

S U M A R

Seria A, nr. 11, vol. LXXIII, noiembrie 1968

	Pag.
1. Tiberiu Popoviciu : Asupra conservării unor aluri ale șirurilor infinite reale prin anumite transformări	401
2. Iuliana Bal : Asupra folosirii instruirii programate în predarea lecțiilor de aritmetică	405
3. Elena Popoviciu : Despre teoria funcțiilor convexe în matematica modernă	409
4. D. Maros și N. Orlandea : Dubla generare a curbelor ciclice închise	418
5. Ștefan Berți : Teoria relațiilor binare și unele aplicații	428
* * * : Probleme propuse	434
7. * * * : Manifestări științifice la Cluj	436
8. V. Daimaca : Date astronomice.	440

Acest număr a fost alcătuit de filiala S.S.M. Cluj.

COMITETUL DE REDACȚIE

Val. Bădin, lector; Gr. Bănescu, prof.; Z. Bogdanov, prof. emerit; Gh. Galbură, prof. univ.; E. Georgescu-Buzău, prof.; Șt. Gheorghică, conf. univ.; I. Grigore, prof. emerit; A. Hollinger, prof. emerit, conf. univ. (redactor responsabil); I. Ilasievici, prof.; S. Marcus, prof. univ.; Alice Motaș, prof.; D. Ogrzeanu, prof.; C. Ottescu, prof.; I. Teșculă, prof.

TEORIA RELAȚIILOR BINARE ȘI UNELE APLICAȚII

ȘTEFAN BERTI

Noțiunea de relație binară generalizează relațiile cunoscute de inegalitate, congruență, asemănare, egalitate etc. Această noțiune se reduce la cea de corespondență. Apariția teoriei relațiilor este în strinsă legătură cu primele lucrări de logică matematică. Primul studiu special despre teoria relațiilor este cel al lui E. Schröder [4]. În anii 1948, 1951 apar lucrările lui J. Riguet [2] și [3] în care se prezintă într-un spirit modern noțiunea generală de relație.

Relațiile binare pot fi tratate din punct de vedere al logicii matematice (apariția naturală a relațiilor sub forma generală), din punct de vedere algebric (o structură de algebră booleană înzestrată cu o operație de înmulțire — produs de compoziție = produs —) sau din punct de vedere aplicativ: în diferitele ramuri ale matematicii precum și în problemele practice cum sînt cele referitoare la teoria grafelor.

În [1] folosind relațiile binare se dă o generalizare a noțiunii clasice de șir de distribuție uniformă (H e r m a n n W e y l 1916). Între 1961—1963 am avut ocazia să expun la Institutul de calcul din Cluj mai multe lucrări legate de teoria relațiilor, iar între 1963—1967 am predat un capitol despre teoria relațiilor la Institutul Pedagogic din Baia Mare în cadrul cursului de Complemente de matematică. Cu această ocazie am compus o serie de probleme aplicative care au fost tratate la curs și seminarii. Aceste probleme împreună cu altele noi sînt expuse în articolul de față. Teoria relațiilor se poate aplica și în prezentarea bazelor geometriei (G.M.-A nr. 2/1967), articole primite la redacție).

Problemele prezentate mai jos pot fi folosite fie la seminarii de algebră sau de logică matematică la universități, fie (unele din aceste probleme) la anumite cercuri de matematică cu elevii. Metoda expusă permite obținerea unor probleme noi, care contribuie la însușirea unei deprinderi de calcul generalizat neclasic (cu entități nenumerice). În lucrare se propun 4 probleme pentru a fi tratate de cititori, a căror tratare se poate face ușor pe materialului expus mai jos.

Acad. T i b e r i u P o p o v i c i u mi-a sugerat ideea de a studia anumite probleme teoretice din teoria șirurilor de distribuție uniformă și implicit din teoria relațiilor [1] (legate de metoda Monte Carlo), și la anumite ședințe de comunicări mi-a dat numeroase sugestii valoroase, pentru care fapt cu această ocazie îi aduc mulțumirile mele.

