

P. 577

STUDIA UNIVERSITATIS BABEȘ-BOLYAI

SERIES I FASCICULUS 1
1960

MATHEMATICA
PHYSICA

C L U J

În cel de al V-lea an de apariție (1960) *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* cuprinde aceleași serii:

- I. matematică, fizică, chimie;
 - II. geologie, geografie, biologie;
 - III. filozofie, economie politică, psihologie, pedagogie, științe juridice;
 - IV. istorie, lingvistică, literatură.
- Fiecare serie apare anual în 2 fascicule.

V. (1960-as) évfolyamában a *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* változatlanul alábbi sorozatokat öleli fel:

- I. matematika, fizika, kémia;
 - II. geológia, földrajz, biológia;
 - III. filozófia, politikai gazdaságtan, lélektan, pedagógia, jogtudomány;
 - IV. történet-, nyelv- és irodalomtudomány.
- Minden sorozatban évenként két füzet jelenik meg.

На V году издания (1960), *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* выходят теми сериями:


- I. математика, физика, химия;
 - II. геология, география, биология;
 - III. философия, политэкономия, психология, педагогика, юридические н.
 - IV. история, языкознание, литературоведение.
- В каждой серии ежегодно выходят два выпуска.

Dans leur V-me année de la publication (1960) les *Studia Universitatis Babeș-Bolyai* comportent les mêmes séries:

- I-e mathématiques, physique, chimie;
 - II-e géologie, géographie, biologie;
 - III-e philosophie, économie politique, psychologie, pédagogie, sciences juridiques;
 - IV-e histoire, linguistique, littérature.
- Chaque série comprend deux fascicules par année.

BIBL. FACULT. II
MATEMAT-FIZICA
Nr. P. 147/19 61

BCU Cluj-Napoca



PMATE 2014 00338

СОДЕРЖАНИЕ

Т. ПОПОВИЧУ, Научная деятельность И. Бойан	9
Э. КИШШ, Решение в натуральных числах диофантового уравнения $x^2 + y^2 = z^4$	15
Г. ПИК, Об одной теореме Б. Х. Неймана	21
Дж. КЭЛУГЭРЯНУ, Об изотопии замкнутых кривых	27
Дж. КЭЛУГЭРЯНУ, Об одной системе инвариантов изотопии	35
Ф. РАДО, Обобщение пространственных тканей для алгебраических структур	41
М. ФРОДА-ШЕХТЕР, Исследование одного свойства переносов множеств	57
И. МАРУЩАК, О полиномах Чебышева k -условных на замкнутом и ограниченном множестве комплексной плоскости	73
П. Т. МОКАНУ, Одна теорема об однолистных функциях	91
Д. В. ИОНЕСКУ, Одна теорема о системах линейных уравнений	97
Ф. МУНТЯНУ, Расширение одной теоремы, относящейся к системе уравнений	107
М. ФЕРТИГ, О поведении интегралов дифференциальных линейных уравнений с постоянными коэффициентами, зависящими от одного параметра	121
К. КАЛИК, П. СИЛАДИ, О решении проблемы Неймана	131
Л. НЕМЕТИ, Тепловые напряжения в длинных призмах	143
А. НЕИ, О случае сомнения признака сходимости Даламбера	153
Е. МОЛДОВАН, Замечания относительно наилучшего приближения в абстрактных пространствах	163
Ф. КОНСТАНТИНЕСКУ, О расстоянии двух множеств в нормированном векторном пространстве	167
Т. МИХЭИЛЕСКУ, Изотермо-сопряженные сети на линейчатых поверхностях	169
Е. ГЕРГЕЙ, Об овалах на основании их внутренних уравнений	175
Л. БАЛ, О некоторых поверхностях, возникающих в номографии	181
Д. Д. СТАНКУ, О вычислении коэффициентов одной общей формулы квадратуры	187
Ф. КОЦИЮ, А. КОЦИЮ, Оценка ошибки способа пятой степени Кутта числового интегрирования дифференциальных уравнений	193
Э. ТЭТАРУ, Изучение излучительных свойств линзовых антенн, раздраженных электромагнитными пирамидальными или секториальными рупорами	199
Ф. КЕЛЕМЕН, Влияние температуры на потенциал движения металлов в дистиллированной воде	205
В. МЕРЧА, Вискозиметр с кольцевым капилляром	217
В. МЕРЧА, Сопротивление истечения при капиллярных истечениях газов и измерение их при помощи вискозиметра с кольцевыми капиллярами	239
И. МАКСИМ, Ю. ПОП, А. НИКУЛА, Чувствительный метод для относительного определения магнитной восприимчивости с компенсацией в гравитационном поле	259
И. МАКСИМ, А. НИКУЛА, Ю. ПОП, Магнитометрический метод для измерения остаточного магнетизма	265
Ф. КОХ, Некоторые проблемы в связи с температурной вариацией эффекта Прокопиу	269
Хроника	279

