

Die Skala γ_p hätte man auch von Anfang an auf den Träger X projizieren können (Abb. 9 und 10), aber wir wollten auch die Nomogramme mit halbkreisförmigen Trägern hervorheben. Wie wir sehen können, stellen die Abbildungen 8, 9, 10 und 11 verschiedene Formen desselben Nomogramms dar. Aber die handlichste Form für die Berechnung ist doch diejenige die in Abbildung 11 gezeigt wird.

Rechenbeispiele. 1. Man berechne die Tauchtiefe eines zylindrischen Schwimmers welcher einem Durchmesser $D = 50$ cm und $\gamma_p = 750$ kg/m³ hat.

Antwort:

Es wird eine Resolvente von der Skala γ_p aus dem Punkte $\gamma_p = 750$ kg/m³ durch den Punkt mit der Kote 50 der Skala D gezogen. Auf der Skala h (Abb. 11) finden wir:

$$h = 35 \text{ cm}$$

oder

$$h = 0,7 D$$

2. Welches ist das volumetrische Gewicht eines zylinderförmigen Schwimmers dessen Durchmesser $D = 90$ cm und dessen Tauchtiefe durch h gemessen 60 cm beträgt?

Aus demselben Nomogramm folgt:

$$\gamma_p = 700 \text{ kg/m}^3$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Bal L., F. Radó, Lectii de nomografie, Editura tehnică, București 1956.
[2] Pentkovski M. V., Nomografie (Übersetzung aus der russischen Sprache). Editura tehnică, București 1952.

Eingegangen 19. XI. 1963

SUR L'EXISTENCE DU CENTRE GÉNÉRALISÉ DE SYMÉTRIE DES FIGURES PLANES CONVEXES

par

VASILE PETEANU

à Cluj

1. Dans le travail [1] j'ai introduit la notion de „centre généralisé de symétrie d'une figure plane convexe, attaché à un système de directions orthogonales“ et j'ai indiqué quelques propriétés de ce centre, sans toutefois démontrer son existence. C'est ce que je me propose de faire ici.

Soit xOy un système d'axes orthogonaux et F une figure plane convexe. La projection de la figure F sur l'axe Ox sera un segment $a \leq x \leq b$. La droite $x = \bar{x}$ a en commun avec F des points dont les coordonnées satisfont à la relation $f(\bar{x}) \leq y \leq g(\bar{x})$. Une parallèle à Ox menée par le point $M(\bar{x}, \bar{y})$, où $\bar{y} = \frac{1}{2}(f(\bar{x}) + g(\bar{x}))$, rencontrera la frontière de la figure F en deux points d'abscisses $x_1 = x_1(\bar{x})$ et $x_2 = x_2(\bar{x})$ avec $x_1 \leq \bar{x} \leq x_2$. Nous avons le lemme suivant:

L e m m e. Pour $\bar{x} = x'$ suffisamment proche de a on a $x' - x_1 < x_2 - x'$ et pour $\bar{x} = x''$ suffisamment proche de b on a $x'' - x_1 > x_2 - x''$.

Dans un voisinage suffisamment proche du point a il peut exister un des trois cas suivants:

1. $f(a) < g(a)$, (fig. 1).
2. $f(a) = g(a)$, f décroissante et g croissante (fig. 2).
3. $f(a) = g(a)$, f et g sont croissantes (ou décroissantes), (fig. 3).

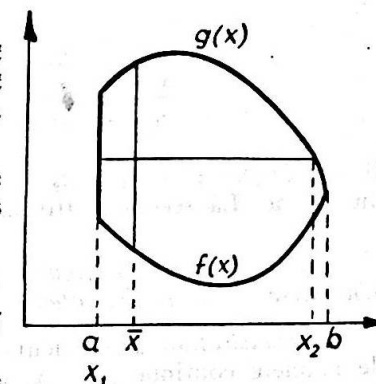


Fig. 1

Pour les cas 1 et 2 le lemme est évident. Le cas 3 nécessite une démonstration.

