

ASUPRA REPREZENTĂRII ECUAȚIILOR CU PATRU VARIABLE PRIN NOMOGRAME COMPUSE CU PUNCTE ALINIATE (I)¹⁾

DE

MARIA MIHOC

(Cluj)

În lucrare se cercetează condițiile în care ecuația cu patru variabile (1) se poate reprezenta cu ajutorul unei nomograme compuse formate din două nomograme cu puncte aliniate cu scări regulate și cu o scară comună.

În această lucrare vom cerceta reprezentarea ecuațiilor cu patru variabile cu ajutorul nomogramelor compuse formate din două nomograme cu puncte aliniate cu scări rectilinii regulate, avînd o scară comună.

Fie ecuația cu patru variabile de forma :

$$\begin{aligned} &A_0xyz + A_1xyu + A_2xzu + A_3yzu + B_0xy + B_1xz + \\ (1) \quad &+ B_2xu + B_3yz + B_4yu + B_5zu + C_0x + C_1y + \\ &+ C_2z + C_3u + D_0 = 0. \end{aligned}$$

Se caută în ce condiții ecuația (1) se poate reprezenta cu ajutorul unei nomograme compuse formate din două nomograme cu puncte aliniate, cu scări rectilinii regulate avînd o scară comună.

¹⁾ Lucrarea a fost comunicată la Colocviul tinerilor matematicieni de la Institutul de calcul, Cluj, 9 mai 1968.

În acest caz ecuațiile lui Soreau sînt următoarele :

$$(2) \quad \begin{vmatrix} a'w + b' & c'w + d' & 1 \\ e'x + f' & g'x + h' & 1 \\ i'y + j' & k'y + l' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3) \quad \begin{vmatrix} a'w + b' & c'w + d' & 1 \\ m'z + n' & p'z + r' & 1 \\ s'u + t' & \varepsilon'u + \theta' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Cu ajutorul unei transformări afine corespunzătoare, ecuațiile (2), (3) se pot aduce la forma :

$$(4) \quad \begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ 0 & vx + a & 1 \\ by + c & dy + e & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(5) \quad \begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ fz + g & \mu z + h & 1 \\ iu + j & lu + m & 1 \end{vmatrix} = 0$$

unde $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, l, m, \rho, \varepsilon, v, \mu$ sînt parametrii scărilor nomogramei. Pentru simplificarea calculelor să considerăm $v = \mu = 1$ (cel puțin un parametru din fiecare pereche v, a și μ, h este diferit de zero).

Dezvoltînd în acest caz determinanții din membrul stîng al ecuațiilor (4) respectiv (5) obținem :

$$(6) \quad \begin{aligned} & bxyz - blxyu - (i - fl)xzu + d(i - fl)yzu + b(h - m)xy + \\ & + [c - (j - fm)]xz - [-cl + (hi - lg)]xu + [ab + d(j - \\ & - fm)]yz + [-abl + d(hi - lg)]yu - (a - e)(i - fl)zu + \\ & + [c(h - m) - (hj - gm)]x + [ab(h - m) + d(hj - gm)]y + \\ & + [ac - (a - e)(j - fm)]z - [-acl + (a - e)(hi - lg)]u + \\ & + [ac(h - m) - (a - e)(hj - gm)] = 0. \end{aligned}$$

Pentru aflarea condițiilor în care o ecuație cu patru variabile se poate reprezenta prin nomograme de felul menționat mai sus se identifică coeficienții ecuațiilor (1) și (6). Se obține astfel sistemul :

$$(7) \quad \begin{aligned} b &= A_0, & -abl + d(hi - gl) &= B_4, \\ bl &= -A_1, & (a - e)(i - fl) &= -B_5, \\ i - fl &= -A_2, & c(h - m) - (hj - gm) &= C_0, \\ d(i - fl) &= A_3, & ab(h - m) + d(hj - gm) &= C_1, \\ b(h - m) &= B_0, & ac - (a - e)(j - fm) &= C_2, \\ c - (j - fm) &= B_1, & acl + (a - e)(hi - gl) &= -C_3, \\ cl + (hi - gl) &= -B_2, & ac(h - m) - (a - e)(hj - gm) &= D_0, \\ ab + d(j - fm) &= B_3. \end{aligned}$$

