

STUDIA
UNIVERSITATUM
VICTOR BABEŞ ET BOLYAI

TOMUS III NR.3

S E R I E S I
FASCICULUS 1
MATHEMATICA

C L U J
1958

PROFESORUL THEODOR ANGHELUȚA CU OCAZIA IMPLINIRII VÂRSTEI DE 75 ANI

de
D. V. IONESCU

În anul 1957, Profesorul Theodor Angheluță a împlinit frumoasa vîrstă de 75 ani și peste 50 de ani de activitate didactică și științifică. Vom căuta în acest articol să arătăm cele mai însemnate etape din cariera sa.

Profesorul Theodor Angheluță s-a născut la Bîrlad unde a făcut și primele studii : clasele primare și liceul. A dovedit de tînr mari aptitudini pentru matematici, ceea ce l-a făcut ca după absolvirea liceului, să se înscrie în 1902 la Universitatea din București pentru a face licența în matematici. A avut profesori pe marii noștri profesori David Emmanuel, N. Coculescu, A. Ioachimescu, Gh. Țițeica, Anton Davidoglu, Ermil Pangrati și Spiru Haret care au avut un rol deosebit, potrivit timpului lor, în dezvoltarea culturală a țării noastre și care au jucat un mare rol în formarea sa științifică.

Din 1905 pînă în 1909 Profesorul Theodor Angheluță a avut diferite însărcinări ca profesor secundar, iar în 1909 a plecat la Paris pentru desăvîșirea studiilor sale și pentru a începe cercetări științifice. La Paris a avut profesori pe cei mai mari maeștrii ai matematicilor din acea vreme, pe E. Goursat, E. Picard, P. Painlevé, E. Cartan, G. Darboux și H. Poincaré. Cel care l-a atras însă cel mai mult a fost E. Picard, membru al Academiei de Științe care conducea cercetările științifice la un mare număr de tineri francezi și străini. În acea epocă E. Picard a avut elevi romîni celebri pe Traian Lalescu, S. Sanielișvili și S. Stoilov. Talentul și valoroasele lucrări ale acestora ca și a elevilor mai vechi cum a fost Anton Davidoglu, au făcut ca E. Picard să aibă o vie simpatie pentru romîni. Așa se explică faptul că Theodor Angheluță căutînd să obțină favoarea de a lucra cu marele maestru E. Picard a obținut o primire din cele mai calde. De altfel trebuie spus că tînrul Theodor Angheluță cîștigase atenția lui E. Picard asupra sa, cu ocazia examenului de Analiză superioară, la care obținuse împreună cu un coleg francez Joseph Pérès, mențiunea maximă. Astfel Theodor Angheluță a devenit elevul lui E. Picard.

La declanșarea primului războiu mondial, Theodor Angheluță își întrerupe activitatea sa științifică începută în condiții atât de bune, se reîntoarce în țară și greutățile vieții îl obligă să redevină profesor secundar până în 1910. În acest an Theodor Angheluță își începe cariera sa universitară ca profesor suplinitor de Algebră Superioară, al Profesorului Traian Lalescu. Această situație se continuă până în 1923 când în urma obținerii titlului de doctor în matematici la 1 mai 1923, cu teza: *Aproximarea funcțiilor de variabilă reală*, a fost numit la 1 noiembrie 1923, profesor titular de Algebră Superioară la Universitatea din Cluj.

Activitatea științifică propriu zisă a lui Theodor Angheluță începe în 1913, când publică două note importante în dările de seamă ale Academiei de științe din Paris și care constituiesc esența tezei sale de doctorat de mai târziu. Aceste note sunt relative la dezvoltările lui Cauchy în serie de exponențiale.

Se știe că o aplicație deosebit de interesantă a teoriei rezidurilor a fost făcută de Cauchy la dezvoltarea unei funcții de variabilă reală $f(x)$, definite într-un interval (x_0, x_1) într-o serie de exponențiale de forma

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi(\lambda_n)}{\pi'(\lambda_n)} e^{\lambda_n x} \int_{x_0}^x e^{-\lambda_n \mu} f(\mu) d\mu,$$

unde $\psi(z)$ și $\pi(z)$ sunt funcții întregi de variabilă complexă z , iar λ_n sunt zerourile, presupuse simple, ale funcției $\pi(z)$. În anumite condiții care au fost precizate de E. Picard, și când funcția $f(x)$ este cu variație mărginită, seria precedentă converge și are ca sumă în orice punct al intervalului (x_0, x_1) pe $\frac{f(x+0) + f(x-0)}{2}$

Luând ca punct de plecare faptul că seria precedentă, de o mare generalitate, conține ca un caz particular seriile trigonometrice, Theodor Angheluță obține următoarele rezultate:

1°. Seria lui Fourier nu este singura serie exponențială care să fie periodică.