Considérons la fonction $\varphi(x) = g(x) - f(x)$. Nous avons $\varphi(a) = 0$, $\varphi(b) \geq 0$ et $\varphi(x) > 0$ pour tout $x \in (a, b)$. De plus $\varphi(x)$ est une fonction continue et bornée sur $[a, b]$, elle atteint son maximum dans cet intervalle. Du fait que la fonction est nonconvexe, si elle atteint son maximum dans deux points de l'intervalle, alors le maximum est atteint sur tout le segment déterminé par les deux points. Soit x_2 la plus petite valeur pour laquelle

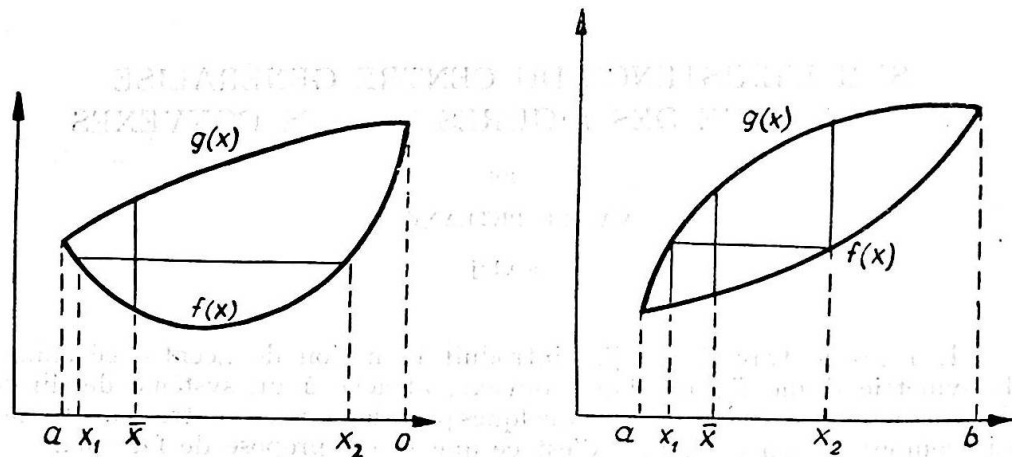


Fig. 2

$\varphi(x)$ atteint son maximum. Il est évident que $x_2 \neq a$ vu que $\varphi(a) = 0$. Soit x_1 le point pour lequel $g(x_1) = f(x_2)$ et x' le point pour lequel $\frac{1}{2}(f(x') + g(x')) = g(x_1) = f(x_2)$. Il est évident que $g(x') - f(x') < g(x_2) - f(x_2)$ et du fait que $x' \in [x_1, x_2]$ nous avons

$$\frac{x' - x_1}{x_2 - x_1} < \frac{\frac{g(x') - f(x')}{2}}{\frac{g(x_2) - f(x_2)}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{g(x') - f(x')}{g(x_2) - f(x_2)} < \frac{1}{2}.$$

Il en résulte $x' - x_1 < x_2 - x'$ ce qui démontre la première affirmation du lemme. La seconde affirmation se démontre de manière analogue.

THÉOREME. Toute figure plane convexe admet, au moins un centre généralisé de symétrie, attaché à un système de directions orthogonales.

Démonstration. Les valeurs x_1 et x_2 définies au début du travail varient de manière continue avec $\bar{x}$. On peut donc affirmer que $x_1 = x_1(x)$ et $x_2 = x_2(x)$ sont des fonctions continues de x dans l'intervalle $[a, b]$. La

fonction $\psi(x) = x_1(x) + x_2(x) - 2x$ est elle aussi continue dans $[a, b]$. Conformément au lemme il existe les valeurs x' et x'' telle que $\psi(x') > 0$, $\psi(x'') < 0$. Il existe par conséquent une valeur $x^* \in (x', x'')$ telle que $\psi(x^*) = 0$. Nous avons donc

$$\frac{x_1(x^*) + x_2(x^*)}{2} = x^*$$

et le point $M(x^*, y^*)$ où $y^* = \frac{1}{2}(f(x^*) + g(x^*))$, est le centre généralisé de symétrie cherché.

En ce qui concerne l'unicité de ce centre, j'ai démontré dans [1] qu'il peut exister soit un centre unique, soit un segment de centres.

2. La notion de „centre généralisé de symétrie“ est susceptible d'être généralisée pour des polyèdres convexes, mais il n'existe pas pour chaque polyèdre. Ainsi le polyèdre engendré par

$$A(1, 0, 0), B(0, 0, -1), C(-1, 0, 0), D(0, 0, 1), E(0, -1, 0), F(-5, -5, -5)$$

n'a pas un centre généralisé de symétrie attaché au système $Oxyz$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Peteanu V., *Simultaneous equations, for which the iterative process is convergent*. Mathematica, **6** (29), 101-105 (1964).
- [2] Peteanu V., *Sur le mode de convergence d'un processus itératif*. Mathematica, **7** (30), 67-70 (1965).

Reçu le 23. XI. 1965