

STUDIA

UNIVERSITATIS BABEŞ-BOLYAI

SERIES MATHEMATICA-MECHANICA

FASCICULUS 1

1972

SEPARATUM

C L U J

O SOLUȚIE NUMERICĂ A UNEI ECUAȚII ALGEBRICE ȘI FOLOSIREA EI ÎN AERODINAMICĂ

DOINA BRĂDEANU

Folosirea metodei ecuațiilor integrale reduce problema obținerii soluțiilor automodelate (similare), dependente de o singură variabilă $\eta(x, y)$, pentru mișcarea fluidului vâcos în stratul limită, la rezolvarea unor ecuații algebrice. Așa, de exemplu, în metoda lui Pohlhausen apare o ecuație algebrică de gradul trei [1], iar în studiul stratului limită hipersonic, după cum se arată în [2], apare o ecuație algebrică de gradul cinci $F(c) = 0$. Pentru a putea folosi rezultatele, simple, date în lucrarea [2] va trebui să se cunoască soluția acestei ecuații.

În această lucrare se arată că ecuația algebrică $F(c) = 0$ are o singură rădăcină reală pozitivă, se calculează, apoi, o valoare numerică aproximativă a acestei rădăcini și se folosește această valoare pentru calculul numeric al parametrilor stratului limită aerodinamic hipersonic de pe corpul de rotație subțire. Calculele numerice se efectuează pentru numărul Mach $M_\infty = 20$, raportul densităților (ρ_1/ρ_2) pentru unda de șoc $\varepsilon = 8 \cdot 10^{-2}$ și numere Reynolds $R_{c\infty} = 6,31 \cdot 10^n$ ($n = 4, 3, 2$) care înterează, în special, regimul de zbor al rachetelor și proiectilelor balistice cu reacție la diferite înălțimi de zbor ($H = 0 \text{ km}$, $H = 15 \text{ km}$ și $H = 30 \text{ km}$) în atmosfera Pământului.

Rezolvarea ecuației $F(c) = 0$. 1. *Despre natura rădăcinilor ecuației $F(c) = 0$.* Se consideră ecuația algebrică de gradul cinci, cu coeficienți reali, în raport cu mărimea necunoscută c și parametrii q_1 și q_2

$$F(c) \equiv c^2(c + 1)^2(c + q_1) - \frac{q_1}{q_2} = 0 \quad (1)$$

$$(q_1 > 0, \quad q_2 > 0)$$

Pentru a studia natura soluțiilor acestei ecuații se folosește teorema lui Rolle. Se deduce ușor, prin derivare, ecuația de gradul patru

$$\frac{dF}{dc} = c(c + 1)[5c^2 + (4q_1 + 3)c + 2q_1] = 0$$

ale cărei rădăcini sînt

$$c_1 = 0, \quad c_2 = -1, \quad c_{3,4} = \frac{1}{10} [-(4q_1 + 3) \pm \sqrt{(4q_1 + 3)^2 - 40q_1}] \quad (2)$$

Se constată că rădăcinile $c_{3,4}$ sînt reale, negative și așezate în ordinea $c_4 < -1 < c_3 < 0$ (se presupune că $1 < q_1 < 3$). Considerînd șirul

$$F(-\infty) = -\infty, \quad F(c_4), \quad F(-1) = -\frac{q_1}{q_2}, \quad F(c_3), \quad F(0) = -\frac{q_1}{q_2}, \quad F(\infty) = +\infty$$

se deduce că ecuația (1) are întotdeauna o singură rădăcină reală pozitivă $c = c_0$ indiferent de semnul valorilor $F(c_3)$ și $F(c_4)$. Evident că dacă, de exemplu, $F(c_3) < 0$, atunci ecuația (1) are cel puțin trei rădăcini reale, o rădăcină pozitivă ($c = c_0$) și două rădăcini negative.