2°. Proprietatea seriei lui Fourier de a fi sumabilă prin metoda mediilor aritmetice, rămâne valabilă și în cazul când

$$\pi(z) = P(z) e^{az} + Q(z) e^{-az}, \quad \psi(z) = e^{-az} Q(z)$$

$P(z)$ și $Q(z)$ fiind polinoame de același grad. Acest caz conține dezvoltările întâlnite de Fourier în probleme de propagarea căldurii.

3°. În cazul particular

$$\pi(z) = e^{z(\theta-\varphi)} + e^{-z(\theta-\varphi)} - 2 \sin 2\varphi, \quad \psi(z) = e^{-z(\theta-\varphi)} - \sin 2\varphi,$$

seriile de exponențiale se reduc la seriile lui Fourier și care au fost considerate pentru prima oară de matematicianul A. Buhl, dar care le-a obținut printr-un procedeu cu totul diferit, pornind dela un principiu datorit lui H. Poincaré.

4°. Introducându-se un procedeu de sumare exponențială, s-a arătat că limita sumei

$$E = - \sum \frac{\psi(\lambda_i)}{\pi'(\lambda_i)} e^{\lambda_i x} \left(\frac{e^{\lambda_i \alpha} - e^{-\lambda_i \alpha}}{e^{\lambda_i \alpha}} \right)^2 \int_0^{2\alpha} e^{\lambda_i \mu} f(\mu) d\mu$$

cînd $\alpha \rightarrow 0$, este $\frac{f(x+0) + f(x-0)}{2}$ cînd $x \in (0, 2\alpha)$, iar $f(x)$ este o funcție mărginită și integrabilă.

Într-o altă notă asupra reprezentării funcțiilor de o variabilă reală din 8. ian. 1923, publicată în dările de seamă ale Academiei de Științe din Paris, Theodor Anghelulă a dat o nouă metodă de sumare a seriilor Fourier relativă la funcția $f(x)$, utilizînd sumele

$$\Sigma_n = \frac{S_1 + 3S_2 + \dots + (2n-1)S_n}{n^2}$$

analoage sumelor lui Fejér. Făcînd asupra lui $f(x)$ aceleași ipoteze ca și în cazul sumării lui Fejér, s-a arătat că $\Sigma_n \rightarrow \frac{f(x+0) + f(x-0)}{2}$ cînd $n \rightarrow \infty$,

determinîndu-se și ordinul de aproximatie. Polinoamele trigonometrice introduse cu această ocazie și atașate unei funcții mărginite și integrabile generalizează polinoamele trigonometrice introduse de Fejér, Jackson și Lalescu.

Rezultatele obținute de Theodor Anghelulă în aceste lucrări au fost folosite de Prof. V. Alaci și de Prof. M. Ghermănescu în tezele lor de doctorat.

Profesorul Theodor Anghelulă a mai făcut și alte lucrări în teoria funcțiilor: asupra unei clase de dezvoltări în serie a unei funcții holomorfe, despre seria lui Taylor a unei funcții holomorfe, despre o integrală a Prof. A. Denjoy, despre o proprietate care caracterizează transformările conforme, despre o generalizare a funcțiilor analitice făcută de Acad. Miron Niculescu, ... asupra cărora nu mai insist.

Se știe că prin lucrările lui Traian Lalescu, matematica românească a adus o contribuție importantă în teoria ecuațiilor integrale. Putem adăuga că și Profesorul Theodor Anghelulă și-a adus contribuția sa în dezvoltarea acestei teorii. Lucrările sale în acest domeniu sunt publicate în dările de seamă ale Academiei de Științe din Paris.

În primele lucrări atenția sa s-a purtat asupra simburilor simetrice stingi introduși de Traian Lalescu și asupra simburilor polari. A demonstrat cu multă eleganță că proprietățile simburilor simetrice stingi se pot deduce din proprietățile simburilor simetici introduși de Hilbert. A demonstrat deasemenea că simburii polari au cel puțin o valoare caracteristică.