Pentru simplitatea scrierii notăm cu :

$$\Delta_1 = (A_0 B_5 + A_2 B_3 - A_3 B_1)^2 - 4 A_0 A_2 (B_3 B_5 - A_3 C_2),$$

$$\Delta_2 = [A_0 (A_1 B_3 + A_3 B_0 - A_0 B_4)]^2 - 4 A_0^2 A_1 A_3 (B_0 B_3 - A_0 C_1).$$

Se disting următoarele cazuri :

$$1. \quad A_0 \neq 0, \quad A_3 \neq 0.$$

1.1. Dacă $\Delta_1 \geq 0, \Delta_2 \geq 0, A_1 \neq 0$, soluțiile sistemului (7) sînt :

$$(8) \quad \begin{aligned} a &= \frac{(A_0 B_5 + A_2 B_3 - A_3 B_1) \pm \sqrt{\Delta_1}}{2 A_0 A_2}; \quad b = A_0; \\ c &= \frac{A_0 A_2 a + A_3 B_1 - A_2 B_3}{A_3}; \quad d = -\frac{A_3}{A_2}; \quad e = a - \frac{B_5}{A_2}; \\ g &= \frac{A_1 f + A_0 A_2}{A_0} \left(\frac{B_0}{A_0} + m \right) + \frac{A_0 A_2}{A_1 A_3} (A_1 a - B_4); \quad h = \frac{B_0}{A_0} + m; \\ i &= -\frac{A_1 f + A_0 A_2}{A_0}; \quad j = \frac{A_2}{A_3} (A_0 a - B_3) + fm; \quad l = -\frac{A_1}{A_0}; \\ m &= \frac{-A_0 (A_3 B_0 + A_1 B_3 - A_0 B_4) \pm \sqrt{\Delta_2}}{2 A_0^2 A_3}, \end{aligned}$$

unde f este un parametru arbitrar.

Soluțiile (8) au loc dacă mai sînt îndeplinite și următoarele condiții care coincid cu condițiile de separare ale lui Goursat pentru ecuația (1):

$$(9) \quad \begin{aligned} \frac{A_2 C_3 - B_2 B_5}{A_2 C_2 - B_1 B_5} &= \frac{A_1}{A_0}, & \frac{A_2 D_0 - B_5 C_0}{A_2 C_2 - B_1 B_5} &= \frac{B_0}{A_0}, \\ \frac{A_2 B_4 - A_3 B_2}{A_2 B_3 - A_3 B_1} &= \frac{A_1}{A_0}, & \frac{A_2 C_1 - A_3 C_0}{A_2 B_3 - A_3 B_1} &= \frac{B_0}{A_0}. \end{aligned}$$

1.2. Dacă $A_1 = 0$, soluțiile sistemului (7) sînt cele date de formulele (8) cu condițiile (9), unde parametrul g ia valoarea:

$$g = \frac{A_0 A_2}{A_3} a - \frac{A_0 A_2}{A_3} \cdot \frac{B_2 B_3 - A_2 C_1}{A_0 B_2 - A_2 B_0} + \frac{B_2}{A_2} f.$$

Notăm

$$\Delta_3 = [B_0(A_2 B_3 - A_0 B_5) + A_0(A_0 C_3 - B_2 B_3) - A_1(A_0 C_2 - B_1 B_3)]^2 - 4 A_0(A_2 B_3 - A_0 B_5)[A_1(A_0 D_0 - B_3 C_0) - B_0(A_1 C_2 - B_1 B_4)].$$

2. $A_0 \neq 0$, $A_2 \neq 0$, $A_3 = 0$.