Așa după cum s-a menționat, ecuația (1) apare în problema determinării parametrilor aerodinamici din stratul limită hipersonic axial-simetric în care necunoscuta $c = \delta/r_w$, unde $\delta(x)$ este grosimea stratului limită iar $r_w(x)$ este distanța de la suprafața corpului, de formă dată (problema directă), la axa sa de simetrie. Rezultatul obținut mai sus, că ecuația (1) are o singură rădăcină reală pozitivă este în acord, deci, cu semnificația constantei c și cu existența unică a stratului limită și a soluțiilor sale pe corpul dat. De aceea, în continuare, ne vom ocupa numai cu determinarea rădăcinii pozitive a ecuației (1).

2. Calculul numeric al rădăcinii $c = c_0 > 0$. Potrivit cu lucrarea [2] raportul $\delta/r_w = 0(1)$ și, în consecință, valoarea rădăcinii c_0 nu poate fi foarte mică sau foarte mare. Pentru determinarea ei va trebui să cunoaștem coeficienții q_1 și q_1/q_2 . Vom calcula acești coeficienți în trei cazuri:

— Cazul I. Se admite, pentru dependența vîscozității μ de temperatura absolută T , legea liniară și atunci coeficienții q_1 și q_2 , dați în [2]

$$q_1 = 2 \frac{0,614 + \varepsilon}{0,772 + \varepsilon}, \quad q_2 = \frac{15}{64} \frac{0,614 + 2,842\varepsilon}{\varepsilon(1 + \varepsilon)} \frac{\mu_\infty}{\mu_w} R_{e\infty}, \quad (3)$$

devin

$$q_1 = 2 \frac{0,614 + \varepsilon}{0,772 + \varepsilon}, \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{128}{15} \frac{0,614 + 2,228\varepsilon}{0,474 + 2,808\varepsilon} \frac{(\varepsilon M_\infty)^2}{R_{e\infty}} \quad (4)$$

$$\left(R_{e\infty} = \frac{\rho_\infty V_\infty a^4}{\mu_\infty}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \frac{\mu_w}{\mu_\infty} = \frac{T_w}{T_\infty} = \frac{\varepsilon M_\infty^2}{1 - \varepsilon} \right) \quad (5)$$

unde ε , mărime mică, este raportul densităților din fața și spatele undei de șoc, $R_{e\infty}$ este numărul lui Reynolds relativ la lungimea a^4 și mișcarea neperturbată, omogenă și uniformă, iar $M_\infty = V_\infty/a_\infty$ este numărul lui Mach (V_∞ și a_∞ sînt viteza curentului și, respectiv, a sunetului la infinit). În formula (5), pentru vîscozitatea μ_w , s-a folosit expresia dată în [2] a temperaturii adiabactice T_w a suprafeței corpului. Temperatura adiabatică T_w ,

fiind temperatura pe care o câștigă suprafața izolată (termic) a corpului în urma încălzirii sale aerodinamice, nu poate fi dată sub forma unei condiții la limită.

Vom considera o mișcare hipersonică, a gazului vâcos, în care parametrii mișcării au valorile

$$M_{\infty} = 20, \quad T_{\infty} = 220^{\circ}\text{K} \quad (= -53^{\circ}\text{C}), \quad p_{\infty} = 1 \text{ at} = 981 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2 \quad (6)$$

Parametrii aerodinamici din fața unei de șoc au valorile

$$a_{\infty} = \sqrt{\gamma RT} = 20,1 \sqrt{T_{\infty}} = 300 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad V_{\infty} = M_{\infty} a_{\infty} = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad (7)$$

$$\mu_{\infty} = 1,45 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{sec}}$$

$$\rho_{\infty} = 1,535 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \nu_{\infty} = \frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty}} = 9,50 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \quad (8)$$

$$\left(R = 287 \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2 \cdot \text{grad}}, \quad \varepsilon = 8 \cdot 10^{-2}, \quad a = 10^{-1} \right)$$