S O M M A I R E

T. POPOVICIU, L'oeuvre scientifique de J. Bolyai	9
E. KISS, Résolution en nombres naturels de l'équation diophantienne $x^2 + y^3 = z^4$	15
GH. PIC, Sur un théorème de B. H. Neumann	21
G. CALUGAREANU, Sur l'isotopie des courbes fermées	27
G. CALUGAREANU, Sur un système d'invariants d'isotopie	35
F. RADO, Généralisation des tissus spatiaux, pour certaines structures algébriques	41
M. FRODA-SCHECHTER, Etude d'une propriété des translations d'ensembles	57
I. MARUȘCIAC, Sur les polynômes de Tchebychev k-restreints à un ensemble limité et fermé du plan complexe	73
P. T. MOCANU, Un théorème sur les fonctions univalentes	91
D. V. IONESCU, Un théorème sur les systèmes d'équations linéaires	97
F. MUNTEANU, Extension d'un théorème relatif à des systèmes d'équations	107
M. FERTIG, Sur le comportement des intégrales des équations différentielles linéaires à coefficients constants qui dépendent d'un paramètre	121
C. KALIK, P. SZILÁGYI, Sur la solution du problème de la limite de Neumann	131
L. NEMETI, Tensions thermiques dans des prises longs	143
A. NEY, Sur le cas d'indétermination du critérium de convergence de d'Alembert	153
E. MOLDOVAN, Sur la meilleure approximation dans espaces abstraits	163
F. CONSTANTINESCU, Sur la distance de deux ensembles dans un espace vectoriel normé	167
T. MIHAILESCU, Les réseaux isothermes-conjugués situés sur des surfaces réglés	169
E. GERGELY, Problèmes des ovales fondés sur leurs équations itrisèques	175
L. BAL, Sur certaines surfaces intervenant en nomographie	181
D. D. STANCU, Sur le calcul des coefficients d'une formule générale de quadrature	187
F. COȚIU et A. COȚIU, Délimitation de l'erreur du procédé de cinquième ordre de Kutta pour l'intégration numérique des équations différentielles	193
E. TĂTARU, Etude sur les propriétés de radiation des antennes lentilles excitées par des pavillons électromagnétiques, pyramidaux ou sectoriaux	199
F. KELEMEN, L'influence de la température sur le potentiel de mouvement des métaux dans l'eau distillée	205
V. MERCEA, Le viscosimètre à capillaire annulaire	217
V. MERCEA, Les résistances à l'écoulement dans les écoulements capillaires de gaz et leur mesure avec le viscosimètre à capillaires annulaires	238
I. MAXIM, I. POP, A. NICULA, Sur une méthode sensible pour la détermination relative de la susceptibilité magnétique, avec compensation dans le champ gravitationnel	259
I. MAXIM, A. NICULA, I. POP, Méthode magnétométrique pour la mesure de la rémanence magnétique	265
F. KOCH, Problèmes liés à la variation de l'effet Procopiu en fonction de la température	269
Chronique	297

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ В СВЯЗИ С ТЕМПЕРАТУРНОЙ ВАРИАЦИЕЙ
ЭФФЕКТА ПРОКОПИУ
(Краткое содержание)

Из экспериментальных исследований температурной вариации эффекта Прокопиу (называемого ещё „круговым Barkhausen'ом“) следует, что минимальный осевой ток необходимый для возникновения эффекта, уменьшается с повышением температуры. Вариация в возникновении температурного эффекта подтверждает гипотезу, выдвинутую Шт. Прокопиу, согласно которой возникновение эффекта находится в связи с коэрцитивным полем ферромагнитного вещества.

Эффект исчезает на точке Кюри, что указывает на его ферромагнитную природу. Исследование экспериментальных данных показало, что температурная вариация эффекта (индукционная э. д. с.) может быть приблизительно предвидена по температурной вариации проницаемости ферромагнитного тела. Полученные результаты показывают, что сходные измерения Дж. Эшурта не соответствуют нашим измерениям.

PROBLÈMES LIÉS À LA VARIATION DE L'EFFET PROCOPIU EN FONCTION DE LA
TEMPÉRATURE
(Résumé)

L'étude expérimentale de la variation, en fonction de la température, de l'effet Procopiu (dénommé aussi „Barkhausen circulaire“) permet de constater que le courant axial minimum nécessaire au déclenchement de l'effet diminue avec l'accroissement de la température. La variation de l'apparition de l'effet avec la température confirme l'hypothèse de Шт. Прокопиу, selon laquelle l'apparition de l'effet est en relation avec le champ coercitif de la substance ferromagnétique.