Inspirîndu-se de generalizarea ecuației seculare dată de Hermite, Profesorul Theodor Anghelulă a introdus simburii simetrice generalizați, care sunt simburii complexi $N(x, y)$ astfel ca

$$N(x, y) = \overline{N(y, x)}$$

Această clasă de simburii conține ca un caz particular atât simburii simetrici, cât și pe cei simetrici stîngi și proprietățile lor sunt analoage cu cele ale simburilor simetrici.

Pornind de la simburii simetrici și simetrici stîngi, J. Marty și Traian Lalescu, au definit simburii simetrizabili corespunzători. Procedind pe aceeași cale și avînd noțiunea de simburii simetric generalizat era firesc ca Profesorul Theodor Angheluță să definească clasa simburilor simetrizabili și să studieze, proprietățile lor.

Dînd o nouă generalizare ecuației seculare, Profesorul Theodor Angheluță a introdus o clasă nouă de simburii de forma

$$M(x, y) = K(x, y) + \lambda N(x, y)$$

care depind linear de parametru și în care simburii $K(x, y)$ și $N(x, y)$ sunt simetrici. Proprietățile simburilor simetrici se extind în mod natural la această clasă.

. . .

O altă latură importantă în cercetările Profesorului Theodor Angheluță o formează ecuațiile funcționale. Vom cita întîi ecuația funcțională

$$f(x + nh) - C_n^1 f(x + (n-1)h) + \dots + (-1)^n C_n^n f(x) = 0$$

relativ la care a demonstrat într-un stil clasic, analog cu cel relativ la ecuația funcțională a lui Cauchy, că singura funcție continuă care o verifică oricare ar fi x și h , este un polinom de gradul $n-1$. Această teoremă a fost folosită de Prof. P. Montel la demonstrarea unei teoreme a lui Jacobi. Ea a fost generalizată tot de Prof. P. Montel și deasemenea de Prof. T. Popoviciu.

În altă lucrare Profesorul Theodor Angheluță a extins ecuația funcțională de mai sus la funcții de mai multe variabile și a arătat că singurele funcții continue care verifică aceste noi ecuații funcționale sunt polinoamele de gradul $n-1$ în raport cu ansamblul variabilelor.

În altă lucrare Prof. Theodor Angheluță a arătat că dacă o funcție continuă în intervalul (a, b) satisface în mod uniform egalitatea

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + nh) - C_n^1 f(x + (n-1)h) + \dots + (-1)^n C_n^n f(x)}{h^n} = 0$$

oricare ar fi $x \in (a, b)$, atunci această funcție este un polinom de gradul $n-1$.

Această teoremă constituie o generalizare firească a teoremei clasice: o funcție a cărei derivată este nulă într-un interval este o constantă; și deasemenea a teoremei clasice a lui Schwarz: o funcție continuă a cărei derivată a doua generalizată este nulă într-un interval, este o funcție lineară.

Însă condiția de uniform convergență care nu este necesară pentru aceste două teoreme clasice, este indispensabilă în cazul $n > 2$.

Această teoremă a mai fost dată de Brouwer în 1908 și de Marchaud în 1927, însă demonstrația dată de Profesorul Theodor Angheluță este directă și mai simplă decît a acestor autori.

Se știe că Acad. D. Pompeiu a atras atenția asupra ecuației funcționale

$$\int_a^b f(x)\varphi(x)dx = f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \int_a^b \varphi(x)dx,$$

pe care a dedus-o din formula întâia a mediei. Fără a o integra dînsul a indicat numai cîteva soluții ale ei.

Profesorul Theodor Anghelulă a reușit printr-o metodă directă și ingenioasă să integreze această ecuație funcțională, reducînd-o la ecuația

$$\frac{\varphi(y) + \varphi(y+2x)}{\varphi(y+x)} = \frac{\varphi(y+2x) + \varphi(y+4x)}{\varphi(y+3x)}$$

pe care a integrat-o, presupunînd numai continuitatea funcției necunoscute $\varphi(x)$.

Rezultatele sale au fost extinse de alți matematicieni clujeni la funcții de mai multe variabile și aplicate la diferite probleme de geometrie.

Profesorul Theodor Anghelulă a mai integrat ecuația funcțională

$$\frac{f(y+4x) - f(y+x)}{f(y+3x) - f(y+2x)} = \frac{f(y+3x) - f(y)}{f(y+2x) - f(x+y)}$$

la care a ajuns studiînd o ecuație funcțională dată de Prof. A. Angelescu și care caracterizează conicele. Integrarea ecuației funcționale s-a făcut presupunînd numai că funcția necunoscută $f(x)$ este continuă.