Cu aceste valori se găsesc, după (5) și (4), următoarele valori

$$R_{\infty} = 6,31 \cdot 10^4, \quad q_1 = 1,6290, \quad q_1/q_2 = 3,0977 \cdot 10^{-4} \quad (9)$$

$$(\mu_w = 5,0112 \cdot 10^{-4}, \quad \mu_w/\mu_{\infty} = 34,86)$$

— Cazul II. Vom admite, acum, o lege a vîscozității, valabilă pentru temperaturi înalte, dată de formula empirică a lui Sutherland [5]

$$\mu_w = 1,46 \cdot 10^{-6} \sqrt{T_w^{\circ} K} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{sec}} \quad \text{cu} \quad T_w = T_{\infty} \frac{\varepsilon M_{\infty}^2}{1 - \varepsilon} \quad (10)$$

unde T_w este temperatura adiabatică a suprafeței corpului.

În acest caz, formulele (3) devin

$$q_1 = 2 \frac{0,614 + \varepsilon}{0,772 + \varepsilon}, \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{128}{15} \frac{(0,614 + \varepsilon)(1 + \varepsilon) \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{0,474 + 2,808\varepsilon} \sqrt{T_{\infty}} \frac{M_{\infty} \sqrt{\varepsilon}}{10 R_{\infty}}. \quad (11)$$

Vom considera o mișcare hipersonică neperturbată în care

$$M_{\infty} = 20, \quad T_{\infty} = 220^{\circ}\text{K}, \quad p_{\infty} = 0,1 \text{ at} = 981 \cdot 10 \text{ N/m}^2, \quad (12)$$

și atunci formulele (7) se mențin, iar formulele (8) devin

$$\rho_{\infty} = 1,535 \cdot 10^{-1} \text{ Kg/m}^3, \quad \nu_{\infty} = \frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty}} = 9,50 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}. \quad (13)$$

Folosind aceste valori găsim, după (5) și (4), valorile

$$R_{e\infty} = 6,31 \cdot 10^3, \quad q_1 = 1,6290, \quad q_1/q_2 = 6,08391 \cdot 10^{-4} \quad (14)$$

$$\left(\varepsilon = 8 \cdot 10^{-2}, \quad a = 10^{-1}, \quad \mu_w = 1,27312 \cdot 10^{-4}, \quad \frac{\mu_w}{\mu_\infty} = 8,71 \right) \quad (14')$$

— Cazul III. Să considerăm cazul II relativ la o presiune p_∞ de 10 ori mai mică. Atunci, în mod corespunzător, avem valorile

$$M_\infty = 20; \quad T_\infty = 220^\circ \text{K}; \quad p_\infty = 0,01 \text{ at} = 981 \text{ N/m}^2 \quad (15)$$

$$\rho_\infty = 1,535 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3; \quad v_\infty = \frac{\mu_\infty}{\rho_\infty} = 9,50 \cdot 10^{-4}; \quad \varepsilon = 8 \cdot 10^{-2}$$

$$R_{e\infty} = 6,31 \cdot 10^2, \quad q_1 = 1,6290, \quad q_1/q_2 = 6,08391 \cdot 10^{-3} \quad (16)$$

(formulele (14'))

— Ecuația necunoscutei c , dată de (1), primește, în cazurile I, II și III, următoarele forme

$$F(c) \equiv c^2(c+1)^2(c+1,6290) - \begin{cases} 3,0977 \cdot 10^{-4} & \text{(I)} \\ 6,0839 \cdot 10^{-4} & \text{(II)} \\ 0,60839 \cdot 10^{-2} & \text{(III)} \end{cases} \quad (17) \quad (18) \quad (19)$$

Ecuațiile (17)-(18)-(19) au câte o singură rădăcină reală pozitivă $c = c_0$. Soluțiile ecuațiilor (17) și (18) le căutăm în forma $c_0 = 10^{-2}k$ ($k > 0$) iar soluția ecuației (19) în forma $c_0 = 10^{-1}k$ ($k > 0$). Se vede că în toate cazurile trebuie să avem $k < 2$. De aceea, în primele două cazuri, pentru simplificare, se poate neglija termenul $10^{-6} k^3$ față de termenul de ordinul unității.