1. Relații binare definite pe mulțimea numerelor reale și produsul relațiilor binare

Dacă R este mulțimea numerelor reale și R^2 este pătratul cartezian $\{(x, y) \mid x \in R \wedge y \in R\}$, atunci $M \subseteq R^2$ se numește o relație binară definită pe R . Graficul relației M este mulțimea de puncte de coordonate x și y din planul euclidian xOy , puncte pentru care perechea ordonată (x, y) aparține lui M . Mai jos vom identifica relația M cu graficul ei spunînd că o mulțime de puncte din planul xOy este o relație. În teoria relațiilor sînt echivalente notațiile $(x, y) \in M$ și xMy , ultima înseamnă: x se află în relația M cu y . Relațiile privite ca submulțimi ale unui T^2 (T mulțime nevidă) formează o algebră booleană: operațiile din teoria mulțimilor cu familia submulțimilor lui T^2 . În teoria relațiilor se introduce o operație nouă — diferită de cele ale teoriei mulțimilor — care este produsul de compoziție sau produsul. Dacă M și N sînt relații în T (adică submulțimi ale lui T^2), atunci produsul relațiilor M și N este definit prin

$$MN = \{(x, y) \mid \exists z : xMz \wedge zNy\}.$$

O definiție mai generală a relației și a produsului este următoarea:

$$MN = \{(x, y) \mid \exists z : xMz \wedge zNy\},$$

unde $x \in T$, $y \in T''$ și $z \in T'$. În acest caz avem „relațiile” $M \subseteq T \times T''$ și

5. Produsul relațiilor și funcția de funcție

Să considerăm două mulțimi plane $\{(x, y) | y = f(x)\}$ și $\{(x, y) | y = g(x)\}$ unde f și g sînt funcții definite pe R , cu valori reale. Să notăm cu F și G aceste mulțimi și să calculăm produsul de compoziție FG . Pe baza definiției produsului de compoziție avem

$$xFGy \Leftrightarrow \exists z : xFz \wedge zGy \Leftrightarrow \exists z : z = f(x) \wedge y = g(z) \Leftrightarrow y = g(f(x)).$$

Produsul revine în acest fel la o funcție de funcție. Avem expresia produsului

$$FG = \{(x, y) | y = g(f(x))\}. \quad (17)$$

În cazul dreptelor $D_{a,b,c}$ și $D_{a',b',c'}$ avem

$$f(x) = -\frac{ax+c}{b}, \quad g(x) = -\frac{a'x+c'}{b'}$$

și pentru produs avem

$$y = g(f(x)) = \frac{aa'x + a'c - bc'}{bb'},$$

care revine la formula

$$aa'x - bb'y + a'c - bc' = 0,$$

care este ecuația dreptei produs.

BIBLIOGRAFIE

1. Ștefan N. Berți, *O extindere a noțiunii de sir de distribuție uniformă*, Studii și cercetări matematice T. 15 nr. 4 (1964) 413 — 416.
2. J. Riquet, *Relations binaires, fermetures, correspondences de galois*, Bull. Soc. Math. France 76 (1948) 114 — 155.
3. J. Riquet, *Fondements de la theorie des relations binaires*, Thèse, 1951.
4. E. Schröder, *Vorlesungen über die algebra der logic III, algebra und logik der relation*, I. Leipzig Teubner 1895.

PROBLEME PROPUSE

1. Tie $f = \frac{P}{Q}$ o funcție rațională de x unde polinoamele P, Q sînt respectiv de grade efective m, n . Derivata de ordinul k ($k \geq 0$, derivata de ordin 0 coincide cu funcția) a lui f este de forma

$$f^{(k)} = \frac{P_k}{Q_k},$$

în care presupunem că fracția este ireductibilă iar gradele efective ale polinoamelor P_k, Q_k sînt respectiv egale cu m_k, n_k .

Să se arate că dacă $n_0 > 0$ șirurile $(m_k)_{k=0}^\infty, (n_k)_{k=0}^\infty$ au totdeauna o limită finită sau infinită. În ce caz este primul șir convergent?

Tiberiu Popoviciu

SOMMAIRE

	Page
1. Tiberiu Popoviciu : Sur la conservation de quelques allures des suites infinies réelles par certaines transformations	401
2. Iuliana Bal : Sur l'emploi de l'enseignement programmé dans les leçons d'arithmétique	405
3. Elena Popoviciu : Sur la théorie des fonctions convexes dans la mathématique moderne	409
4. D. Maroș, N. Orlandea : Génération double des courbes cycliques fermées. . . .	418
5. Ștefan Berti : Théorie des relations binaires et quelques applications	428
6. * * * : Problèmes proposés.	434
7. * * * : Manifestations scientifiques à Cluj	436
8. V. Daimaca : Dates astronomiques	440

СОДЕРЖАНИЕ

1. Тибериу Попович : О сохранении альюр бесконечных действительных рядах. по опрееелёнными преобразованиями	401
2. Юлиана Бал : Об употреблений программированного обучения для преподавания курса по арифметике	405
3. Елена Попович : К теории выпуклых функций в современной математике	409
4. Д. Марош и Н. Орландеа : Двойная порождения циклической замкнутой кривой	418
5. Штефан Берти : Теория бинарного соотношения и его некоторые применения	428
6. * * * : Уажнени	434
7. * * * : Научные обнаружений в Клуже	436
8. В. Даймака : Астрономические панные	440