2.1. Dacă $\Delta_3 \geq 0$, $A_1 \neq 0$, sistemul (7) admite următoarele soluții:

$$(10) \quad \begin{aligned} a &= \frac{B_3}{A_0}; \quad b = A_0; \quad c = \frac{A_0(A_2 C_2 - B_1 B_3)}{A_2 B_3 - A_0 B_5}; \quad d = 0; \\ e &= \frac{A_2 B_3 - A_0 B_5}{A_0 A_2}; \end{aligned}$$

$$g = \frac{(B_0 + A_0 m)(A_0 A_2 + A_1 f)(A_2 B_3 - A_0 B_5) + A_0^2 A_2(A_0 C_3 - B_2 B_3)}{A_0 A_1(A_2 B_3 - A_0 B_5)};$$

$$h = \frac{B_0}{A_0} + m; \quad i = -\frac{A_0 A_2 + A_1 f}{A_0};$$

$$f = \frac{A_2(A_0 C_0 - B_1 B_3)}{A_2 B_3 - A_0 B_5} + fm; \quad l = -\frac{A_1}{A_0};$$

$$m = \frac{-[B_0(A_2 B_3 - A_0 B_5) + A_0(A_0 C_3 - B_2 B_3) - A_1(A_0 C_2 - B_1 B_3)] + \sqrt{\Delta_3}}{2 A_0(A_2 B_3 - A_0 B_5)},$$

unde f este un parametru arbitrar.

Soluțiile (10) au loc dacă mai sînt îndeplinite condițiile:

$$(11) \quad \begin{aligned} A_1 B_3 &= A_0 B_4, & A_0 C_1 &= B_0 B_3, \\ \frac{A_2 C_3 - B_2 B_5}{A_2 C_2 - B_1 B_5} &= \frac{A_1}{A_0}, & \frac{A_2 D_0 - B_5 C_0}{A_2 C_2 - B_1 B_5} &= \frac{B_0}{A_0}. \end{aligned}$$

2.2. Dacă $A_1 = 0$, rezultă $B_4 = 0$; atunci soluțiile sistemului (7) sînt soluțiile (10), dacă sînt îndeplinite condițiile (11), unde parametrul g se calculează după formula:

$$g = \frac{A_0 A_2 [B_2(A_0 C_2 - B_1 B_3) - A_2(A_0 D_0 - B_3 C_0)]}{(A_2 B_3 - A_0 B_5)(A_0 B_2 - A_2 B_0)} + \frac{B_2}{A_2} f.$$

Notăm cu

$$\Delta_4 = (B_1 B_4 - B_2 B_3 + A_2 C_1 - A_3 C_0)^2 + 4(A_2 B_4 - A_3 B_2)(B_3 C_0 - B_1 C_1).$$

3. $A_0 = 0$ rezultă $A_1 = B_0 = 0$, $A_3 \neq 0$.

3.1. Dacă $A_2 B_4 - A_3 B_2 \neq 0$ și $\Delta_4 \geq 0$, soluțiile sistemului (7) sînt:

$$a = \frac{A_3 C_2 - B_3 B_5}{A_3 B_1 - A_2 B_3}; \quad b = 0; \quad c = \frac{A_3 B_1 - A_2 B_3}{A_3}; \quad d = -\frac{A_3}{A_2};$$

$$e = \frac{A_3}{A_2} \cdot \frac{A_2 C_2 - B_1 B_5}{A_3 B_1 - A_2 B_3};$$

$$g = \frac{A_2 B_4}{A_3} \cdot \frac{A_3 B_1 - A_2 B_3}{A_2 B_4 - A_3 B_2} - \frac{A_2(A_3 C_0 - A_2 C_1)}{A_2 B_4 - A_3 B_2} -$$

$$(12) \quad - \frac{A_2(A_3 B_1 - A_2 B_3)}{A_2 B_4 - A_3 B_2} m + \frac{A_3 C_0 - A_2 C_1}{A_3 B_1 - A_2 B_3} f + fm;$$

$$h = \frac{A_3 C_0 - A_2 C_1}{A_3 B_1 - A_2 B_3} + m; \quad i = -A_2 + \frac{A_2 B_4 - A_3 B_2}{A_3 B_1 - A_2 B_3} f$$

$$j = -\frac{A_2 B_3}{A_3} + fm; \quad l = \frac{A_2 B_4 - A_3 B_2}{A_3 B_1 - A_2 B_3};$$

$$m_{1,2} = \frac{(B_1 B_4 - B_2 B_3 + A_2 C_1 - A_3 C_0) \pm \sqrt{\Delta_4}}{2(A_3 B_1 - A_2 B_3)},$$

unde f rămîne un parametru arbitrar.