Pentru necunoscuta k avem, deci, ecuațiile algebrice

$$R(k) = k^2(3,6290 \cdot 10^{-4} k^2 + 4,2580 \cdot 10^{-2} k + 1,6290) - \begin{cases} 3,0977 & \text{(I)} \\ 6,0839 & \text{(II)} \end{cases} \quad (17') \quad (18')$$

$$R(k) = k^2(10^{-1}k + 1)^2 (10^{-1}k + 1,6290) - 0,60839 = 0 \quad \text{(III)} \quad (19')$$

Relativ la calculul rădăcinii pozitive k_0 , pentru aceste ecuații, s-a întocmit tabelul 1 unde sînt consemnate reziduurile ecuațiilor pentru diferite valori ale necunoscutei k . Procedeu, care constă în reducerea la zero a reziduuului R (metoda relaxării) se termină cu reziduurile $|R| = 0,0004$; $R = 0,0002$ și $|R| = 0,00002$ pentru cele trei ecuații.

Tabel 1

Cazul I, Ecuația (17')

k	1,3	1,35	1,355	1,356	1,36	1,4
$R(k)$	-0,24					0,21
		-0,02			0,02	
			-0,0004	0,0048		

Cazul II, Ecuația (18')

k	1,8	1,87	1,88	1,885	1,886	1,9	2,0
$R(k)$	-0,5						0,7
		-0,1				0,09	
			0,04	-0,005	0,0002		

Cazul III, Ecuația (19')

k	0,56	0,568	0,5684	0,5685	0,569	0,57
$R(k)$	-0,14					0,0036
		-0,0009			0,0034	
			-0,00002	0,00009		

Folosind tabelul 1 se deduce că soluțiile ecuațiilor algebrice $F(c) = 0$ sînt Ecuația (17): $c = c_0 = 0,01355$ cu o eroare mai mică decît 10^{-5} (prin lipsă) Ecuația (18): $c = c_0 = 0,01886$ cu o eroare mai mică decît 10^{-5} (prin adaos) Ecuația (19): $c = c_0 = 0,05684$ cu o eroare mai mică decît 10^{-5} (prin lipsă)

Observație. În cazul I avem $c_3 = -0,4844$; $c_4 = -1,456$ și $F(c_3) = 0,0705$; $F(c_4) = 0,0760$. Rezultă, atunci, că ecuația (17) are toate rădăcinile reale cuprinse între limite bine determinate cunoscute. Desigur, dintre aceste rădăcini numai $c = c_0$ corespunde problemei mecanice.

Determinarea caracteristicilor aerodinamice. 3. Parametrii locali ai mișcării. Pentru grosimea $\delta(x)$ a stratului limită, viteza longitudinală $u(x, y)$, presiunea $p(x)$, tensiunea de frecare locală $\tau_w(x)$ pe corp și temperatura adiabatică a suprafeței corpului T_{aw} , după [2], avem formulele (x este coordonata curbilinie pe generatoarea corpului iar y se măsoară pe normala la suprafața corpului)

$$\delta(x) = acx^{3/4}, u(x, y) = \frac{V_\infty}{ac} x^{-1/4} y, \frac{p}{p_\infty} = \lambda_0 x^{-1/4}$$

$$\tau_w(x) = \mu_w \frac{V_\infty}{ac} x^{-3/4}, \quad T_{aw} = T_\infty \frac{\varepsilon M_\infty^2}{1 - \varepsilon},$$

$$\lambda_0 = \frac{m}{2} (3m - 1) (1 + 3\varepsilon) a^2 M_\infty^2 (1 + c)^2, \quad m = 3/4$$

