

qui jouissent d'une certaine propriété P (par exemple les solutions bornées sur le demi-axe $x \geq 0$, périodiques, etc.).

Posons le problème suivant : une solution qui jouit de la propriété P est-elle stable, pour le cas des perturbations permanentes, par rapport à la famille de solutions qui jouissent de la même propriété?

L'auteur donne à cette notion une interprétation physique et illustre la façon dont des problèmes de stabilité analogues pour les équations type $y'' = f(x, y)$, peuvent être abordés.

Solutions bornées et solutions périodiques pour certains systèmes d'équations différentielles

I. MUNTEANU

(Cluj)

I. Barbălat a donné, dans un travail (Bul. științific, V, 3, 393—400 1953)), des conditions suffisantes pour que le système

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -f(x, y)y - g(x) + e(t) \end{cases} \quad (0)$$

ait toutes ses solutions bornées et qu'il admette au moins une solution périodique. Dans le présent travail, on considère un système analogue, mais où la première équation de (0) est remplacée par $\frac{dx}{dt} = h(y)$ et on donne des conditions pour lesquelles les conclusions de I. Barbălat restent vraies. On démontre ce

Théorème : Supposons que le système d'équations différentielles

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = h(y) \\ \frac{dy}{dt} = -f(x, y)y - g(x) + e(t) \end{cases} \quad (1)$$

vérifie les conditions :

1° Les fonctions $f(x, y)$, $g(x)$, $h(y)$ et $e(t)$ sont continues pour toutes les valeurs des variables et $e(t)$ est bornée ;

2° Il y a un nombre $a > 0$, tel que $\frac{g(x)}{x} \geq 1$ pour $(x) > a$;

3° Si $|y| > a$, alors $f(x, y) \cdot |y| \rightarrow \infty$ pour $(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$; il y a un nombre $M > 0$, tel que $f(x, y) > -M$ pour $x > a$, $0 \leq y \leq a$ et $x < -a$, $-a \leq y \leq 0$;

4° $\text{sign } h(y) = \text{sign } y$ et $\int_0^\infty h(y) dy = \infty$.

Alors il existe une constante K (qui dépend des fonctions f, g, h et e) telle que pour chaque solution $\{x(t), y(t)\}$ du système (1) il y ait un nombre τ ayant la propriété que pour $t \geq \tau$, on ait

$$|x(t)| < K \text{ et } |y(t)| < K.$$

Si en plus, $e(t + \omega) = e(t)$, ($\omega > 0$) et si l'unicité des solutions est assurée, le système (1) admet au moins une solution périodique, de période ω .

Le théorème de Morera pour le polynôme aréolaire d'ordre n dans l'espace à trois dimensions

MARIANA NEDELCU

(Bucarest)

La notion de polynôme aréolaire a été introduite par N. Teodorescu, en 1931, dans sa Thèse. Il a défini, dans le plan, le polynôme aréolaire d'ordre n comme une fonction holomorphe (α), dont la dérivée aréolaire d'ordre n est une fonction holomorphe.

Il a donné, pour ce polynôme, les formules de représentation intégrale ci-après :

$$f(\zeta) = f_0(\zeta) + \sum_{k=1}^n \bar{\zeta}^k f_k(\zeta), \quad (1)$$

$$f(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z - \zeta} dz + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{(\bar{\zeta} - \bar{z})^k}{k!} \frac{f^{(k)}(z)}{z - \zeta} dz \quad (2)$$

où $f_0, f_1, \dots, f_n$ sont des fonctions holomorphes, $f(z), f^{(1)}(z), \dots, f^{(n)}(z)$ sont des fonctions continues et $f^{(i)}(z)$ représente la dérivée aréolaire d'ordre i de la fonction $f(z)$. La formule (2), qui met en évidence les dérivées aréolaires successives de $f(\zeta)$, a été utilisée par N. Teodorescu pour démontrer le théorème de Morera pour le polynôme aréolaire.

Utilisant l'extension de la notion de dérivée aréolaire à l'espace à trois dimensions, donnée par N. Teodorescu et Gr. C. Moisil, nous avons défini le polynôme aréolaire, dans l'espace, de la même manière que dans le plan : une fonction holomorphe (α) dont la dérivée aréolaire d'ordre n est une fonction holomorphe au sens de N. Teodorescu et Gr. C. Moisil. Nous avons utilisé la notion de dérivée aréolaire au sens large donnée par N. Teodorescu.

La formule du polynôme aréolaire dans l'espace, correspondant à la formule (2) du plan, est la suivante :

$$\psi(P) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \frac{(\vec{MP} \cdot \vec{\gamma})}{MP^3} \xi^k(M, P) (\vec{n}_M \cdot \vec{\gamma}) [D^k \psi(M) - \sum_{i=1}^{n-k} \psi_{ik}(M)] d\sigma_M, \quad (3)$$