L'effet disparaît au point Curie, ce qui nous prouve sa nature ferromagnétique. De l'analyse des résultats expérimentaux il résulte que la variation de l'effet (FEM induite) en fonction de la température peut être prévue approximativement d'après la variation en fonction de la température de la perméabilité du corps ferromagnétique. Ce résultat nous montre que les mesures analogues de J. R. Ashworth ne sont pas satisfaisantes.

CRONICĂ

ECUAȚII FUNCȚIONALE ÎN LEGĂTURĂ CU NOMOGRAFIA

Rezumatul disertației prezentate de F. RADÓ pentru obținerea titlului de candidat în științele fizico-matematice

Nomograma cu linii cotate se definește ca un țesut plan format din trei familii de curbe, pentru fiecare din ele alegându-se câte un parametru normal x, y, z . Se demonstrează că ecuația $z = f(x, y)$ atunci și numai atunci poate fi reprezentată cu o astfel de nomogramă, dacă $f(x, y)$ este o funcție continuă și strict monotonă (în raport cu fiecare variabilă).

Ecuațiile reprezentabile cu nomograme cu puncte aliniate, având trei scări rectilinii, sînt

$$(1) \quad z = H^{-1}[F(x) + G(y)],$$

unde F, G, H sînt funcții continue și strict monotone în câte un interval. Funcțiile (1), în aceste condiții, sînt numite pseudosume. J. A c z é l a caracterizat clasa funcțiilor mai particulare $z = f(x, y) = H^{-1}[aH(x) + bH(y) + c]$ prin ecuația funcțională a bisimetriei

$$f[f(u, x), f(y, v)] = f[f(u, y), f(x, v)].$$

În lucrare se demonstrează că soluțiile continue și strict monotone ale ecuației funcționale

$$(2) \quad f[\bar{f}(u, x), \tilde{f}(y, v)] = f[\bar{f}(u, y), \tilde{f}(x, v)].$$

sînt tocmai pseudosumele (ecuația $z = f(x, y)$ rezolvată în raport cu x respectiv y se scrie $x = \bar{f}(y, z)$, $y = \tilde{f}(z, x)$). Acest rezultat se obține din următoarea condiție T , necesară și suficientă pentru ca funcția continuă și strict monotonă $f(x, y)$ să fie pseudosumă:

$$(T) \quad f(x_1, y_2) = f(x_2, y_1), f(x_1, y_3) = f(x_3, y_1) \rightarrow f(x_2, y_3) = f(x_3, y_2).$$

Condiția T exprimă închiderea figurilor Thomsen. Condiții analoge se obțin scriind că figurile lui Brianchon respectiv Reidemeister se închid (condițiile B și R). Se dau demonstrații noi, independente de teoria țesuturilor, pentru toate aceste condiții.

Pentru determinarea scărilor nomogramei cu puncte aliniate, se consideră ecuația funcțională

$$(3) \quad \chi(x + y) = f[\varphi(x), \psi(y)],$$

unde f este o funcție dată de două variabile, continuă și strict monotonă, iar φ, ψ și χ funcții necunoscute. Condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația funcțională (3) să aibă soluție este ca funcția f să verifice ecuația (2). Dacă $\varphi(x), \psi(x), \chi(x)$ este un sistem de soluții pentru ecuația (3), toate soluțiile acestei ecuații se obțin astfel: $\varphi^*(x) = \varphi(ax + b)$, $\psi^*(x) = \psi(ax + c)$, $\chi^*(x) = \chi(ax + b + c)$, unde a, b, c sînt constante arbitrare. Se dă o metodă de rezolvare a ecuației funcționale (3).

Fie $\psi_{uv}(x, y; f) = f[\bar{f}(u, x), \tilde{f}(y, v)]$. Condiția T este echivalentă cu simetria funcțiilor $\psi_{uv}(x, y; f)$, condiția R cu asociativitatea lor.

Să presupunem că funcția $\zeta = f(\xi, \eta)$ este reprezentabilă cu o nomogramă cu puncte aliniate. Fixăm pe scara ξ punctul de cotă v , pe scara η cel de cotă u , iar pe scara ζ punctele de

cote x și y . Intersectăm scara ξ cu dreapta ux și scara η cu dreapta vy ; dreapta care unește aceste două puncte de intersecție taie scara ζ în punctul de cotă $z = \psi_{uv}(x, y; f)$. Simetriei funcției $\psi_{uv}(x, y; f)$ îi corespunde următoarea proprietate a locului geometric L , format din suprafața celor trei scări: Să presupunem că laturile opuse ale exagonului $adobcu$ se taie în punctele x, y, z , dacă din aceste două puncte opt se află pe L , atunci și al nouălea se găsește pe L . Se știe că cubicele și numai ele au această proprietate. Rezultă că orice nomogramă cu puncte aliniate, având scările pe aceeași cubică reprezintă o pseudosumă și nu există alte nomograme cu puncte aliniate pentru pseudosume (este generalizarea unui rezultat cunoscut pentru pseudosume derivabile). Asociativității funcției $\psi_{uv}(x, y; f)$ îi corespunde următoarea proprietate a locului geometric L : Dacă $abcd$ și $a'b'c'd'$ sînt două patrulatere înscrise în L , astfel ca intersecția perechilor de drepte $(ab, a'b'), (cd, c'd')$ și $(ad, b'c')$ se află pe L , atunci și dreptele bc și $a'd'$ se intersectează pe L . Rezultă că această proprietate este caracteristică pentru cubice.