Expresiile acestor funcții, în sistemul de unități *Si* (*MKS*), sînt date în tabelul 2. În tabelul 3 se dau valori numerice, în sistemul *Si*, pentru valori ale coordonatei x cuprinse în intervalul 0,01-0,20 m. Tabelele conțin toate cele trei cazuri considerate, care corespund la trei numere Reynolds $R_{e_\infty} = 6,31 \cdot 10^n$ ($n = 4,3,2$), adică, la trei înălțimi de zbor în atmosfera Pămîntului. În mod aproximativ, cele trei înălțimi sînt: $H_I = 0$ Km (apropierea solului), $H_{II} = 15 \cdot 10^3$ m și $H_{III} = 30 \cdot 10^3$ m care, la rîndul lor, corespund valorilor parametrilor fizici ai atmosferei neperturbate considerate inițial. În fig. 1 este dată reprezentarea grafică a variației parametrilor aerodinamici în cele trei cazuri. Din aceste tabele și grafice se

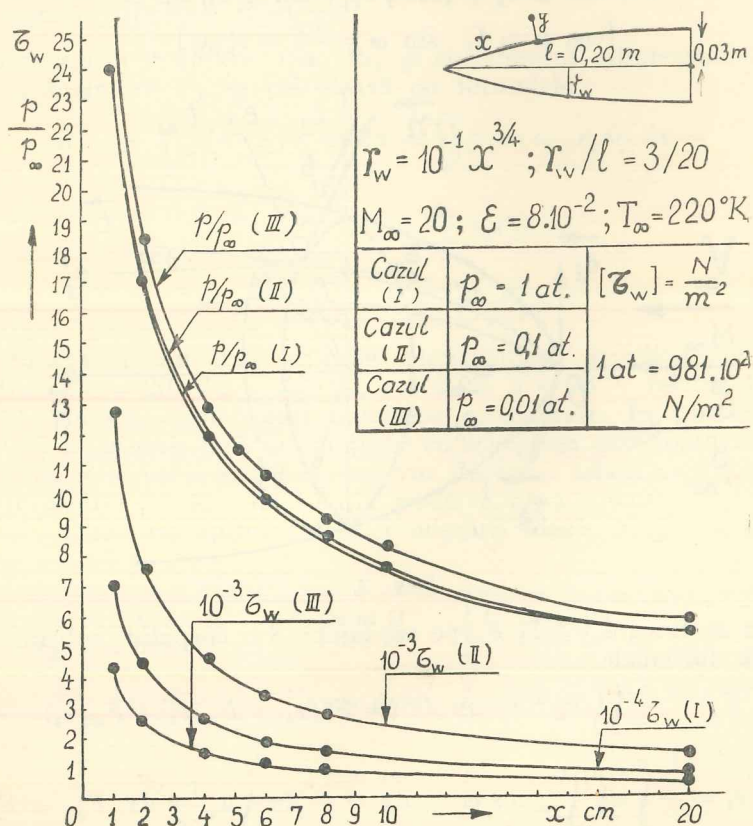


Fig. 1.

pot trage concluzii cu privire la modificarea parametrilor în raport cu variația numărului lui Reynolds și cu înălțimea de zbor.

4. *Forțe aerodinamice.* Vom calcula acum rezultanta forțelor aerodinamice elementare de presiune și de frecare care acționează pe suprafața corpului de rotație subțire, cu generatoarea de lungime l , așezat, sub unghi de atac nul, în curentul vâcos hipersonic considerat. În acest scop, vom folosi fig. 2 în care este reprezentat corpul și sistemul de referință fix în spațiu ($\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$). Versorii $\vec{e}_1$ și $\vec{e}_2$ se găsesc în planul axial al mișcării. Notăm cu $\vec{n}$ versorul normalei exterioare la suprafața corpului și cu $\vec{t}$ versorul tangentei la curba generatoare a corpului. Planul versorilor $\vec{n}, \vec{e}_2, \vec{t}$ și $\vec{e}_1'$ (planul mișcării) se intersectează cu planul $\vec{e}_2, \vec{e}_2', \vec{e}_3'$ după versorul $\vec{e}_2'$. De aceea, avem formulele

$$\begin{aligned}\vec{n} &= -\sin \omega \vec{e}_1 + (\cos \varphi \vec{e}_2 + \sin \varphi \vec{e}_3) \cos \omega \\ \vec{t} &= \cos \omega \vec{e}_1 + (\cos \varphi \vec{e}_2 + \sin \varphi \vec{e}_3) \sin \omega \\ \left(\cos \omega \approx 1, \quad \sin \omega = \frac{dr_w}{dx} = r'_w(x) \right).\end{aligned}$$

