

COMPTES RENDUS DES SÉANCES  
DE  
L'ACADEMIE DES SCIENCES DE ROUMANIE

---

S O M M A I R E

I. SCIENCES MATHEMATIQUES.

	<u>Page</u>
1. Remarques sur une équation intégrale singulière de M. E. Picard. Par D. V. Ionesco. Mt. A. S. R.	271
2. Sur l'inversion des fonctions non analytiques. Par Miron Niculesco. Mc. A. S. R.	273
3. Le principe d'identité et le principe du syllogisme. Par Gr. C. Moisil Mc. A. S. R.	276
4. Sur les 5-tissus du plan de rang maximum et les surfaces représentatives de l'espace projectif à cinq dimensions. Par Al. Pantazi. Mc. A. S. R.	278
5. Sur un théorème de M. Banach. Par C. Trufinescu	281
6. Sur le principe de contradiction. Par Eug. Mihăilescu	284
7. Sur la correspondance par plans tangents parallèles entre deux surfaces réglées, avec correspondance des génératrices. Par I. Creangă	287
8. Généralisation d'une formule de Crofton dans un espace de Riemann à $n$ dimensions. Par M. Haimovici	291
9. Directions concourantes le long d'une courbe, sur une surface d'un espace conforme. Par Adolf Haimovici	296
10. Détermination de la latitude de l'Observatoire de Bucarest. Par N. Dinulesco et Călin Popovici	301
11. Orbite améliorée de la planète 1381=QJ 1930 par Călin Popovici.	307

II. SCIENCES PHYSIQUE ET CHIMIQUES.

1. L'action des composés organomagnésiens mixtes sur les cétones furaniques à deux doubles liaisons conjuguées. Par N. Maxim. Mc. A. S. R. et Mlle Magdalena Popescu	309
2. Les phénomènes de coloration manifestés par les dérivés de la thio (resp. oxo) 2-aryl 3-hydroxy-4-tétrahydro-1,2,3,4-quinazoline. Par C. V. Gheorghiu. Mc. A. S. R.	314
3. Contributions à l'étude des figures de Lichtenberg. Par Th. V. Ionescu. Mt. A. S. R. et V. J. Mageru	819
4. Phénomènes physiques et modèle mathématique en théorie des probabilités. Par Pius Servien Mc. A. S. R.	324
5. Sur la stabilisation des dispositifs de protection des lignes électriques en cas de rupture de synchronisme dans les réseaux interconnectés. Par R. Dubuc	327

III. SCIENCES NATURELLES ET BIOLOGIE APPLIQUEE.

1. Enkistement des cercaires d'Echinopariphium decurvatum (Linstov) et destruction des métacercaires à l'intérieur de l'hôte intermédiaire. Par G. Dinulesco	330
--	-----



# REMARQUES SUR UNE ÉQUATION INTÉGRALE SINGULIÈRE DE M. E. PICARD

par D. V. JONESCO Mt. A. S. R.

(Séance du 20 Déc. 1936)

M. E. Picard<sup>1)</sup> considère l'équation intégrale singulière

$$(1) \quad f(x) + \lambda \int_0^\infty \cos xy f(y) dy = g(x)$$

d'un type différent de celui de Fredholm et montre que l'équation sans second membre a un nombre infini de solutions pour les valeurs singulières  $\lambda = \pm \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ .

I. En changeant le paramètre  $\lambda$  et la fonction  $f(x)$ , on peut écrire l'équation (1) sous la forme

$$(2) \quad f(x) + \int_0^\infty \cos \alpha xy f(y) dy = g(x)$$

où  $\alpha$  est une constante positive.

Fredholm a montré que si l'on élimine la fonction  $g(x)$  entre les équations intégrales

$$\begin{aligned} f(x) + \int_a^b M(x, s) f(s) ds &= g(x) \\ g(x) + \int_a^b N(x, s) g(s) ds &= h(x) \end{aligned}$$

on obtient une équation intégrale du même type.

Dans cette note je veux montrer que cette circonstance n'a pas lieu pour l'équation intégrale singulière (2).

En effet, si l'on élimine la fonction  $g(x)$  entre les équations

$$f(x) + \int_0^\infty \cos \alpha xy f(y) dy = g(x)$$

1. E. Picard: *Acta Mathematica* Tome 47, 1911, p. 4. „Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles, 1927, p. 60.



$$g(x) + \int_a^{\infty} \cos \beta x y \, g(y) dy = h(x)$$

qui sont du même type, on obtient l'équation fonctionnelle

$$f(x) + \frac{\pi}{2\alpha} f\left(\frac{\beta}{\alpha}x\right) + \int_{-\infty}^{\infty} (\cos \alpha xy + \cos \beta xy) f(y) dy = h(x)$$

qui est d'un type tout à fait différent des équations intégrales classiques.

II. La méthode de M. E. Picard pour résoudre l'équation singulière (1), peut s'appliquer également au système d'équations

$$(3) \quad \begin{aligned} a_{11}f_1(x) + a_{12}f_2(x) + \dots + a_{1n}f_n(x) + \lambda \int_0^\infty \cos xy f_1(y) dy &= g_1(x) \\ a_{21}f_1(x) + a_{22}f_2(x) + \dots + a_{2n}f_n(x) + \lambda \int_0^\infty \cos xy f_2(y) dy &= g_2(x) \\ \vdots & \\ a_{n1}f_1(x) + a_{n2}f_2(x) + \dots + a_{nn}f_n(x) + \lambda \int_0^\infty \cos xy f_n(y) dy &= g_n(x) \end{aligned}$$

où les  $a_{ik}$  sont des constantes dont le déterminant n'est pas nul.

On trouve que les fonctions  $f_i(x)$  sont données par le système d'équations linéaires

$$-\frac{\pi\lambda^2}{2}f_i(x) + \sum_{j=1}^n c_{ij}f_j(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij}g_j(x) - 2\lambda \int_0^\infty \cos xy g_i(y) dy$$

$$(i=1, 2, \dots, n)$$

où les  $c_{ij}$  sont les éléments du carré du déterminant  $\| a_{ij} \|$ , c'est à dire

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} a_{kj}$$

Il résulte que les  $f_i(x)$  considérées comme des fonctions de  $\lambda$ , ont des pôles, qui sont les racines de l'équation

$$\begin{vmatrix} c_{11} - \frac{\pi\lambda^2}{2} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} - \frac{\pi\lambda^2}{2} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} - \frac{\pi\lambda^2}{2} \end{vmatrix} = 0$$

Le système d'équations (3), sans second membre, admet en général des solutions nulles, sauf pour le cas où  $\lambda$  est une des racines de l'équation précédente.