Vorbînd despre ecuațiile funcționale, E. Picard spunea că nu există teorii generale despre ele și exprima speranța că cercetătorii vor trebui să-și îndrepte cercetările și în această direcție. Desigur că teoriile generale nu pot veni decît după ce vor fi tratate complet și corect, un mare număr de cazuri particulare. Exemplele studiate de Profesorul Theodor Anghelulă vor fi citate cu cinste ca exemple fundamentale alături de ecuațiile funcționale clasice ale lui Cauchy, Poisson și a altor matematicieni de seamă.

. . .

În teoria ecuațiilor algebrice, Prof. Theodor Anghelulă a adus deasemenea o contribuție importantă. Iată de exemplu lucrarea sa despre o limită pentru modulul rădăcinilor unui polinom, publicată în Buletinul Societății Matematice din Franța în 1939.

Dacă se consideră ecuația

$$a_0 + a_1x + \dots + a_px^p + \dots + a_nx^n = 0$$

se știe că Prof. P. Montel presupunînd că $a_0, a_1, \dots, a_p$ sînt dați, a demonstrat în 1923 că ea are p rădăcini mărginite în modul de un număr care depinde numai de coeficienții dați și de numărul termenilor diferiți de zero ai acestei ecuații.

În ipoteza că toți termenii ecuației sunt diferiți de zero, Van Vleck a arătat în 1925 că limita despre care vorbește în teorema Prof. P. Montel este rădăcina pozitivă a ecuației de gradul p .

$$|a_p| r^p - C_{n-p+1}^1 |a_{p-1}| r^{p-1} - C_{n-p+2}^2 |a_{p-2}| r^{p-2} - \dots - C_n^p |a_0| = 0.$$

Prof. P. Montel considerînd aceeași ecuație ca mai sus, în care coeficienții $a_0, a_1, \dots, a_{p-1}, a_n$ sunt dați, demonstrează că p rădăcini ale acestei ecuații sunt în modul mai mici decît rădăcina pozitivă a ecuației de gradul n

$$|a_n| r^n - C_{n-p}^0 |a_{p-1}| r^{p-1} - C_{n-p+1}^1 |a_{p-2}| r^{p-2} - \dots - C_{n-1}^{p-1} |a_0| = 0.$$

Profesorul Theodor Angheluță a reunit cele două teoreme ale lui Van Vleck și P. Montel în următoarea teoremă:

Dacă în ecuația considerată, coeficienții $a_0, a_1, \dots, a_{p-1}, a_{p+m}$ sunt dați, ea are p rădăcini care sunt mărginite în modul de rădăcina pozitivă a ecuației

$$|a_{p+m}| r^{p+m} - C_{n-p+1}^{m+1} |a_{p-1}| r^{p-1} - C_{n-p+2}^{m+2} C_{m+1}^1 |a_{p-2}| r^{p-2} - \dots - \\ - \dots - C_n^{m+p} C_{m+p-1}^{p-1} |a_0| = 0$$

Se vede bine că pentru $m = 0$, se obține teorema lui Van Vleck, iar pentru $p + m = n$ se obține teorema lui P. Montel.

Am schițat cîteva din lucrările Profesorului Theodor Angheluță și am arătat cele patru mari direcții de cercetare: teoria funcțiilor, teoria ecuațiilor integrale, ecuații funcționale și ecuații algebrice, în care a obținut rezultate importante. Din analiza întregii sale opere, se desprind următoarele concluzii: Profesorul Theodor Angheluță a atacat probleme grele și fundamentale, cu o profunzime de gândire, ingeniozitate de rezolvare și cu o mare putere de sinteză. Rezultatele sale sunt de o rară eleganță și au un caracter definitiv, ele tinzînd să devină clasice.

În întreaga sa activitate științifică trebuie subliniată continuitatea. Profesorul Theodor Angheluță a făcut cercetări tot timpul, publicînd lucrări una după alta. Chiar în ultimii ani, la o vîrstă înaintată, a publicat în revistele Academiei R. P. R. lucrări importante asupra numărului rădăcinilor unei ecuații algebrice cu partea imaginară pozitivă și a făcut aplicații ale diferențelor divizate. Deasemenea a prezentat comunicări la sesiunile științifice ale Universității V. Babeș și ale Institutului Politehnic din Cluj, iar actualmente continuă să lucreze și să îndrumeze pe colaboratorii săi dela Institutul Politehnic în studiile și cercetările lor.