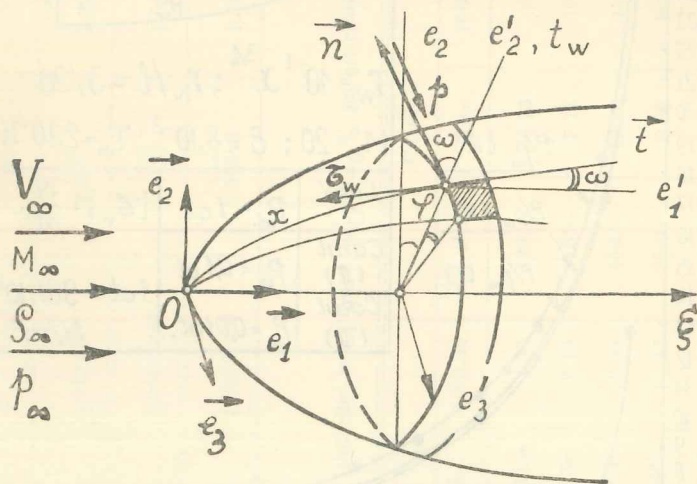


Fig. 2.

Forța de frecare totală $\vec{F}_w$ pe suprafața S a corpului subțire se va calcula cu formulele

$$\vec{F}_w = - \iint_S \tau_w \vec{t} r_w d\varphi dx (= F_{w1} \vec{e}_1 + F_{w2} \vec{e}_2 + F_{w3} \vec{e}_3)$$

$$F_{w1} = \vec{F}_w \cdot \vec{e}_1 = - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^l \tau_w \cos \omega \cdot r_w dx = - 2\pi \int_0^l \mu_w \frac{V_\infty}{c} dx, \quad F_{w2} = F_{w3} = 0$$

Pentru forța de frecare $\vec{F}_w$ și coeficientul adimensional C_{Fw} al forței de frecare avem, deci, formulele

$$\vec{F}_w = -\frac{2\pi}{c} \mu_w V_\infty l \vec{e}_1, \quad C_{Fw} = \frac{2|\vec{F}_w|}{\rho_\infty V_\infty A} = \frac{7}{2c} \frac{\mu_w}{\mu_\infty} \frac{1}{R_{eL}} \quad (20)$$

$$\left(L = al^{3/4}, \quad R_{eL} = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_\infty}, \quad A = 2\pi \int_0^l r_w(x) dx = \frac{8\pi}{7} lL, \quad |\vec{e}_1| = 1 \right)$$

Portanța P și coeficientul de portanță C_P sînt nule, deoarece avem

$$P = - \iint_{(S)} p(\vec{n} \cdot \vec{e}_2) r_w d\varphi dx = - \iint_{(S)} p \cos \omega \cos \varphi r_w d\varphi dx =$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos \varphi d\varphi \int_0^l p r_w dx = 0$$

Acest rezultat se datorește simetriei corpului și a mișcării, unghiul de atac față de axa de simetrie fiind nul.