Soluțiile (12) au loc dacă sînt îndeplinite condițiile (13):

$$(13) \quad \begin{aligned} \frac{A_2 D_0 - B_5 C_0}{A_2 C_2 - B_1 B_5} &= \frac{A_3 C_0 - A_2 C_1}{A_3 B_1 - A_2 B_3}, \\ \frac{B_2 B_5 - A_2 C_3}{A_2 C_2 - B_1 B_5} &= \frac{A_2 B_4 - A_3 B_2}{A_3 B_1 - A_2 B_3}. \end{aligned}$$

3.2. Dacă $A_2 B_4 - A_3 B_2 = 0$, soluțiile sistemului (7) sînt date de formulele (12), dacă sînt îndeplinite condițiile (13), parametrul g calculîndu-se după formula:

$$g = \frac{(A_3 B_1 - A_2 B_3)(A_2 C_1 - B_2 B_3)}{A_3(B_1 B_4 - B_2 B_3 + A_2 C_1 - A_3 C_0)} + \frac{B_2}{A_2} f.$$

Notăm

$$\Delta_5 = (B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_0 C_3 - A_1 C_1)^2 - 4(A_0 B_2 - A_1 B_1)(B_3 C_3 - B_4 C_2).$$

4. $A_1 \neq 0$, $A_2 = 0$, rezultă $A_3 = B_5 = 0$.

4.1. Dacă $A_1 B_3 - A_0 B_4 \neq 0$, $\Delta_5 \geq 0$, soluțiile sistemului (7) sînt în acest caz:

$$(14) \quad \begin{aligned} a &= \frac{B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_0 C_3 - A_1 C_1 \pm \sqrt{\Delta_5}}{2(A_0 B_2 - A_1 B_1)}; \quad b = A_0; \\ c &= \frac{A_0[(B_2 B_3 - B_1 B_4) - (A_0 B_2 - A_1 B_1)a]}{A_1 B_3 - A_0 B_4}; \quad d = \frac{A_1 B_3 - A_0 B_4}{A_0 B_2 - A_1 B_1}, \\ e &= a - \frac{A_0 C_3 - A_1 C_2}{A_0 B_2 - A_1 B_1}, \\ g &= \frac{A_1(A_1 C_1 - B_0 B_4)f - A_0(A_0 B_2 - A_1 B_1)(A_1 a - B_4)}{A_1(A_1 B_3 - A_0 B_4)}, \\ h &= \frac{A_1 C_1 - B_0 B_4}{A_1 B_3 - A_0 B_4}; \quad i = -\frac{A_1}{A_0} f; \\ j &= \frac{A_0 B_2 - A_1 B_1}{A_1 B_3 - A_0 B_4} (B_3 - A_0 a) + \frac{A_1(A_0 C_1 - B_0 B_3)}{A_0(A_1 B_3 - A_0 B_4)} f; \\ l &= -\frac{A_1}{A_0}; \quad m = \frac{A_1(A_0 C_1 - B_0 B_3)}{A_0(A_1 B_3 - A_0 B_4)}, \end{aligned}$$

unde f este un parametru arbitrar.

