (1924).
18. — *Recherches sur les mouvements propres de 3802 étoiles*. Bulletin astronomique, **V**, 223–317 (1925).
19. ПАРЕНДО П. П., *Курс звездной астрономии*. Москва, 1954.
20. PULFRICH C., *Über die Nutzbarmachung des Stereo-Komparators für die monokularen Gebrauch und über ein hierfür bestimmtes monokulares Vergleichs-Mikroskop*. Zeitschrift für Instrumentenkunde, **XXIV**, 161–166 (1904).
21. — *Über neuere Anwendungen der Stereoskopie und über einen hierfür bestimmten Stereo-Komparator*. Zeitschrift für Instrumentenkunde, **XXII**, 65–81 (1902).
22. RÖSCH J., *Les mesures stéréoscopiques et leurs applications astronomiques*. Bulletin de la société astronomique de France, **69**, 97–109 (1946).
23. — *Mesures stéréoscopiques appliquée à l'astronomie et recherches connexes d'optique physiologique*. Actualités scientifiques et industrielles, **955** (1943).
24. РОЗЕНБЛУМ Н. Д., *Опыт обработки фотографии метеора на стереокомпаратопе*. Астрономический циркуляр, **168**, 22–23 (1956).
25. SIADBAY V. G., *Mouvements propres de 24 étoiles*. Annales scientifiques de l'Université de Jassy, **XVIII**, 4–14 (1931).
26. STRÖMGREN E., *Parallaxen der „Selected Areas“*. Astronomische Nachrichten, **201**, 15–20 (1915).
27. ТУДОРОВСКИЙ А. И., *Теория оптических приборов*. Москва, 1952.
28. ZURHELLEN W., *Darlegung und Kritik der Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen aufgestellten Formeln und Methoden*. Frankfurt, 1904.
29. — *Beschreibung des Blink-comparators*. 7.
30. — *Catalogue de 3259 étoiles dans les Pléiades contenant les mouvements propres relatifs de 2920 étoiles dérivées à l'aide de 161 clichés de 15 observatoires d'Alger, Bonn, Bordeaux, Copenhague, Greenwich, Harvard, Helsingfors, Leyde, Oxford (Université), Oxford (Radcliffe), Paris, Potsdam, Pulkovo, Tachkent et du Vatican, mesurés par Sanders, Kooreman, Hertzsprung et d'autres et discutés par E. Hertzsprung*. Annalen van de Sterrewacht te Leiden, **XIX**, eerste stuk, A (1947).
31. *Transactions of the Astronomical Observatory of Yale University*. 25 (1954).

Primit la 16.II.1959.