S-a vorbit mai sus despre opera de cercetător a Profesorului Theodor Angheluță. Dar nu putem despărți pe cercetător de profesor și de aceea vom adăuga și despre rolul imens pe care Theodor Angheluță l-a avut în Universitatea V. Babeș ca profesor.

Lecțiile sale pot fi luate ca model. Ele erau minuțios pregătite, materialul bine încheiat. În lecții punea o adevărată pasiune care era foarte mult apreciată de studenți. Punctele esențiale ale lecțiilor și rezultatele erau întotdeauna subliniate și prezentate sub o formă foarte atrăgătoare pentru studenți. Lecțiile Profesorului Theodor Angheluță erau solemne, dînsul avea o considerare foarte mare despre studenți și știa să li se adreseze într-un mod foarte elegant și în același timp prietenos. La examene era sever dar drept și studenții apreciau acest lucru. De aceea prestigiul Profesorului Theodor Angheluță printre studenți era enorm și toți au rămas cu cele mai bune amintiri dela cursurile sale.

Materialul enorm adunat de Profesorul Theodor Angheluță în întreaga sa carieră didactică a fost ordonat și redactat. Dînsul a litografiat 6 cursuri și a tipărit un manual de Algebră superioară în două volume, în 1943 și 45, un manual de Teoria funcțiilor apărut în două ediții în 1940 și 1957., o culegere de probleme de Analiză, Geometrie diferențială și Mecanică în 1937, în colaborare cu Prof. T. Popoviciu și Prof. G. Călugăreanu.

Profesorul Theodor Angheluță a mai desfășurat o mare activitate în laboratorul pentru învățămîntul matematicilor unde conducea pregătirea studenților pentru examenul de capacitate și inițierea lor în cercetări matematice. Pentru o mai mare reușită a acțiunii ce ducea pentru întărirea cadrelor didactice din învățămîntul secundar. Profesorul Theodor Angheluță a utilizat revista „Gazeta Matematică” în care a propus probleme, a scris note și articole legate de cercetările sale și pe care le-a prezentat în modul cel mai atrăgător. Activitatea aceasta multilaterală a fost încununată de succes. În mai toate centrele din Ardeal și Banat există astăzi profesori de învățămînt mediu formați prin munca și stăruința sa. Toți acești profesori și elevi ai profesorului Theodor Angheluță, îi păstrează o vie recunoștință pentru tot ajutorul primit.

Prin toată activitatea sa didactică și științifică și prin atitudinea sa față de studenți, totdeauna gata a-i îndrepta, a le da un sfat bun și ai ajuta chiar materialicește, prin atitudinea sa față de studenții cu convingerile democratice înainte de 23 august 1944, profesorul Theodor Angheluță a fost și un mare educator. Convingerile sale democratice erau bine cunoscute și au făcut ca dînsul să fie primul decan al Facultății de Științe după eliberare.

Partidul și Guvernul au apreciat opera și atitudinea profesorului Th. Angheluță față de noul regim democrat. acordîndu-i o pensie personală și decorîndu-l cu Ordinul Muncii clasa I.

La 18 mai 1957, Profesorul Theodor Angheluță a fost sărbătorit în Aula Universității V. Babeș cu ocazia împlinirii vârstei de 75 ani. Rectorul Universității Tov. Acad. C. Daicoviciu, Decanul Facultății de Matematică și Fizică Tov. Prof. G. Călugăreanu, membru corespondent al Acad. R.P.R., colegii săi de facultate, lectori și asistenți, studenți și foști studenți din Cluj și din alte colțuri ale țării, au omagiat opera didactică și științifică a Profesorului Theodor Angheluță.

**75 ЛЕТ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ПРОФЕССОРА ТЕОДОРА АНГЕЛУЦЭ
(Краткое содержание)**

В этой статье автор даёт в общих чертах сведения о жизненном и о научной и педагогической деятельности профессора Т. Ангелуцэ

**LE PROFESSEUR THEODOR ANGHELUȚĂ
À L' OCCASION DE SON 75-e ANNIVERSAIRE
(Résumé)**

**Dans cet article, l'auteur présente dans leurs grandes lignes la
l'activité tant scientifique que pédagogique du professeur Th. Angh**