Rezistența la înaintare $\vec{R} = R\vec{e}_1$ și coeficientul adimensional al rezistenței la înaintare C_R se calculează cu formulele

$$R = - \iint_S p(\vec{n} \cdot \vec{e}_1) r_w d\varphi dx = \iint_S p \sin \omega \cdot r_w d\varphi dx =$$

$$= 2\pi \int_0^l p r_w' dx = \frac{3\pi}{2} \lambda_0 a^2 l p_\infty \quad (21)$$

$$C_R = \frac{2R}{\rho_\infty V_\infty^2 A} = \frac{21}{8} \frac{a^2 \lambda_0}{L} \frac{p_\infty}{\rho_\infty V_\infty^2} \quad (22)$$

În tabelul 4 sînt date valorile coeficienților aerodinamici C_{Fw} și C_R pentru $M_\infty = 20$, $T_\infty = 220^\circ\text{K}$, $\varepsilon = 0,08$, $a = 10^{-1}$, relativ la corpul $r_w = ax^{3/4}$ în cele trei cazuri numerice considerate. În problema straturii limită hipersonic fără interacțiune cu scurgerea exterioară, rezistența la înaintare R și coeficientul C_R nu vor depinde, odată cu presiunea p (prin intermediul lui λ_0), de soluția pozitivă c_0 a ecuației algebrice (1) ci se vor calcula cu ajutorul teoriei mișcării ideale hipersonice.

Tabelul 4

C	Cazul I $1,893 \cdot 10^7$	Cazul II $1,893 \cdot 10^6$	Cazul III $1,893 \cdot 10^5$	$M_\infty = 20$ $T_\infty = 220^\circ\text{K}$ $\varepsilon = 0,08$ $r_w = 10^{-1}x^{3/4}$ $l = 2 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ $L = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
R_{eL}				
C_{Fw}	$4,74 \cdot 10^{-4}$	$8,539 \cdot 10^{-4}$	$28,39 \cdot 10^{-4}$	
C_R	$3,7187 \cdot 10^{-3}$	$3,7537 \cdot 10^{-3}$	$4,0337 \cdot 10^{-3}$	

(Intral în redacție la 24 noiembrie 1970)

BIBLIOGRAFIE

1. Moore, F. K., *Theory of Laminar Flows, High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion*, IV, Princeton Univ. Press, 1964.
2. Brădeanu, P., *Un calcul aproximativ al stratului limită hipersonic axial-simetric pe corpuri subțiri*, „Studia Univ. Babeș-Bolyai Cluj ser. Math.-Mech.” fasc. 1, 1972.
3. Berezin, I. S., Jidkov, N. P., *Metodi vîcislenii*, Gos. Izd. Fiz-Mat. Lit. II, Moskva, 1962.
4. Hayes, W. D., Probstein, R. F., *Hypersonic Flow Theory*, Acad. Press, New-York 1959.
5. Seifert, Howard, *Space Technology*, New-York, John Willey and Sons, Inc. 1959 (art. lui Lester Lees).

ЧИСЛОВОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В АЭРОДИНАМИКЕ

(Резюме)

В работе изучается алгебраическое уравнение, которое встречается в аэродинамике пограничного сверхзвукового слоя во взаимодействии с внешним течением на тонких вращательных телах. Для чисел Маха $M_\infty = 20$, $\varepsilon = \rho_1/\rho_2 = 8 \cdot 10^{-2}$ и для трёх чисел Рейнолдса ($R_e = 6,31 \cdot 10^n$, $n = 4, 3, 2$) вычисляется приближительный положительный корень этого уравнения (с погрешностью менее 10^{-5}), который применяется затем для числового вычисления некоторых аэродинамических характеристик в сверхзвуковом режиме на трёх высотах полёта.

A NUMERICAL SOLUTION OF AN ALGEBRAIC EQUATION AND ITS APPLICATION IN AERODYNAMICS

(Summary)

An algebraic equation occurring in the aerodynamics of hypersonic boundary layer is studied in interaction with the exterior flow on thin rotation bodies. The approximate positive root of this equation is calculated for Mach numbers $M_\infty = 20$ $\varepsilon = \rho_1/\rho_2 = 8 \cdot 10^{-2}$ and for there Reynolds numbes ($R_{e\infty} = 6,31 \cdot 10^n$, $n = 4, 3, 2$) with an error smaller than 10^{-5} . This is used afterwaras in the numeric calculation of some aerodynamic characteristics in hypersonic state at three flight heights.