Soluțiile (14) au loc dacă mai sînt îndeplinite următoarele condiții:

$$(15) \quad \begin{aligned} \frac{A_1 B_3 - A_0 B_4}{A_0 B_2 - A_1 B_1} &= \frac{B_0 B_3 - A_0 C_1}{A_0 C_0 - B_0 B_1}, \\ \frac{A_0 C_3 - A_1 C_2}{A_0 B_2 - A_1 B_1} &= \frac{A_0 D_0 - B_0 C_2}{A_0 C_0 - B_0 B_1}. \end{aligned}$$

4.2. Dacă $A_1 B_3 - A_0 B_4 = 0$, soluțiile sistemului (7) sînt atunci următoarele soluții, dacă sînt îndeplinite condițiile (15):

$$(16) \quad \begin{aligned} a &= \frac{B_3}{A_0}; \quad b = A_0; \quad c = \frac{A_0(B_2 C_2 - B_1 C_3)}{B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3}; \\ d &= 0; \quad e = \frac{B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3}{A_0 B_2 - A_1 B_1}; \\ g &= \frac{(A_0 B_2 - A_1 B_1)(A_0 C_3 - B_2 B_3)}{A_1(B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3)} + \\ &\quad + \frac{B_2 C_1 - B_0 C_3 - B_4 C_0 + A_1 D_0}{B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3} f; \\ h &= \frac{B_2 C_1 - B_0 C_3 - B_4 C_0 + A_1 D_0}{B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3}; \quad i = -\frac{A_1}{A_0} f; \\ j &= \frac{(A_0 B_2 - A_1 B_1)(A_0 C_2 - B_1 B_3)}{A_0(B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3)} + \\ &\quad + \frac{A_1(B_1 C_1 - B_0 C_2 - B_3 C_0 + A_0 D_0)}{A_0(B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3)} f; \\ l &= -\frac{A_1}{A_0}; \quad m = \frac{A_1(B_1 C_1 - B_0 C_2 - B_3 C_0 + A_0 D_0)}{A_0(B_2 B_3 - B_1 B_4 + A_1 C_2 - A_0 C_3)}. \end{aligned}$$

5. $A_0 = 0$, $A_2 = 0$, rezultă $A_1 = A_3 = 0$, $B_0 = B_5 = 0$. În acest caz soluțiile sistemului (7) sînt:

$$(17) \quad \begin{aligned} a &= \frac{B_3 C_3 - B_4 C_2}{B_2 B_3 - B_1 B_4}; \quad b = 0; \quad c = \frac{B_1 d + B_3}{d}; \\ e &= \frac{B_2 C_2 - B_1 C_3}{B_2 B_3 - B_1 B_4} d; \quad g = \frac{B_2 C_1 - B_4 C_0}{B_2 B_3 - B_1 B_4} f + \frac{B_4}{d} \cdot \frac{B_1 d + B_3}{B_2 d + B_4}; \\ h &= \frac{B_2 C_1 - B_4 C_0}{B_2 B_3 - B_1 B_4}; \quad i = -\frac{B_2 d + B_4}{B_1 d + B_3} f; \\ j &= \frac{B_3}{d} + \frac{B_1 C_1 - B_3 C_0}{B_2 B_3 - B_1 B_4} \cdot \frac{B_2 d + B_4}{B_1 d + B_3} f; \quad l = -\frac{B_2 d + B_4}{B_1 d + B_3}; \\ m &= \frac{B_1 C_1 - B_3 C_0}{B_2 B_3 - B_1 B_4} \cdot \frac{B_2 d + B_4}{B_1 d + B_3}, \end{aligned}$$

unde d și f rămîn parametri arbitrari.

Soluțiile (17) au loc dacă mai este îndeplinită condiția :

$$(18) \quad B_4(C_0C_2 - B_1D_0) + B_2(B_3D_0 - C_1C_2) + C_3(B_1C_1 - B_3C_0) = 0.$$

Exemplu. Să se reprezinte nomografic ecuația :

$$xyz + xyu + xzu + yzu + 2xy - xz - 5xu + 3yz - yu + 2zu - 7x + y + z - 7u - 8 = 0.$$

În acest caz avem :

$$A_0 = 1, \quad A_1 = 1, \quad A_2 = 1, \quad A_3 = 1, \quad B_0 = 2, \quad B_1 = -1,$$

$$B_2 = -5, \quad B_3 = 3, \quad B_4 = -1, \quad B_5 = 2,$$

$$C_0 = -7, \quad C_1 = 1, \quad C_2 = 1, \quad C_3 = -7, \quad D_0 = -8,$$

$\Delta_1 = 16$, $\Delta_2 = 16$ și condițiile (9) sînt îndeplinite.