Se rezolvă o clasă de ecuații funcționale cu funcții necunoscute de două variabile, în cadrul funcțiilor continue și strict monotone, cu o metodă unitară, arătînd că din ecuațiile funcționale respective rezultă una din condițiile B, R sau T , deci soluția este de forma (1), care înlocuită în ecuația dată permite determinarea funcțiilor F, G, H . Se regăsesc în acest fel soluțiile ecuațiilor funcționale ale bisimetriei, asociativității, diferite modificări și generalizări ale lor. Se rezolvă următoarele ecuații funcționale cu mai multe funcții necunoscute de două variabile:

$$g[f(x, y), z] = \psi[\varphi(y, z)]$$

$$h[f(u, x), g(y, v)] = \chi[\varphi(u, y), \psi(x, v)]$$

$$h[f(x, t), g(y, t)] = \varphi(x, y),$$

în mulțimea funcțiilor continue și strict monotone.

Se obține ca o consecință următoarea condiție necesară și suficientă pentru ca funcția continuă și strict monotonă $f(x, y, z)$ să fie de forma $K^{-1}[F(x) + G(y) + H(z)]$:

$$f(x_2, y_1, z_1) = f(x_1, y_2, z_1) = f(x_1, y_1, z_2) \rightarrow f(x_1, y_2, z_2) = f(x_2, y_1, z_2) = f(x_2, y_2, z_1).$$

Se dau diferite generalizări pentru funcții cu n variabile.

MULȚIMI DE FUNCȚII INTERPOLATOARE ȘI NOTIUNEA DE FUNCȚIE CONVEXĂ

Rezumatul disertației prezentate de Elena MOLDOVAN pentru obținerea titlului de candidat în științele fizico-matematice

1. Lucrarea aduce o contribuție la studiul noțiunii de funcție convexă și al unor generalizări ale ei, precum și al aplicațiilor acestor generalizări.

DEFINIȚIA 1. Mulțimea F_n de funcții reale de o variabilă reală, definite pe o mulțime liniară E , spunem că este interpolatoare de ordinul n pe mulțimea E , sau pe scurt, de tipul $I_n\{E\}$ dacă sînt îndeplinite următoarele condiții:

(A) Elementele mulțimii F_n sînt funcții continue pe mulțimea E .

(B) oricare ar fi sistemul de n puncte distincte ale mulțimii E .

$$(1) \quad x_1, x_2, \dots, x_n$$

și oricare ar fi numerele

$$(2) \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

există în mulțimea F_n o funcție și una singură $g(x)$, care satisface relațiile de egalitate

$$g(x_i) = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Funcția $g(x)$ din definiția 1, o notăm prin simbolul $L(F_n; x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_n | x)$ sau, pentru a pune în evidență faptul că numerele (2) sînt valorile unei funcții $f(x)$ definite pe punctele (1), $f(x_i) = y_i, i = 1, 2, \dots, n$, vom folosi pentru $g(x)$ notația $L(F_n; x_1, x_2, \dots, x_n; f | x)$.

2. În lucrare se dau mai multe teoreme de medie, pe baza cărora se studiază unele proprietăți ale funcțiilor convexe față de o mulțime interpolatoare. Lucrarea conține 5 capitole. În capitolul I sînt date proprietățile mai importante ale unei mulțimi oarecare de tipul $I_n[a, b]$.

Dintre teoremele de medie, enunțăm pe cele mai frecvent utilizate în restul lucrării. Fie F_n o mulțime de tipul $I_n[a, b]$. Fie E_m mulțimea de puncte

$$x_1 < x_2 < \dots < x_m, \quad m \geq n + 1$$

situate în $[a, b]$, iar

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

numere arbitrare. Fie $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}$, n puncte oarecare din E_m , astfel ca $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq m$.

TEOREMĂ. Dacă $x_{i_n} < x_0 \leq b$, atunci

$$\min L(f_n; x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+n-1}; y_j, y_{j+1}, \dots, y_{j+n-1} | x_0) \leq \quad j = i_1, i_2 + 1, \dots, i_n - n + 1 \\ \leq L(F_n; x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}; y_{i_1}, y_{i_2}, \dots, y_{i_n} | x_0) \leq$$