

Universitatea din Iași
Facultatea de Matematică

1946 : 175

ANNALES SCIENTIFIQUES

DE

L'UNIVERSITÉ DE JASSY

PREMIÈRE PARTIE

(Mathématiques, Physique, Chimie)

TOME XXVIII, ANNÉE 1942

FASCICULE 1.



4019196
Periodica

TABLE DES MATIÈRES

	<u>Pages</u>
BARBILIAN C. — v. BOGDAN H.	
BEDREAG C. G. — Das Element $\frac{239}{93}$ als Uranid in der natürlichen Systematik der Elemente	139—142
— Structure et systématique naturelle des éléments	143—148
— Stabilité nucléaire II	251—262
BOGDAN C. P. — Sulle linee asintotiche della superficie di Steiner	23—30
BOGDAN H. (M-elle) et BARBILIAN C. — Combinaisons de l'acide $(Hg(S.N.C.)_3)H$ avec quelques bases organiques	9—12
CERNĂTESCU R. — v. PONI M. P. (M-elle)	
CLIMESCU AL. C. — Sur la classe des fonctions analytiques qui gardent les demi-plans déterminés par l'axe réel	31—138
COZUBSCHI E. (M-me) — L'action des isothiocyanates sur les benzoïnoximes	209—244
GHEORGHIU C. V. et STOICESCU L. (M-me) — Produits de condensation des dérivés à l'hydrogène avec la thio-2-phényl-3-éthoxy-4-tétra-hydro-1, 2, 3, 4-quinazoline	154—160
PAPAFIL E. — L'action de l'isothiocyanate de phényle sur les oximes des cétones cycliques	18—22
PAPAFIL E. et PAPAFIL M. (M-me). — Sels de mercure avec les phénylènediamines isomères	149—153
PAPAFIL M. (M-me). — v. PAPAFIL E.	
PONI M. P. (M-elle) et CERNĂTESCU R. — Sels neutres de l'acide PSO_7H_3	3—8
POPOVICIU T. — Notes sur les fonctions convexes d'ordre supérieur	161—207
— Sur l'approximation des fonctions continues d'une variable réelle par des polynômes	208
SIADBEI V. — Sur la détermination des points de convergence des courants d'étoiles de Kapteyn ,	245—250
STOICESCU N. (M-me). — v. GHEORGHIU C. V.	
TRIANDAF L. (M-me). — Méta-arsénites de lithium	13—17

SUR L'APPROXIMATION DES FONCTIONS CONTINUES D'UNE VARIABLE RÉELLE PAR DES POLYNOMES

par

TIBERIU POPOVICIU

Dans un travail précédent¹⁾ nous avons montré que les polynomes de M. S. BERNSTEIN

$$P_n(x; f) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}$$

donnent, pour la fonction $f(x)$ continue dans l'intervalle fermé $[0, 1]$, une approximation de l'ordre de $\omega\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ si $\omega(\delta)$ est le module d'oscillation de $f(x)$. Voici une démonstration plus simple de ce résultat.

Si nous remarquons que $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} = 1$, les propriétés connues de $\omega(\delta)$ nous donnent

$$|f(x) - P_n(x; f)| \leq \left(\frac{1}{\delta} \sum_{i=0}^n \left| x - \frac{i}{n} \right| \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} + 1 \right) \omega(\delta), \quad x \in [0, 1].$$

Mais nous avons, en appliquant une inégalité bien connue,

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n \left| x - \frac{i}{n} \right| \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} &\leq \sqrt{\sum_{i=0}^n \left(x - \frac{i}{n} \right)^2 \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}} = \\ &= \sqrt{\frac{x(1-x)}{n}} \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}, \quad x \in [0, 1]. \end{aligned}$$

En prenant donc $\delta = \frac{1}{\sqrt{n}}$, nous avons

$$|f(x) - P_n(x; f)| \leq \frac{3}{2} \omega\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

ce qui démontre la propriété.

1) TIBERIU POPOVICIU. „Sur l'approximation des fonctions convexes d'ordre supérieur“ *Mathematica*, 10, 49-54, (1934).