Parametrii scărilor nomogramei se calculează după formulele (8) :

$$a_1 = 5, \quad b_1 = 1, \quad c_1 = 1, \quad d_1 = -1, \quad e_1 = 3,$$

$$g_1 = f + 7, \quad h_1 = 1, \quad i_1 = -(f + 1), \quad j_1 = 2 - f, \quad l_1 = -1, \quad m_1 = -1.$$

$$a_2 = 1, \quad b_2 = 1, \quad c_2 = -3, \quad d_2 = -1, \quad e_2 = -1, \quad g_2 = f + 3, \quad h_2 = 1,$$

$$i_2 = -(f + 1), \quad j_2 = -(2 + f), \quad l_2 = -1, \quad m_2 = -1.$$

$$a_3 = 5, \quad b_3 = 1, \quad c_3 = 1, \quad d_3 = -1, \quad e_3 = 3, \quad g_3 = 3(1 - f),$$

$$h_3 = -3, \quad i_3 = -(f + 1), \quad j_3 = 2 - 5f, \quad l_3 = -1, \quad m_3 = -5.$$

$$a_4 = 1, \quad b_4 = 1, \quad c_4 = -3, \quad d_4 = -1, \quad e_4 = -1, \quad g_4 = -(1 + 3f),$$

$$h_4 = -3, \quad i_4 = -(f + 1), \quad j_4 = -(2 + 5f), \quad l_4 = -1, \quad m_4 = -5.$$

Ecuațiile lui Soreau corespunzătoare acestor patru sisteme de valori ale parametrilor sînt :

$$\begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ 0 & x + 5 & 1 \\ y + 1 & -y + 3 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ fz + f + 7 & z + 1 & 1 \\ -(f+1)u + 2 - f & -u - 1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ 0 & x + 1 & 1 \\ y - 3 & -(y + 1) & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ fz + f + 3 & z + 1 & 1 \\ -(f+1)u - (2 + f) & -(u + 1) & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ 0 & x + 5 & 1 \\ y + 1 & -y + 3 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ fz + 3 - 3f & z - 3 & 1 \\ -(f+1)z + 2 - 5f & -(u + 5) & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ 0 & x + 1 & 1 \\ y - 3 & -(y + 1) & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} \rho w + \varepsilon & 0 & 1 \\ fz - 1 - 3f & z - 3 & 1 \\ -(f+1)z - 2 - 5f & -(u + 5) & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Primită la redacție la 21 martie 1969

Academia Republicii Socialiste România -
Filiala Cluj
Institutul de calcul



SUR LA REPRÉSENTATION DES ÉQUATIONS À QUATRE VARIABLES PAR DES NOMOGRAMMES COMPOSÉS À POINTS ALIGNÉS (I)

(RÉSUMÉ)

Soit l'équation à quatre variables de la forme (1).

On étudie dans quelles conditions l'équation (1) peut être représentée à l'aide d'un nomogramme composé constitué par deux nomogrammes à points alignés et à échelles rectilignes régulières qui possèdent une échelle commune.

Les équations de Soreau après une transformation affine et une simplification possible s'écrivent sous la forme (4), (5), où $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, l, m, \rho, \varepsilon$ sont les paramètres des échelles du nomogramme.

Dans l'article on donne de manière explicite les valeurs des paramètres de l'échelle du nomogramme qui sont les solutions d'un système d'équation non linéaire (7). A cette fin on examine les différents cas qui peuvent se présenter selon les valeurs des coefficients de l'équation (1).

BIBLIOGRAPHIE

1. BAL, L., MIHOC, M., *Sur une classe de nomogrammes à échelles de type donné*. Mathematica, **8** (31), 2, p. 199—216 (1966).
2. ГЛАГОЛЕВ, Н. А., *Курс номографии*, Изд. 2-е, М. Гос. изд-во Высшая школа", Москва, 1961.